This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

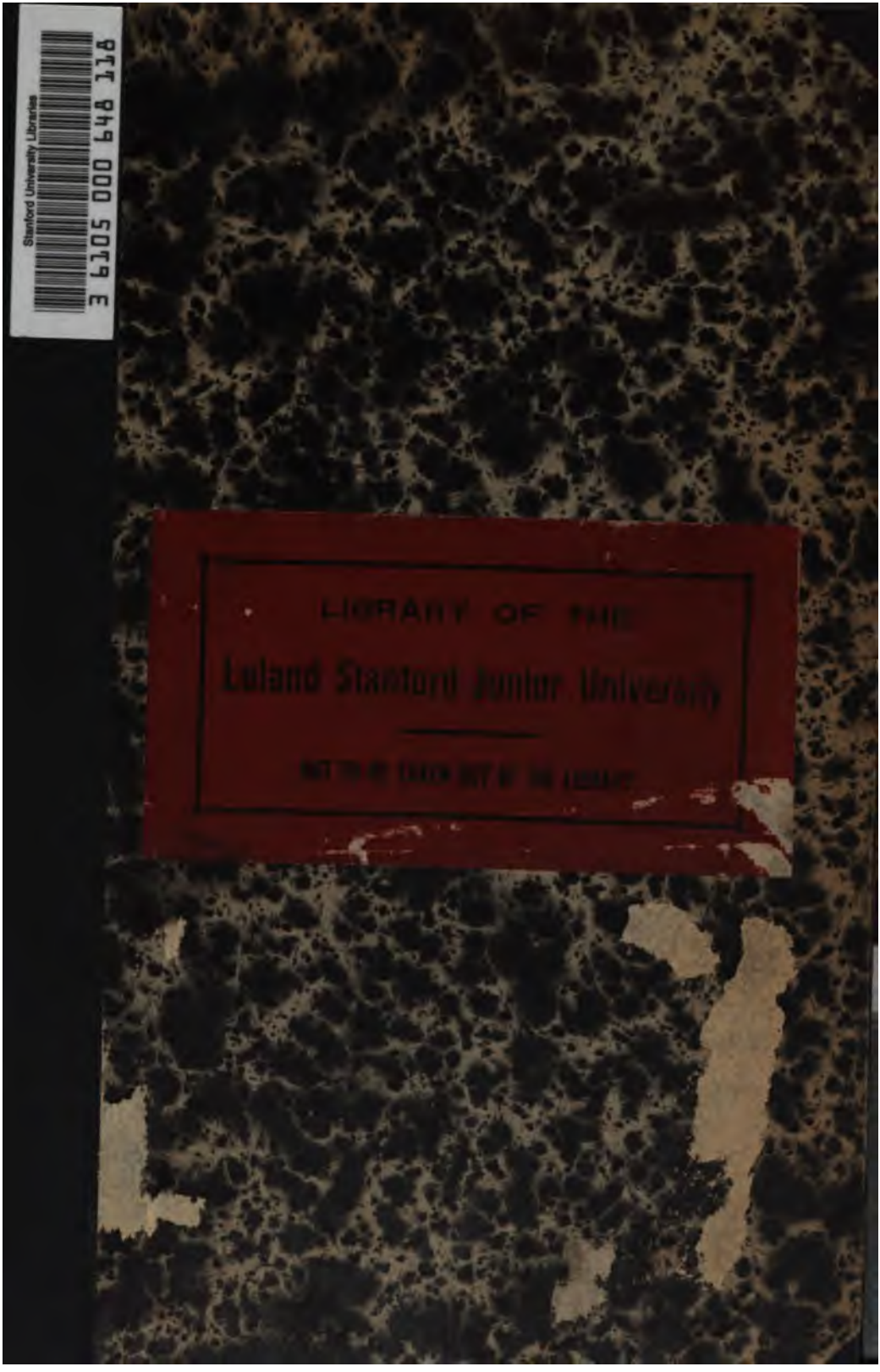
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


Stanford University Libraries
3 6105 000 648 118
LIBRARY OF THE
Leland Stanford Junior University

530.5
A613

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND V.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND V.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT EINUNDVIERZIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

NEBST DREI FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1878.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

A. 14403.

Inhalt.

Neue Folge. Band V.

Neuntes Heft.

Seite

I. W. Beetz. Ueber die Electricitätserregung beim Contact fester und gasförmiger Körper 1

II. E. Dorn. Ueber die galvanischen Ströme, welche beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren erzeugt werden 20

III. G. Wiedemann. Ueber die Dissociation der gelösten Eisenoxydsalze 45

IV. L. Hermann. Versuche über das Verhalten der Phase und der Klangzusammensetzung bei der telephonischen Uebertragung 83

V. A. Winkelmann. Ueber die Abweichung einiger Gase vom Boyle'schen Gesetze bei 0° und 100° 92

VI. Ph. von Jolly. Die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation 112

VII. J. Fröhlich. Ein neuer Satz in der Theorie der Diffraction und dessen Anwendung 134

VIII. E. Wiedemann. Ueber die Beziehung zwischen Refractionsäquivalent und Weglänge 142

IX. H. Fritsch. Ueber die Erregung der Electricität durch Druck und Reibung 143

Geschlossen am 5. August 1878.

Zehntes Heft.

Seite

I. F. Narr. Ueber das Verhalten der Electricität in verdünnten Gasen 145

II. A. L. Holz. Ueber die Coercitivkraft des Magneteisensteines und des glasharten Stahles 169

III. F. Braun. Ueber die Electricitätsentwickelung als Aequivalent chemischer Prozesse 182

IV. V. Strouhal. Ueber eine besondere Art der Tonerregung 216

V. K. R. Koch. Ueber die Bestimmung des Elasticitätscoëfficienten aus der Biegung kurzer Stäbchen 251

VI. R. Schneider. Bemerkungen, das Atomgewicht des Antimons betreffend 265

VII. L. Ditscheiner. Ueber den galvanischen Widerstand eines ebenen Ringes 282

VIII. H. Haga. Erwiderungen auf Hrn. Prof. Edlund's „Bemerkungen über die beim Ausströmen der Flüssigkeiten durch Röhren entstehende electromotorische Kraft" . . 287

Geschlossen am 1. October 1878.

Elftes Heft.

I. F. Auerbach. Der Durchgang des galvanischen Stromes durch das Eisen 289

II. C. Fromme. Magnetische Experimentaluntersuchungen . 345

III. F. Exner. Ueber die galvanische Polarisation des Platins in Wasser 388

IV. A. Ritter. Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper . . 405

V. F. Kolá̌ček. Ueber den Einfluss des capillaren Oberflächendruckes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wasserwellen 425

VI. L. Boltzmann. Zur Theorie der elastischen Nachwirkung 430

Geschlossen am 8. November 1877.

Zwölftes Heft.

Seite

I. F. Niemöller. Electrodynamische Versuche mit deformirbaren Stromleitern 433

II. H. Helmholtz. Telephon und Klangfarbe 448

III. R. Nahrwold. Ueber die Luftelectricität 460

IV. E. Wiedemann. Untersuchungen über die Natur der Spectra (1. Theorie. 2. Spectra gemischter Gase) . . . 500

V. D. J. Korteweg. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren 525

VI. A. Ritter. Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper . . 543

VII. R. Rühlmann. Ableitung der Formeln für Messungen der Meerestiefen mit Hülfe des Manometers 558

VIII. E. Wundt. Krystallographische Untersuchungen des Methenylorthophenylendiamins 566

IX. A. Sadebeck. Optische Untersuchung der Krystalle des Methenylorthophenylendiamins 572

X. A. Sadebeck. Krystallform der Salicylsäure 574

XI. A. Sadebeck. Zwei neue regelmässige Verwachsungen verschiedener Mineralien 576

Berichtigungen 580

Namenregister zum Jahrgang 1878 581

Geschlossen am 1. December 1878.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. Dorn, Fig. 1—4; G. Wiedemann, Fig. 5, 5a, 6; Winkelmann, Fig. 7.

Taf. II. Holz, Fig. 1—2; Strouhal, Fig. 3—4; Koch, Fig. 5—7.

Taf. III. Auerbach, Fig. 1—8.

1878. ANNALEN № 9.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE BAND V.

I. *Ueber die Electricitätserregung beim Contact fester und gasförmiger Körper; von W. Beetz.*

Als ich meine ersten Versuche über die electromotorischen Kräfte von Gasketten bekannt machte, sprach ich mich über den Ort aus, an welchem der Sitz der erzeugten Spannungsdifferenz zu suchen sei.[1]) Grove hatte als solchen die Berührungsstelle von Platin, Gas und Flüssigkeit angenommen.[2]) Ich liess diese Annahme nicht als allgemein richtig gelten; für Gase, welche vom Wasser stark absorbirt werden, wie Chlor, ist sie es gewiss nicht, denn eine Platinplatte, welche ganz in chlorhaltige Flüssigkeit untergetaucht ist, verhält sich electrisch stark different gegen eine in chlorfreie Flüssigkeit tauchende Platinplatte. Für andere Gase zeigte ich, dass der Vorgang ganz ähnlich angesehen werden könne; er ist nur um so weniger deutlich ausgesprochen, je weniger dieselben in der Flüssigkeit löslich sind. Ich bekleidete den oberen, von Wasserstoffgas umgebenen Theil einer Platinplatte mit einer isolirenden Schicht, so dass das freie Platin gänzlich von der Flüssigkeit bedeckt war und erhielt dennoch ein wirksames Gaselement, freilich von etwas geringerer electromotorischer Kraft, als wenn auch das obere Platinende direct vom Gase umgeben gewesen wäre. Ich habe mich a. a. O. über die Gründe dieses Unterschiedes ausgesprochen. Später ist Gaugain ebenfalls zu dem

1) Pogg. Ann. LXXVII. p. 505.
2) Philos. Trans. 1813. II. p. 97.

Schluss gelangt, dass das Platin nur auf die in der Flüssigkeit aufgelösten Gase wirke[1]); er senkte einen Platindraht, welcher vom Gase umgeben war und in die Flüssigkeit tauchte, allmählich so tief in diese ein, bis er ganz von ihr bedeckt war und erhielt dann ganz dieselbe Spannungsdifferenz, wie wenn ein Theil des Drahtes vom Gase, der andere von der Flüssigkeit umgeben war. Ich habe das daraus erklärt, dass bei dieser Art den Versuch anzustellen, der Draht zuerst wirklich mit dem Gase in Berührung gewesen war und dann eine condensirte Gasschicht in die Flüssigkeit mitnahm.[2]) Weiter habe ich mich in den oben angezogenen Abhandlungen darüber ausgesprochen, dass von dem Grade einer solchen Verdichtung der Gase die Grösse der Spannungsdifferenz zwischen einem reinen und einem mit einem Gase bekleideten Metalle abhänge, dass die Verdichtung grösser oder kleiner sei je nach dem Metalle, mit welchem die Gaselemente hergestellt wurden, und dass die Verdichtung besonders stark durch electrolytische Polarisation hervorgebracht werde, weshalb die electromotorische Kraft der Gase in diesem Falle eine besonders grosse sei. Die schon durch die Einwirkung kleiner Wasserstoffmengen auf Platin hervorgebrachte beträchtliche Spannungsdifferenz verglich ich mit der analogen Erscheinung, welche die Stellung der Amalgame in der Spannungsreihe zeigt. Macaluso hat ferner nachgewiesen, dass durch die lange fortgesetzte electrolytische Entwickelung von Wasserstoff oder Chlor an Platin- oder Kohlenelectroden weit grössere electromotorische Kräfte erzeugt werden können als durch einfache Berührung der Gase mit den Platten oder durch kurzdauernde Gasentwickelung an denselben; er glaubte deshalb, den electrolytisch abgeschiedenen Gasen in ähnlicher Weise einen activen Zustand zuschreiben zu sollen, wie wir ihn am Sauerstoff kennen.[3]) Freilich ist, was den Wasserstoff be-

1) C. R. LXIV. p. 364. 1867.
2) Pogg. Ann. CXXXII. p. 461.
3) Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. Math.-phys. Cl. 1873. p. 306.

trifft, durch Magnus das Vorhandensein einer, schon früher von Osann angenommenen activen Modification sehr zweifelhaft gemacht worden.[1])

Während es sich bei allen diesen Untersuchungen um das Vorhandensein bedeutender Gasmengen an den Metallplatten handelte, ist neuerdings derjenige Fall eingehend besprochen worden, in welchem sich nur dünne Gasüberzüge über die Platten gebildet haben. F. Kohlrausch hat diese dünnen Ueberzüge einer sorgfältigen Betrachtung unterworfen[2]) und Helmholtz[3]) und Herwig[4]) haben die Analogie zwischen einer zwei polarisirte Electroden miteinander verbindenden Flüssigkeitsschicht und einem Condensator zum Gegenstand ihrer Untersuchungen gemacht. Hierbei hat Helmholtz die Ansicht vertreten, dass bei der Polarisation nicht nur oberflächlich haftende, sondern auch tiefer in das Platin eingedrungene Theile des Gases eine Rolle spielen müssen, wovon die Möglichkeit durch die von Graham am Palladium und Platin ausgeführten Versuche schon angezeigt sei. In der That gelang es Crova[5]) und später auch Root[6]), bei der Electrolyse verdünnter Schwefelsäure ein Durchdringen des Wasserstoffs durch eine Platinplatte nachzuweisen, indem diese Platte nicht nur auf der Seite, an welcher die Electrolyse stattfand, polarisirt erschien, sondern auch an der entgegengesetzten, vor jeder electrolytischen Einwirkung geschützten.

Nur von wenigen Forschern sind bei Untersuchungen über galvanische Polarisation andere Gase in Betracht gezogen worden, als Wasserstoff und Sauerstoff, und es entsteht deshalb die Frage, ob man auf alle Fälle der Polarisation ganz dieselbe Anschauungsweise ausdehnen kann, welche für die beiden genannten Gase und zwar vorzugs-

1) Vgl. Wiedemann, Galvanismus. 2. Aufl. I. p. 533.
2) Gött. Nachr. 1872. Nr. 23. p. 453.
3) Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1873. p. 587.
4) Wied. Ann. II. p. 566.
5) Mondes T. V. p. 210 1864. Wied. Galv. (2) I. §. 498.
6) Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1876. p. 217.

weise für den Wasserstoff gelten. Eine Reihe von Versuchen, welche ich mit Palladium- und mit Kohlenelectroden angestellt habe, dürfte zur Beantwortung dieser Frage beitragen.

Ueber die electromotorische Stellung des Palladiums sich genaue Kenntniss zu verschaffen, ist eine sehr schwierige Aufgabe. Das Palladium, wie man es im Handel erhält, ist stets geglüht worden und hat dabei, wie Graham gezeigt hat, Gase in sich aufgenommen. Die Mittel, welche man gewöhnlich anwendet, um solche occludirte Gase, namentlich Wasserstoffgas, aus dem Palladium auszutreiben, genügen so weit, dass eine chemische Analyse wohl keine Rückstände mehr nachweisen kann, aber nicht um auch jede Veränderung im electromotorischen Zustande des Metalles zu vernichten. Namentlich gilt dies von der Behandlung mit der Quecksilberluftpumpe; es ist mir nie gelungen, eine Palladiumplatte, an welcher eine Wasserstoffentwickelung stattgefunden hatte, auf diese Art ganz in ihre frühere electromotorische Stellung zurückzubringen. Vollständig wird dagegen der letzte Wasserstoff dadurch entfernt, dass man an der Platte längere Zeit hindurch Sauerstoff entwickelt. Dabei aber bedeckt sie sich mit einer braunen Oxydschicht; entfernt man dieselbe durch noch so sorgfältiges Abreiben, so nimmt die Platte doch immer eine viel negativere Stellung in der Spannungsreihe ein, wie wenn man sie mit verdünnter Salzsäure abgeputzt hat. Zur Bestimmung dieser Stellung habe ich mich meines Universalcompensators[1]) bedient, mit dem auch alle übrigen Messungen der hier in Betracht kommenden Spannungsdifferenzen gemacht worden sind. Die zu prüfende Palladiumplatte tauchte in sehr verdünnte Schwefelsäure (1 : 100) und bildete so den negativen Bestandtheil eines Elementes, dessen positiver aus einem amalgamirten in concentrirter Zinkvitriollösung stehenden Zinkcylinder bestand. Beide Flüssigkeiten waren durch ein an beiden

1) Wied. Ann. III. p. 1.

Enden durch Thonzellen geschlossenes und mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Heberrohr miteinander verbunden. Als Einheitselement diente ein Daniellelement in der schon früher von mir angewandten Gestalt; die Zinkzelle in demselben ist mit Zinkvitriollösung gefüllt. Wenn man die electromotorische Kraft eines solchen Elementes mit d bezeichnet, die eines Daniellelementes, dessen Zinkzelle verdünnte Schwefelsäure enthält, mit D, so ist $d = 0{,}95\,D$. Da die Kraft D als Einheitskraft allgemein eingeführt ist, so habe ich auch meine folgenden Angaben alle auf dieselbe reducirt. Ebenso citire ich aus früheren Arbeiten den Werth der electromotorischen Kräfte in der Einheit $D = 1$ und betrachte auch als Ausgangspunkt, d. h. als positiven Theil des in Rede stehenden Elementes, immer amalgamirtes Zink in verdünnter Schwefelsäure, so dass also z. B. die electromotorische Kraft Zink in verdünnter Schwefelsäure | Platin in verdünnter Schwefelsäure oder abgekürzt geschrieben Zn | Pt = 1,61 D, Zink in verdünnter Schwefelsäure | Platin mit Wasserstoff bekleidet in verdünnter Schwefelsäure, oder Zn | Pt, H = 0,80 D u. s. w. So fand ich denn die Kraft Zn | Pd, wenn ich das oxydirte Blech nur mechanisch abgerieben hatte, stets sehr gross, zwischen 1,90 und 2,03 D schwankend, offenbar weil immer noch Oxydrückstände hafteten. Wurde dagegen der braune Ueberzug durch verdünnte Salzsäure entfernt, so fand sich die electromotorische Kraft innerhalb ziemlich enger Grenzen constant, nämlich :

1,24 1,26 1,24 1,29 1,32 1,31 1,28

im Mittel Zn | Pd = 1,28 D.

Wenn wir das so gereinigte Palladium wirklich als rein betrachten dürfen, so ist dessen Stellung in der electromotorischen Reihe dem Zink beträchtlich näher, als die des Platins. Immerhin ist es nicht rathsam, die Stellung einer durch irgend ein Gas polarisirten Palladiumplatte bei messenden Versuchen auf die des reinen Palladiums zu beziehen; weit sicherer lässt sich dieselbe ermitteln, wenn man unter allen Umständen die amalgamirte

Zinkplatte in concentrirter Zinkvitriollösung mit der zu untersuchenden Platte durch das Heberrohr zu einer Kette verbindet, oder auch wenn man zwei durch verschiedene Gase polarisirte Platten unmittelbar einander gegenüberstellt.

Zwei aus demselben Blech geschnittene Palladiumplatten wurden durch Korke gesteckt, welche die oberen Enden zweier Glasröhren schlossen. Die Röhren wurden mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt und in ein Glas, welches dieselbe Flüssigkeit enthielt, umgestürzt. Dann wurde in die eine Röhre Sauerstoffgas, in die andere Wasserstoffgas gebracht. Beide Gase waren electrolytisch entwickelt und wurden in kleinen Gasometern aufbewahrt, aus denen sie nach Bedarf entnommen werden konnten.

Die mit Sauerstoff umgebene Platte zeigte in ihrer electromotorischen Beschaffenheit nicht die geringste Veränderung, weder sogleich, noch nach längerer Einwirkung des Sauerstoffs. Die Spannungsdifferenz Zn | Pd, O war ganz unverändert dieselbe, wie Zn | Pd. Das Wasserstoffgas dagegen übte vom ersten Augenblick an einen starken Einfluss; beim Eintreten der ersten Gasblase wurde das Palladium sofort positiver und, nachdem eine Zeit hindurch Gas vom Metalle aufgenommen worden war, wurde die Kraft Zn | Pd, H bei verschiedenen mit Blechen oder Drähten angestellten Versuchen gefunden:

0,64 0,69 0,71 0,70 0,69

im Mittel Zn | Pd, H = 0,69 D.

Auf dieser Höhe blieb sie stehen, auch wenn so lange Wasserstoff von aussen hinzugeführt oder an der Platte selbst entwickelt worden war, dass es vom Palladium nicht mehr absorbirt werden konnte, sondern dessen oberen Theil frei umgab. Hiernach würde die Spannungsdifferenz:

$$Pd, H \mid Pd = 1{,}28 - 0{,}69 = 0{,}59\ D$$

sein, während ich früher:

$$Pt, H \mid Pt = 0{,}81\ D$$

gefunden hatte. Ob die Palladiumplatte blank oder mit einem Ueberzuge von Palladiumschwarz angewandt wurde, machte keinen Unterschied.

Weiter wurden Palladiumplatten als Electroden einer drei- bis vierpaarigen Grove'schen oder einer sechspaarigen Meidinger'schen Säule gebraucht. Auch diese Electroden waren in Glasröhren eingeschlossen, um die Electrolyse so lange fortsetzen zu können, bis das entwickelte Wasserstoffgas nicht mehr vom Palladium absorbirt wurde. Die Messung der vorhandenen Polarisation geschah ebenfalls mittelst des Universalcompensators; die an demselben angebrachte einfache Auslösung liefert bei einiger Uebung sehr constante Resultate, wenn sie auch, wie alle ähnlichen Vorrichtungen, den Uebelstand nicht ganz vermeidet, dass der Polarisationsstrom erst eine, wenn auch sehr kurze, Zeit nach Unterbrechung des polarisirenden Stromes geschlossen wird. Zum Unterschiede von der electromotorischen Kraft Zn | Pd, H, welche durch die blosse Umgebung einer Palladiumplatte mit Wasserstoff erregt wird, bezeichne ich mit Zn | Pd_H die durch die galvanische Polarisation vom Wasserstoff erregte Kraft. Dieselbe wurde gefunden:

$$0{,}69 \quad 0{,}71 \quad 0{,}67$$
$$\text{im Mittel } Zn \mid Pd_H = 0{,}69 \text{ D},$$

d. h. ganz ebenso gross, wie Zn | Pd, H. In diesem Falle hatte also ein Einpressen des Wasserstoffes in die Palladiumplatte durch den electrolytischen Vorgang gar keinen Erfolg mehr; die Platte war bereits mit Wasserstoff ganz gefüllt.

Mit der positiven Electrode angestellte Messungen gaben ganz unbestimmte Resultate. Die Platten bräunten sich sogleich und wurden sehr stark negativ, so dass ich für die Kraft Zn | Pd_0 Werthe wie 2,12 D erhielt. Dementsprechend wurden auch für die Gesammtpolarisation $Pd_H \mid Pd_0$ sehr grosse Kräfte gefunden; ich überzeugte mich aber, dass eine Aufzählung derselben gar keine Bedeutung hat, da hier gar nicht mehr die Wirkung des gasförmigen activen oder passiven Sauerstoffs in Betracht kommt, sondern die der abgelagerten Oxydschicht. Ich kann deshalb von den, von anderen Beobachtern über die

Stärke der Polarisation an Palladiumplatten gemachten Zahlenangaben auch nur eine mit meinen eigenen Resultaten vergleichen: Graham[1]) fand nämlich die durch 1 bis 4 Bunsenelemente hervorgebrachte Polarisation:

$$Pd_H \mid Pd_O = 1{,}50 \text{ bis } 1{,}85 \text{ D.}$$

Ich selbst finde bei der Electrolyse durch 4 Grove oder 6 Meidinger:

$$\text{im Mittel } \begin{matrix} 1{,}83 \\ Pd_H \end{matrix} \mid \begin{matrix} 1{,}77 \\ Pt_O \end{matrix} = 1{,}80 \text{ D},$$

also sehr nahe ebenso, wie Graham; die Platinplatte war dabei nicht ganz bis zum Maximum polarisirt. Eine von Pearnell[2]) gemachte Angabe, nach welcher die Polarisation $Pd_H \mid Pd_O = 0{,}306$ D sein soll, ist offenbar viel zu niedrig.

Das Ueberziehen des Palladiums mit Palladiumschwarz änderte auch an der Polarisation durch Wasserstoff nichts. Böttger[3]) giebt Beweise für die kräftige Polarisation solcher geschwärzter Palladiumplatten; die hervorragende Wirkung kommt aber erst beim dauernden Stromesschlusse in Betracht, während er bei der momentanen Schliessung, welche die Compensationsmethode verlangt, ohne Belang ist. Die Bekleidung der positiven Electrode mit Palladiumschwarz wird sofort abgestossen; die sich bildende Oxydschicht blättert den schwarzen Ueberzug vollständig ab.

Von anderen Gasen habe ich am Palladium noch wirken lassen Chlor, Kohlenoxyd, Aethylen und Schwefelwasserstoff.

Chlor wirkt gleich mit den ersten Spuren, welche in die Flüssigkeit eintreten und von ihr absorbirt werden, stark negativ. Als die Flüssigkeit mit Chlor gesättigt war, zeigte sich die electromorische Kraft:

$$Zn \mid Pd, Cl = 2{,}04 \text{ D},$$

1) Philos. Mag. (4) XXXVIII. p. 243.
2) ib. XXXIX. p. 52.
3) Jahresber. d. Frankf. ph. Ver. 1875—1876. p. 23.

bei längerem Stehen der Combination stieg sie sogar noch, aber nur um ein Geringes. Hiernach ist dann:

$$Pd \mid Pd, Cl = 0{,}76 \text{ D.}$$

Der Versuch, durch Electrolyse von Salzsäure das Palladium mit Chlor zu polarisiren, musste als unnütz aufgegeben werden. Schon das von aussen her in das Gaselement eingeführte Chlorgas griff das Palladium an und bräunte das Metall sowohl als die Flüssigkeit nach einiger Zeit; bei der Electrolyse aber begann dieser Angriff sofort in heftiger Weise, auch ein Ueberzug von Palladiumschwarz wurde sofort abgestossen.

Aethylen und Kohlenoxydgas in die die eine Palladiumplatte enthaltende Röhre eingeführt, polarisiren dieselbe beide positiv und zwar fand ich nach Einführung des Aethylens die Werthe:

$$1{,}22 \quad 1{,}24 \quad 1{,}23,$$
$$\text{im Mittel } Zn \mid Pd, C_2H_4 = 1{,}23 \text{ D},$$

und nach Einführung des Kohlenoxydgases:

$$1{,}05 \quad 1{,}06,$$
$$\text{im Mittel } Zn \mid Pd, CO = 1{,}05 \text{ D.}$$

Hiernach ist dann:

$$Pd, C_2H_4 \mid Pd = 0{,}05 \text{ D},$$
$$Pd, CO \mid Pd = 0{,}23 \text{ D.}$$

Wurde Schwefelwasserstoffgas in das Rohr eingeführt, so erhielt ich gleich nach Eintrit der ersten Blasen die Spannungsdifferenz:

$$Zn \mid Pd, H_2S = 0{,}88 \text{ D.}$$

Wurde die Flüssigkeit mit immer neuen Gasmengen geschüttelt, so dass sie sich mit dem Gase sättigte, so veränderte sich diese Differenz fast nicht, ich erhielt nach zweimal erfolgter neuer Füllung:

$$0{,}87 \text{ und } 0{,}87,$$

so dass sich ergibt:

$$Pd, H_2S \mid Pd = 0{,}41 \text{ D.}$$

Die Kohlen, mit denen ich experimentirt habe, sind vierkantige, aus Retortenkohle geschnittene Stäbe, wie sie für die electrischen Lampen gebraucht werden. Sie sind von grosser Härte und sehr dichtem Gefüge. Die Kohlen wurden durch Auskochen in Salpetersäure, in Wasser und endlich in verdünnter Schwefelsäure, in der sie dann erkalteten, gereinigt. Sollten sie in verdünnter Salzsäure statt in Schwefelsäure gebraucht werden, so war auch diese Flüssigkeit die letzte, in der sie ausgekocht wurden. Die verschiedenen Stäbe wurden durch diese Behandlung ziemlich gleichartig; wenn ich sie in verdünnte Schwefelsäure brachte und diese durch das Heberrohr mit der Zinkzelle verband, so erhielt ich folgende electromotorische Kräfte:

1,32	1,33	1,28	1,30	1,30	1,29
1,27	1,27	1,38	1,37	1,37	1,32,

im Mittel Zn | C = 1,31 D.

Zu jeder Versuchsreihe mussten neue Kohlenstücke angewandt werden, da die durch verschiedene Einwirkungen veränderten Kohlen sich nicht wieder auf ihren anfänglichen Zustand zurückführen liessen. Sauerstoff oder Wasserstoff in die Röhren, welche die Kohlen umschlossen, hineingeleitet, brachten nicht den geringsten Erfolg hervor; die electromotorische Kraft der Combination blieb ganz unverändert = Zn | C. Ebenso indifferent verhielten sich Kohlenoxyd und Aethylengas. Diese Ergebnisse stimmen nicht mit meinen früheren Erfahrungen überein, nach denen die genannten Gase auch an Bunsen'scher Kohle electromotorisch wirkten, und durch welche ich veranlasst wurde anzunehmen, dass die electromotorischen Kräfte von Gasketten, die aus verschiedenen Metall- (oder Kohlen-) platten, aber aus den gleichen Gasen zusammengesetzt würden, in einem bestimmten, von der verdichtenden Kraft, welche die Metalle auf die Gase ausübten, abhängigen Verhältnisse ständen. Die Kohlen, mit denen ich vor dreissig Jahren arbeitete, waren sehr poröse, aus Coak

und Steinkohle bereitete Batteriekohlen und ich sagte damals, der von mir für meine Kohlen gefundene Verdichtungscoëfficient sei gewiss nicht als allgemein gültig zu betrachten; andere Kohlen möchten sich anders verhalten. Bei den jetzt gebrauchten ist also von einer solchen Proportionalität überhaupt gar keine Rede, die angewandten Gase mussten auf der Kohle gar keine Verdichtung erfahren haben. Um diese etwas unwahrscheinliche Thatsache genauer zu prüfen, schnitt ich aus solcher Retortenkohle zwei regelmässige Stücke, deren jedes einen Querschnitt von 0,5 × 0,5 qcm und eine Länge von 1 cm, also einen Cubikinhalt von 0,25 ccm hatte. Diese Kohlenstücke wurden stark ausgeglüht und dann in Ammoniakgas gebracht, welches in Maassröhren über Quecksilber abgesperrt war. Nachdem die alte Temperatur völlig wieder hergestellt war, hatte das Volumen des Ammoniakgases um eine Kleinigkeit, die sich bei der veränderten Gestalt des Meniscus nicht scharf bestimmen liess, zugenommen. Hätte die Zunahme 0,25 ccm betragen, so wäre das ein Beweis, dass in der That gar kein Gas absorbirt war; immerhin zeigten die Versuche, dass die Retortenkohle selbst von diesem Gase, das andere Kohlensorten so lebhaft absorbiren, so gut wie nichts aufgenommen hatte.

Ganz anders verhielt sich die Kohle gegen Chlor. Dieses Gas wurde so lange in die Röhre des Elementes hineingeleitet, bis es nicht mehr vollkommen absorbirt wurde, dann wurde wieder die Verbindung der Leitungsflüssigkeit mit der Zinkzelle hergestellt und wurden folgende Spannungsdifferenzen gefunden:

$$1{,}97 \quad 1{,}97 \quad 1{,}94 \quad 2{,}01$$

$$\text{im Mittel } \mathrm{Zn} \mid \mathrm{C},\ \mathrm{Cl} = 1{,}97\ \mathrm{D},$$

so dass sich ergibt:

$$\mathrm{C} \mid \mathrm{C},\ \mathrm{Cl} = 0{,}69\ \mathrm{D}.$$

Wurde das Chlor nicht von aussen her in die Röhre eingeführt, sondern durch Electrolyse verdünnter Salzsäure

gleich an der Kohlenelectrode entwickelt, so ergaben sich noch grössere electromotorische Kräfte, nämlich:

$$\text{im Mittel } \mathrm{Zn} \mid C_{Cl} = 2{,}19 \text{ D.} \qquad 2{,}13 \quad 2{,}25 \quad 2{,}18$$

Bei länger dauernder Polarisation hat Macaluso noch grössere Werthe beobachtet.

Dass Kohlenelectroden durch Electrolyse in verdünnter Schwefelsäure sehr stark polarisirt werden, ist schon bekannt; namentlich hat neuerdings Dufour[1]) hierauf aufmerksam gemacht. Ich fand die Polarisationsgrösse für beide Electroden zusammen:

$$\text{im Mittel } C_H \mid C_O = 2{,}07 \text{ D.} \qquad 2{,}08 \quad 2{,}21 \quad 1{,}96 \quad 2{,}04$$

Für die Polarisation der negativen Electrode wurde nach Herstellung der Verbindung mit der Zinkzelle gefunden:

$$\text{im Mittel } \mathrm{Zn} \mid C_H = 0{,}26 \text{ D,} \qquad 0{,}27 \quad 0{,}26$$

für die der positiven:

$$\text{im Mittel } \mathrm{Zn} \mid C_O = 2{,}27 \text{ D.} \qquad 2{,}16 \quad 2{,}38$$

Durch directe Vergleichung wurde ferner gefunden die Kraft zwischen reiner Kohle und mit Wasserstoff polarisirter:

$$\text{im Mittel } C_H \mid C = 1{,}09 \text{ D} \qquad 1{,}07 \quad 1{,}11$$

und zwischen reiner Kohle und mit Sauerstoff polarisirter:

$$\text{im Mittel } C \mid C_O = 1{,}05 \text{ D,} \qquad 1{,}07 \quad 1{,}04$$

woraus sich dann ergeben würde:

$$C_H \mid C_O = 2{,}14 \text{ D,}$$

während direct 2,07 gefunden worden war.

Wenn ich die Kohlenelectroden, an denen die Electrolyse stattgefunden hatte, stehen liess, so nahm ihre

1) Bull. Soc. Vand. (2) XIX. p. 63. 1876; Beiblätter I. p. 573.

Spannungsdifferenz gegen reine Kohle nur langsam und unvollkommen ab. Die Kohle, an der der Wasserstoff entwickelt worden war, zeigte noch nach 24 Stunden Spannungsunterschiede gegen reine Kohle im Betrage von etwa 0,6 D, die, an der Sauerstoff entwickelt worden war, solche von etwa 0,3 D. Offenbar waren aber in den Kohlen anderweite chemische Veränderungen vorgegangen, in der negativen wahrscheinlich Reductionen trotz aller Reinigung noch eingemischter Metalloxyde, an der positiven umgekehrt Oxydationen. Eine zwischen Kohlenelectroden vorgenommene Electrolyse von verdünnter Schwefelsäure lieferte in derselben Zeit, in welcher an Platinelectroden 27,36 ccm Wasserstoff durch denselben Strom ausgeschieden wurden, 26,86 ccm Wasserstoff, aber nur 1,71 ccm Sauerstoff. Zur Reduction war also nur sehr wenig Wasserstoff verbraucht worden; um so mehr Sauerstoff zur Oxydation, und zwar ist es die Kohle selbst, welche oxydirt wird; es bildet sich Kohlensäure und Kohlenoxydgas. Wenn, wie im vorstehenden Versuche, kleine Gasmengen aus grossen Massen von Leitungsflüssigkeit abgeschieden werden, so wird die Kohlensäure ganz absorbirt. Entwickelt man aber durch lange fortgesetzte Electrolyse einer neutralen Salzlösung (z. B. Glaubersalz) grössere Gasmengen, so enthält das über der Flüssigkeit gesammelte Gas noch bedeutende Mengen freier Kohlensäure, welche durch Schütteln mit Aetzkali entfernt werden kann. Der Rest des Gases erweist sich als Kohlenoxydgas. Das Verhältniss beider Gase zueinander scheint von der Stromdichte abzuhängen.[1]) Dabei wird die Kohlenanode heftig angegriffen und es wird reichlich Kohlenpulver von ihr losgestossen, ähnlich wie

1) Ich glaubte anfangs, infolge des gänzlichen Verschwindens des Gases bei meinem ersten Versuche, dass die Kohle selbst gar nicht oxydirt werde. Eine zufällige Mittheilung des Hrn. Ingenieur Laurent aus Belfort, welcher das Auftreten von Kohlenoxyd und Kohlensäure bei der Electrolyse an Kohlenelectroden beobachtet hatte, veranlasste mich, meine Versuche in grösserem Maassstabe zu wiederholen. Ich werde sie noch weiter fortsetzen.

das Palladiumpulver von der sich oxydirenden Palladiumplatte losgestossen wurde. Die Oberfläche der Kohle färbt sich dabei tief blau. Bei der Chlorentwickelung an einer Kohlenelectrode hat Macaluso ebenfalls diese Zerstörung der Kohle beobachtet.

Wieder anders war endlich das Verhalten der Kohle gegen Schwefelwasserstoff. Nachdem ebenso, wie früher beim Palladium, einige Gasblasen an die Kohle getreten waren, zeigte sich gar keine Veränderung in deren electromotorischer Stellung. Als die verdünnte Schwefelsäure wiederholentlich mit neuen Schwefelwasserstoffmengen geschüttelt worden, rückte die Kohle dem positiven Ende der Spannungsreihe immer näher. Es war nämlich beobachtet für Zn | C, H_2S:

anfänglich	1,29
nach der zweiten Füllung	1,13
nach der dritten Füllung	1,04
nach der vierten Füllung	1,02.

Die electromotorische Kraft näherte sich also mit der Sättigung der Lösung einem Grenzwerthe, der etwa:

$$Zn \mid C, H_2S = 1{,}02\ D$$

zu setzen ist, so dass:

$$C, H_2S \mid C = 0{,}29\ D$$

wird.

Die electromotorischen Kräfte, welche durch Wasserstoff, Schwefelwasserstoff, Kohlenoxyd und Aethylen am Palladium erregt wurden, zeigen in der That wieder eine ähnliche Proportionalität, wie ich sie früher für alle Metalle vermuthet hatte. Ich stelle in der folgenden Tabelle die früher für Platin und die jetzt für Palladium gefundenen Werthe nebeneinander, und berechne die am Palladium zu erwartenden Kräfte aus den am Platin beobachteten, indem ich letztere mit dem Verhältnisse Pd | Pd, H : Pt | Pt, H = 0,59 : 0,81 = 0,73 multiplicire.

	Pt gefunden.	Pd gefunden.	Pd berechnet.
H	0,81	0,59	0,59
H_2S	0,69	0,42	0,50
CO	0,28	0,23	0,20
N_2H_4	0,06	0,05	0,04
Metall	0	0	0

Für die Retortenkohle ist dagegen nichts ähnliches zu bemerken, sie wurde überhaupt nur unter dem Einflusse der grösseren Löslichkeit der Gase oder unter dem der electrolytischen Polarisation in ihrem Zustande verändert. Den Factor 0,73 als Condensationscoëfficienten für Palladium zu bezeichnen, haben wir übrigens kein Recht mehr, seitdem wir wissen, dass Palladium den Wasserstoff sehr viel stärker condensirt, als Platin.

Aus den gewonnenen Resultaten ist nun Folgendes ersichtlich: Gegen Chlor verhalten sich Platin, Palladium und Kohle ganz gleich, ja sogar die numerischen Werthe, welche für die electromotorischen Kräfte Zn | Pt, Cl; Zn | Pd, Cl und Zn | C, Cl gefunden worden sind, stehen einander sehr nahe, sie betragen der Reihe nach 2,08; 2,04; 1,97 D. Hierbei ist noch abgesehen von den Werthen, welche bei electrolytischer Entwickelung des Chlors erhalten wurden, weil der dabei stattfindende Angriff der Electroden den Vergleich unsicher macht. Die fast vollkommene Uebereinstimmung zwischen Pt, Cl und C, Cl hat auch Macaluso schon bemerkt.[1]) Es sieht so aus, wie wenn die in die Chlorlösung tauchende Platte lediglich als Leiter dient, und in der That kann man hier nicht von der electromotorischen Kraft reden, welche ein Gas erregt, sondern wir haben es einfach mit der electromotorischen Wirkung einer Flüssigkeit zu thun, welche mit dem Grade der Concentration der Flüssigkeit wächst.

Das Schwefelwasserstoffgas ist von ähnlicher Löslichkeit im Wasser wie Chlor. Dennoch verhält es sich an-

1) a. a. O. p. 362.

ders gegen Platin und Palladium, als gegen Retortenkohle. Die letztere tritt wieder nur als ein Körper auf, der in eine Lösung getaucht ist, von der er um so stärker electrisch erregt wird, je concentrirter die Lösung ist. Platin und Palladium werden schon durch die ersten Gasmengen stark erregt, sie entziehen dieselben offenbar der Flüssigkeit, um sie in oder auf sich zu verdichten.

Die übrigen in Betracht gezogenen Gase sind sehr wenig in Wasser löslich. Allerdings wird in der gewöhnlichen Form der Gasbatterie auch von ihnen zunächst etwas in der Leitungsflüssigkeit gelöst werden müssen, um wirksam zu werden; aber diese Menge ist zu geringfügig, um die Lösung wesentlich anders auf die Leiterplatte einwirken zu lassen, als die Flüssigkeit, welche gar kein Gas absorbirt hat. In diesen Fällen muss noch etwas Neues hinzukommen, um eine Spannungsdifferenz zu erzeugen, nämlich entweder eine Affinität (oder überhaupt eine Wirkung von Molecularkräften, durch welche die Gase sich der Metallplatte einverleiben), oder die Wirkung eines electrolysirenden Stromes, welcher die Gase entweder ebenfalls in das Metall hineindrängt oder auf der Oberfläche desselben condensirt. Am Palladium zeigt der Wasserstoff dieses Eindringen im höchsten Maasse, am Platin in geringerem, an der Retortenkohle gar nicht. Die Nachhülfe der galvanischen Polarisation ist am Palladium ganz überflüssig, am Platin ist sie förderlich, an der Kohle nothwendig um eine Spannungsdifferenz zu erzeugen. In gleicher Art wie Wasserstoff wirken Kohlenoxyd und Aethylen, aber weit schwächer. Wenn wir dieselben durch galvanische Polarisation verdichten könnten, so würde das in allen drei Fällen nützlich, bei der Kohle sogar nothwendig sein. Der Schwefelwasserstoff steht in Bezug auf sein Verhalten gegen Platin und Palladium dem Wasserstoff, infolge seiner Löslichkeit dem Chlor nahe.

Ich habe einen Versuch angestellt um zu erfahren, ob nicht auch das Chlor, das doch die Oberfläche der Metalle so leicht angreift, vielleicht in merklicher Weise

in dieselben ein- oder durch sie hindurchdringe. Ganz ähnlich, wie es bei dem Versuche von Root geschah, wurden zwei Glasgefässe auf die beiden Seiten eines breit überstehenden Palladiumbleches *b* gekittet. Beide Gefässe wurden mit verdünter Salzsäure gefüllt und in beide Palladiumelectroden, *a* und *c*, getaucht. Zwischen *a* und *b* wurde ein Strom geschlossen, so dass sich auf der *a* zugewandten Seite von *b* Chlor entwickelte. Andererseits konnten *b* und *c* durch momentane Schlüsse mit dem Galvanometer verbunden werden. Zu meiner Verwunderung zeigte sich nach einiger Zeit eine electrische Differenz, in der aber nicht *b*, sondern *c* negativ erschien. Von dem sich entwickelnden Chlorgas waren durch die Atmosphäre hindurch Spuren an die Oberfläche der Flüssigkeit im anderen Gefässe und dadurch zunächst an die Electrode *c* gelangt. Dass auch am Platin geringe Spuren von Chlor sofort electromotorisch wirken, hat schon Macaluso bemerkt, und ich bin jetzt der Meinung, dass das Sauerstoffgas, welches ich für meine ersten Messungen an Gasbatterien benutzte und aus chlorsaurem Kali dargestellt hatte, immer noch Spuren von Chlor mitgeführt hat, wiewohl ich glaubte, es durch Waschen hinreichend gereinigt zu haben, denn mit electrolytisch dargestelltem Sauerstoff gelingt es mir ebenso wenig Platin wie Palladium electromotorisch zu erregen. Ich veränderte meinen Apparat nun so, dass ich ihm die Gestalt eines U-förmigen Rohres gab, dessen 80 cm langer horizontaler Theil in der Mitte durch ein Palladiumblech in zwei Hälften geschieden wurde. Ich füllte zunächst beide Seiten mit verdünnter Schwefelsäure und entwickelte an der der Platte *a* gegenüberliegenden Seite von *b* Wasserstoff und zwar nur durch einen wenige Secunden dauernden Schluss. Sehr bald wurde die Wirkung des Wasserstoffes durch das Palladium hindurch merklich, die Platte *b* wurde auch auf der Rückseite positiv. Lange darf man den Versuch nicht fortsetzen, denn das Blech krümmt sich so stark, dass es bald von der Kittung losgerissen wird. Nun wurde ein neu hergerich-

tetes Rohr mit verdünnter Salzsäure gefüllt. Die lange Flüssigkeitsschicht liess gar nichts von dem sich entwickelnden Chlor entweichen, die Electrode *c* blieb auch völlig indifferent, bis die Platte *b* gänzlich durchfressen war. Um diesen Moment etwas genauer zu fixiren, füllte ich die verticalen Theile der U-förmigen Röhre bis zu möglichst verschiedenen Höhen mit der Flüssigkeit und wiederholte den Versuch. Wieder blieben *b* und *c* indifferent gegeneinander; plötzlich schlug der Galvanometerspiegel heftig aus, aber in diesem Moment begann auch die Flüssigkeit, sich auf beiden Seiten ins Gleichgewicht zu setzen. Nach diesen Versuchen dringt das Chlor nicht in ähnlicher Weise in das Palladium ein, wie der Wasserstoff.

Ich glaube hiernach behaupten zu dürfen, dass wir es streng genommen mit einer electromotorischen Kraft der Gase überhaupt nie zu thun haben, sondern entweder mit Spannungsdifferenzen, welche durch verschiedenartige Leitungsflüssigkeiten hervorgerufen werden, oder mit Veränderungen der Metalle durch solche Gase, welche ihren gasförmigen Zustand durch Occlusion in Metallen oder durch Condensation an deren Oberfläche ganz aufgegeben haben, denn eine wirklich cohaerente Gasschicht, welche einen metallischen Leiter überzöge, würde ja denselben von der Leitungsflüssigkeit isoliren. —

Ich füge hier noch die Beschreibung eines Versuches bei, den ich schon vor längerer Zeit angestellt habe, um mir über die Wirksamkeit der Gase in der Gasbatterie Rechenschaft zu geben. Gaugain hat in der oben erwähnten Arbeit die Ansicht vertreten, die electromotorische Kraft der Gasbatterie sei lediglich der Verwandtschaft zuzuschreiben, mit welcher der Sauerstoff des Wassers und der durch das Platin condensirte Wasserstoff auf einander wirken. Ich habe hiergegen eingewandt, dass doch dieser Satz verallgemeinert werden müsse, da auch andere Gase electromotorisch wirken; er müsse also etwa so heissen: ein Gas wirkt dadurch electromotorisch, dass es sich unter katalytischer Mitwirkung des Platins mit

einem Elemente des Wassers verbindet.[1]) Ob dieser Satz richtig ist, kann man nun durch folgenden Versuch erfahren. Ich füllte zwei Röhren, in deren jeder sich eine Platinplatte befand und welche wie gewöhnlich verdünnte Schwefelsäure enthielten, in einem dunklen Zimmer mit Chlor. Beide Platinplatten zeigten keine Spannungsdifferenz. Nun deckte ich über die eine Röhre eine gelbe Glasglocke und liess das Tageslicht auf beide Röhren fallen. Gewiss wurde jetzt die Einwirkung des Chlors auf den Wasserstoff des Wassers in der freien Röhre kräftiger, als in der gedeckten, es wurde aber keine Spannungsdifferenz sichtbar. Der oben ausgesprochene Satz ist demnach für Chlor gewiss unhaltbar. Für Wasserstoff ist er wohl noch weniger anwendbar, da sonst die Affinität des Wasserstoffs am Platin zum Sauerstoff des Wassers grösser sein müsste, wie die des Sauerstoffs zu dem an denselben bereits gebundenen Wasserstoff.

Endlich bemerke ich noch in Bezug auf die schon von G. Wiedemann[2]) in Zweifel gezogene Angabe Graham's, dass mit Wasserstoff beladenes Palladium stark magnetisch sei, dass es mir niemals geglückt ist, irgend eine Einwirkung des Wasserstoffpalladiums auf das Magnetometer wahrzunehmen.

Nachdem die vorstehende Mittheilung der k. Akademie übergeben war, ist mir das Aprilheft des Philosophical Magazine zugekommen, in welchem Hr. Morley eine in Prof. Forster's Laboratorium ausgeführte Untersuchung über Grove's Gasbatterie veröffentlicht. Morley kennt nur die älteren Arbeiten von Grove und Schönbein und die neueren von Gaugain. Die meinigen scheinen ihm nicht zu Gesicht gekommen zu sein.

Morley bestreitet ebenfalls die Ansicht, dass der Sitz der electromotorischen Kraft in Gasbatterien die Be-

1) Pogg. Ann. CXXXII. p. 458.

2) Galvanismus, 2. Aufl. I. p. 528; vgl. auch Blondlot, Beibl. I. p. 634.

rührungsstelle von Metall, Flüssigkeit und Gas sei, er kommt aber zu dem Resultat, das ich in vorstehender Mittheilung ebenfalls nicht als allgemein gültig erklärt habe, dass der ganze Strom der Gasbatterie den aufgelösten Gasen seine Entstehung verdanke. Er lässt dabei auch die Ansicht nicht gelten, dass die allmähliche Stromabnahme einer geschlossenen Gasbatterie der eintretenden Polarisation zuzuschreiben sei, sondern sucht deren Grund lediglich in der Abnahme des in der Flüssigkeit aufgelösten Gasvolumens. Da er indess die electromotorischen Kräfte nicht durch momentane Stromschlüsse misst, wie Gaugain und ich es gethan haben, sondern dieselben aus der bei dauerndem Stromschluss beobachteten Stromstärke und dem Widerstande berechnet, so ist es nicht möglich, die primären Wirkungen von den secundären gesondert aus seinen Messungen herauszuerkennen. Dass eine derartige Vermischung nicht vermieden ist, zeigt auch der Satz, zu welchem Morley gelangt: dass die electromotorische Kraft der Gasbatterie nicht constant ist, sondern mit dem Widerstande steigt.

München, im Mai 1878.

II. *Ueber die galvanischen Ströme, welche beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren erzeugt werden; von E. Dorn.*

Obwohl sich in letzter Zeit mehrere Physiker mit den von Hrn. Zöllner[1]) entdeckten electrischen Strömen beschäftigt haben, welche beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren entstehen, ist doch ihre Abhängigkeit von den bedingenden Ursachen und der Grund der Erscheinung noch nicht mit hinreichender Sicherheit festgestellt.

1) Pogg. Ann. CXLVIII. p. 640.

Dass die Intensität dieser Ströme im allgemeinen mit dem Widerstande der Flüssigkeit zugleich abnimmt und von ihrer Beschaffenheit überhaupt abhängig ist, habe ich selbst[1]) gezeigt, und Hr. Edlund[2]) und Hr. Haga haben dies Resultat bestätigt.

Nach Hrn. Edlund ist die electromotorische Kraft der Entfernung der Electroden (ceteris paribus) proportional, und die Beobachtung der Hrn. Haga und Clark, dass für Röhren, die den Bedingungen des Poiseuille'schen Gesetzes genügen, die electromotorische Kraft für denselben Druck bei Verkürzung der Röhre ungeändert bleibt, ist von Hrn. Edlund mit Zugrundelegung seines Resultates erklärt.

Widersprechend sind hingegen die Resultate in Bezug auf den Querschnitt der Röhre. Während nach Hrn. Edlund die electromotorische Kraft demselben umgekehrt proportional sein sollte, vermuthete Hr. Haga auf Grund theoretischer Betrachtungen, dass sie für hinreichend enge Röhren dem Radius umgekehrt proportional sei, konnte aber nur einmal eine bestätigende Beobachtung erlangen. Hr. Clark konnte nur die Abnahme mit wachsendem Querschnitt erkennen.

Hr. Edlund findet die electromotorische Kraft für kleinere Geschwindigkeiten diesen selbst, für grössere ihrem Quadrate annähernd proportional. Bei Röhren, welche den Bedingungen des Poiseuille'schen Gesetzes genügen, ist die electromotorische Kraft nach Hrn. Haga dem Drucke proportional.

Hr. Haga und Hr. Clark constatirten ferner bei engen Röhren eine Aenderung der electromotorischen Kraft nach Ueberziehung der inneren Wand mit verschiedenen Substanzen.

---

1) Pogg. Ann. CLX. p. 70.

2) Bei der Uebersichtlichkeit, mit der Hr. Edlund (Wied. Ann. I. p. 191 u. III. p. 489), Hr. H. Haga (Wied. Ann. II. p. 335) und Hr. J. W. Clark (ebenda p. 346) ihre Resultate zusammenfassen, darf ich mir wohl ein Citiren an jeder einzelnen Stelle ersparen.

Hr. Edlund will dies auf eine Verringerung des Querschnittes zurückführen und leugnet einen Einfluss der Beschaffenheit der Röhrenwand ganz, wobei er auf einige Versuche von mir selbst an weiteren Röhren Bezug nimmt.[1]) Hierauf komme ich später ausführlicher zurück, bemerke aber, dass der Einwand von Hrn. Edlund nicht stichhaltig ist gegenüber der von Hrn. Clark hervorgehobenen Aenderung der electromotorischen Kraft mit der Zeit, wenn zwischen den Versuchen die Röhre mit ruhendem oder fliessendem Wasser gefüllt bleibt. Denn hier kann von einer Aenderung des Querschnittes nicht die Rede sein.

Was endlich den Grund der Erscheinung betrifft, so sucht Hr. Edlund dieselbe durch seine unitarische Theorie der Electricität zu erklären, während Hr. Clark den Sitz der electromotorischen Kraft in die Grenzfläche von Flüssigkeit und fester Röhrenwand verlegt.

Ich selbst habe schon im October v. J., also vor dem Erscheinen der Arbeiten der Hrn. Haga und Clark, eine Reihe von Beobachtungen über die in Rede stehenden Erscheinungen begonnen, ohne bisher zu einem definitiven Abschluss gelangen zu können. Wenn ich trotzdem aus denselben hier Einiges mittheile, so thue ich es, weil es mir geeignet scheint, die von Hrn. Edlund gegen Hrn. Clark erhobenen Einwürfe zu erledigen, indem meine Beobachtungen sich gerade auf weitere Röhren beziehen.

1. Die Anordnung meiner Versuche war folgende. Vier Kupferballons von der in Mineralwasserfabriken üblichen Form (mit 2 durch Hähne verschliessbaren Röhren) waren der Reihe nach untereinander verbunden. Der erste, von etwa 25 l Inhalt, nahm die zu untersuchende Flüssigkeit auf. Bis zu seinem Boden herab reichte ein Rohr mit einem Hahne von weiter Bohrung, woran durch einen Gummischlauch mit Hanfeinlage die Glasröhren, mit denen experimentirt wurde, befestigt werden konnten. Die drei

1) Pogg. Ann. CLX. p. 71.

andern Ballons hielten jeder nahezu 45 Liter. Der letzte derselben war mit der Wasserleitung der Stadt verbunden, deren Druck am Orte der Versuche etwa $2^1/_2$ Atmosphären betrug. Oeffnete man den Hahn nach der Wasserleitung, so wurde die Luft comprimirt; war der letzte Ballon voll Wasser gelaufen, so wurde er nach Absperrung der Leitung und des vorhergehenden entleert und die Operation wiederholt, bis ein genügender Druck erreicht war. Ein Eindringen des Leitungswassers bis in den kleinen Ballon war nicht möglich, da ja noch 2 Ballons dazwischen lagen. Der Druck wurde durch ein Quecksilbermanometer gemessen, das mit Hülfe eines *T*-Rohres zwischen dem ersten und zweiten Ballon eingeschaltet war. Die Abnahme des Druckes war wegen des grossen Volumens der comprimirten Luft, ca. 90—100 l, auch bei weiteren Röhren nur mässig.

Da mir ein geeignetes Electrometer nicht zur Verfügung stand, benutzte ich ein Galvanometer von 10000 Windungen mit einem astatischen Nadelpaar, dessen Bewegung infolge der Dämpfung durch den Kupferrahmen vollkommen aperiodisch war. Seine Empfindlichkeit, die ich fast vor jeder Beobachtungsreihe bestimmte, änderte sich in Monaten nur um wenige Procente und war derart, dass 1 mm Ablenkung durch 1 Daniell bei etwa 1100 Millionen Quecksilbereinheiten Widerstand erzeugt worden wäre.

Ich habe mich direct überzeugt (was bei Benutzung grosser Stöpselrheostaten und geeigneter Nebenschliessungen leicht ausführbar ist) dass innerhalb der benutzten 110 Scalentheile von der Ruhelage aus die Ablenkung der Stromstärke bis auf Bruchtheile von Procenten proportional ist. So erhielt ich an 3 verschiedenen Tagen für die einfache und doppelte Stromstärke die Ablenkungen:

55,17 110,87 55,23 110,46
55,17 110,22.

Es wurde stets der Stand bei ruhendem Wasser, bei strömendem und wieder bei ruhendem Wasser abgelesen; vor und nach der Beobachtung auch das Manometer. Mit

Hülfe einer geeigneten Wippe konnte ein Normaldaniell in den Stromkreis eingeführt werden. Es wurde bei ruhendem Wasser der Stand des Galvanometers beobachtet, wenn dieses mit der Röhre allein einen geschlossenen Stromkreis bildete, dann, wenn das Daniell noch dazu eingeschaltet war, und endlich wieder nach seiner Ausschaltung.

2. Die Ablenkung, welche durch das strömende Wasser erzeugt wird, ist verringert durch die Polarisation, indessen genügen obige Beobachtungen, die electromotorische Kraft zu ermitteln, die infolge der Wasserbewegung entsteht. Hingegen sind sie nicht ausreichend, um die Ablenkung aufzusuchen, welche ohne Polarisation eingetreten wäre, oder den Widerstand des Wassers zu bestimmen, und Hr. Edlund stellt zu dem Ende noch eine Beobachtung mit dem von ihm erfundenen Depolarisator[1]) an.

Mir scheint es vortheilhafter, die electromotorische Kraft aufzusuchen, da man dazu nur 2 Beobachtungen braucht und nicht mehr Voraussetzungen zu machen nöthig hat, als im andern Falle.

Für die hier in Betracht kommenden schwachen Ströme hat bereits Hr. Edlund nachgewiesen, dass die in einer kurzen Zeit (28 Secunden) entstehende Polarisation der Stromstärke proportional ist, und dass die Polarisation nicht durch das Vorbeiströmen der Flüssigkeit an den Electroden geändert wird.[2])

Selbstverständlich habe ich nicht unterlassen, auch für meine Apparate diese Sätze zu verificiren, was übrigens auch ohne Anwendung des Depolarisators geschehen kann.

In Taf. I Fig. 1 sei D das Daniell'sche Normalelement, U und U_1 Siemens'sche Universalwiderstandskasten, G das Galvanometer, R die Röhre mit der Flüssigkeit. Man findet die Potentialdifferenz der Punkte a und b leicht:

---

1) Pogg. Ann. CLVI. p. 273.
2) Wied. Ann. I. p. 165.

$$P = \frac{D w_1 w_2 - p w_1 w}{w_1 w_2 + w_2 w + w w_1},$$

wo D und p die electromotorische Kraft des Daniell und der Polarisation. Da nun w und w_1 höchstens 10000 Quecksilbereinheiten, w_2 aber wenigstens 5 Millionen, so ist die Potentialdifferenz mit hinreichender Näherung:

$$P = \frac{D w_1}{w + w_1},$$

d. h. ebenso, wie wenn der Zweig w_2 gar nicht vorhanden wäre.

Indem man w und w_1 in geeigneter Weise variirt, kann man genau abgestufte electromotorische Kräfte auf die Electroden in der Röhre polarisirend wirken lassen.

Die Stromstärke in w_2 wird:

$$i_2 = \frac{D w_1 - p(w + w_1)}{w_1 w_2 + w_2 w + w w_1}$$

oder mit derselben Annäherung wie oben:

$$i_2 = \frac{D}{w_2} \frac{w_1}{w + w_1} - \frac{p}{w_2} = \frac{P - p}{w_2}.$$

Stellt man nun ferner, wenn das Galvanometer seine grösste Ablenkung erreicht hat, durch Umlegen einer Wippe einen Stromkreis her, der nur Galvanometer und Röhre enthält, so ergibt sich ein Ausschlag nach der andern Seite:

$$i_2'' = \frac{-p + \pi}{w_2},$$

wo π denjenigen Theil der Polarisation bedeutet, der während der Bewegung der Galvanometernadel nach der andern Seite verschwindet.

Die Galvanometernadel beschreibt nach dem Umlegen der Wippe somit einen Bogen, entsprechend:

$$i_2' = i_2 - i_2'' = \frac{P - \pi}{w_2}.$$

An der Röhre XV', welche den geringsten Widerstand und die kleinsten Electroden besass, also am ungünstigsten war, beobachtete ich mit dem bei den meisten Versuchen benutzten destillirten Wasser:

$P =$	i_2 beob.	i_2 beob.	i_2 ber.	Diff.	i_2 ber.	Diff.
$^1/_8 D$	16.77	16.73	16.74	−0.03	16.93	−0.20
$^1/_4 D$	27.87	28.07	27.90	−0.03	28.21	−0.14
$^1/_2 D$	41.67	42.17	41.85	−0.18	42.32	−0.15
$1 D$	83.87	85.13	83.70	−0.18	84.64	−0.49

Diese Zahlen zeigen, dass die electromotorische Kraft der Polarisation und auch π der erzeugenden electromotorischen Kraft P proportional sind, da sich die Stromstärken wie die P verhalten, also $p = P'f$, $\pi = P'q$, wo f und q eine Constante. Die Abweichung beträgt nur Bruchtheile eines Procentes, wie die Vergleichung der beobachteten Werthe mit den unter dieser Voraussetzung aus dem Mittel berechneten ergibt.

Andere bestätigende Beobachtungen, die ich noch oft gemacht habe, mitzutheilen, halte ich nicht für erforderlich.

Als ich ferner eine Röhre von der Taf. I Fig. 2 dargestellten Form benutzte, erhielt ich:

Wasser	i_2	i_2'
ruhend	40,5	42,1
strömend	39,8	42,4

also merklich dieselbe Ablenkung, obgleich im zweiten Falle das Wasser an einer Electrode mit grosser Schnelligkeit vorbeiströmte.

Dieses Resultat berechtigt zu der Annahme, dass die durch das Strömen des Wassers erzeugte electromotorische Kraft E eine Polarisation:

$$e = E.f$$

zur Folge haben wird, wo f denselben Factor bedeutet, wie in dem Falle ruhenden Wassers und der Anwendung eines galvanischen Elementes als polarisirender Ursache.

Beobachtet man also bei strömendem Wasser A (und A')[1] und dann mit dem Normaldaniell i_2 (und i_2'), so hat man:

1) A' ist i_2' analog, d. h. es bedeutet den Bogen, welchen die Galvanometernadel nach Aufhören der Strömung bei geschlossen bleibendem Stromkreise beschreibt. Ebenso entspricht s dem π.

$$A = \frac{E-e}{w_2} = \frac{E(1-f)}{w_2}; \qquad A' = \frac{E-\varepsilon}{w_2} = \frac{E(1-\varphi)}{w_2},$$

$$i_2 = \frac{D-p}{w_2} = \frac{D(1-f)}{w_2}; \qquad i_2' = \frac{D-\pi}{w_2} = \frac{D(1-\varphi)}{w_2},$$

also:

$$E = D.\frac{A}{i_2} = D\frac{A'}{i_2'}.$$

Schon die oben mitgetheilten Beobachtungen zeigen, dass f und φ sich nur wenig unterscheiden.

Es würde aber voreilig sein, hieraus zu schliessen, dass die Polarisation überhaupt klein sei. Vielmehr fand ich mit Hülfe eines Depolarisators bei der schon genannten Röhre XV′ für destillirtes Wasser $f = 0{,}187$, $\varphi = 0{,}171$. Die Zeitdauer bis zur Erreichung der grössten Ablenkung war etwa 20 Secunden; als ich ein weit weniger empfindliches Siemens'sches Galvanometer von etwa 7 Secunden Schwingungsdauer benutzte, erhielt ich:

$$f = 0{,}174, \qquad \varphi = 0{,}163.$$

Der grösste Theil der Polarisation entsteht und verschwindet sehr schnell, denn in 13 Secunden nahm sie nur um 0,013, also ca. $^1/_{13}$ des schon nach 7 Secunden erreichten Betrages zu.

Um zu prüfen, ob die benutzte Methode wirklich die electromotorische Kraft liefert, verglich ich dieselbe mit dem Resultate einer Compensationsmethode, welches von jedem Einwurf wegen der Polarisation frei ist.

Ich befestigte die Röhre I (Durchmesser 4,835 mm) direct an der Wasserleitung der Stadt und erhielt:

A	A'	i_2 [1]	i_2' [1]
36,24	45,17	750,9	932,6,

woraus:

$$E = \frac{A}{i_2} = 0{,}0483\,D, \quad \frac{A'}{i_2'} = 0{,}0484\,D.$$

Die Compensationsmethode ergab $0{,}0490\,D$.

---

1) Berechnet aus der Ablenkung bei einer geeigneten Nebenschliessung.

Wenn also schon bei dem geringen Widerstande und der starken Polarisation des Leitungswassers so gute Resultate erzielt werden, ist dies um so mehr für destillirtes Wasser zu erwarten.

Auf eine durchgängige Anwendung der Compensationsmethode wurde verzichtet, da sie schnellen Aenderungen der electromotorischen Kraft nicht zu folgen erlaubt, und in diesem Punkte dürfte ein Galvanometer mit aperiodischer Nadel auch dem Electrometer überlegen sein. Auch dürfte dieses bei so geringen electromotorischen Kräften wie beim letzten Versuch sich als unanwendbar erweisen.

3. Der Querschnitt der angewendeten Röhren wurde nach der Coulomb'schen Methode bestimmt.

I und II besassen die Taf. I Fig. 3 dargestellte Form mit 3 angeblasenen Seitenstücken, V, VI, VII (s. Taf. I Fig. 4) hatten einen seitlichen Ansatz und unten bei *b* eine angekittete Verlängerung von Platin von genau demselben Durchmesser wie das Glasrohr. Die übrigen waren einfache Röhren und wurden bei den Versuchen zwischen weitere Stücke mit seitlichen Ansätzen befestigt.

Die Dimensionen waren:

	Querschnitt qmm	Durchmesser mm	Länge mm
I	18,358	4,835	$ab = 165{,}0$
			$bc = 166{,}0$
II	12,182	3,938	$ab = 108{,}5$
			$bc = 109{,}0$
V	9,979	3,564	$ab = 153$
VI	—	ca. 2,5	$ab = 97$
VII	4,786	2,469	$ab = 68$
X XI	2,757	1,874	100,0 49,7
XII XIII	0,8376	1,033	99,9 49,7
XV	4,767	2,464	100,55
XV′	4,757	2,461	149,7
XVI	13,492	4,145	300,15

X und XI sowie XII und XIII waren zusammenstossende Stücke derselben Röhre.

4. Da die Bewegung des Wassers in Röhren eine electromotorische Kraft erzeugt, so schien es von Interesse, zu untersuchen, ob dies auch durch einen freien, ohne einschliessende Wand strömenden Wasserstrahl geschieht.

Sollen auf diese Frage gerichtete Versuche entscheidend sein, so ist eine besondere Aufmerksamkeit auf die Continuität des Wasserstrahles zu verwenden, da ohne eine solche keine Ablenkung des Galvanometers zu Stande kommen kann; zu einer Controle dieses wichtigen Punktes und zugleich zu einer ungefähren Vergleichung des Widerstandes des freien und des durch eine Röhre eingeschlossenen Wasserstrahles gelangt man, wenn man die Ablenkung durch ein Daniell'sches Element misst, von dessen Stromkreis der (freie oder eingeschlossene) Wasserstrahl einen Theil ausmacht.

Zunächst versuchte ich zwei Platindrähte an verschiedenen Stellen in den aus einer Röhre austretenden Wasserstrahl einzusenken. Als ich durch verschiedene Stellung des Wasserhahnes den Strahl einmal möglichst langsam dann mit voller Geschwindigkeit ausströmen liess, erhielt ich keinen Unterschied in der Stellung des Galvanometers. Indessen ist dieser Versuch nicht streng beweisend, da im Falle der schnelleren Strömung nicht der oben erwähnte Controlversuch für die Continuität der Leitung angestellt war.

Dann benutzte ich ein Rohr der in Taf. I Fig. 4 dargestellten Form, doch ohne den unteren Platinansatz. Eine Electrode war bei *a* eingekittet, die andere wurde dicht unterhalb der Oeffnung bei *b* in den austretenden Wasserstrahl eingesenkt.

Als das Wasser unter einem Druck von 782 mm Quecksilber ausströmte, betrug die Ablenkung 52,0 Scalentheile; bei 608 mm Druck 35,5. Jetzt wurde die Glasröhre unterhalb *a* abgeschnitten, während beide Electroden an ihrer Stelle blieben, und nun ergab sich nur eine Ablenkung

von 3,2 Scalentheilen. Ein Daniell (mit Nebenschliessung) erzeugte vor dem Abschneiden der Röhre eine Ablenkung von 19,2 Scalentheilen, nachher bei schnellem Strömen des Wassers von 6,2 Scalentheilen, was in der etwas unregelmässigen Form des Wasserstrahles seine Erklärung findet. Wäre die electromotorische Kraft bei dem freien Wasserstrahl dieselbe, wie oben bei 608 mm Druck, so hätte die Ablenkung betragen müssen $\frac{35{,}5 \cdot 6{,}2}{19{,}2} = 11{,}5$ Scalentheile, während nur 3,2 beobachtet waren. Diese konnten ebenso gut in dem noch unterhalb *a* stehen gebliebenen Stück der Röhre ihren Ursprung haben.

Um auch diese Fehlerquelle auszuschliessen, wurde die Röhre VI mit einem angekitteten Platinansatz *b* versehen, der sich an die innere Röhrenwand so genau anschloss, dass der Wasserstrahl glatt und klar austrat. Verband man die Electrode bei *a* und den Platinansatz *b* mit dem Galvanometer, so beobachtete man die Wirkung des in die Röhre eingeschlossenen Wasserstrahls, benutzte man hingegen *b* und eine in den austretenden Strahl eingesenkte Electrode *c* (wo zunächst die Entfernung $bc = ab$), so erhielt man die Ablenkung durch den freien Wasserstrahl.

Um auch im zweiten Falle die Versuche von einer kleinen Ungleichheit der Electroden *b* und *c* unabhängig zu machen, öffnete ich zuerst den Hahn ein wenig, so dass gerade ein continuirlicher Strahl von *b* bis *c* ging. Die hierbei eintretende Ablenkung gegen die Ruhelage wurde notirt und auch die Leitung des Wasserstrahles in und ausser der Röhre verglichen.

Es wurde bei diesen Versuchen auch die Entfernung *bc* geändert und endlich zur Verringerung der Ungleichheit der Electroden der Wasserstrahl nicht auf die Electrode *c* direct geleitet, sondern in einer mit Wasser gefüllten Porzellancasserole aufgefangen, in der sich *c* befand. Das hinzuströmende Wasser floss über den Rand der Casserole in den Porzellaneimer, der auch sonst zum Auffangen des Wassers diente.

Die bei schnellem Strömen mitgerissene und auch mit *c* in Berührung kommende Luft konnte keine Ablenkung verursacht haben, denn eine solche trat nicht ein, als bei langsam fliessendem Wasser (welches keine Luft bis *c* führte) Luft durch eine Röhre gegen *c* geblasen wurde. Die Resultate dieser Versuche sind in der auf p. 32 folgenden Zusammenstellung vereinigt.

Hierin ist:

ab und *bc* die Entfernung der betreffenden Electroden in Millimetern,

A, A' die Ablenkung durch Strömen des Wassers in der Röhre,

i, i' die Ablenkung durch $^1/_2$ D,

α_1 die Ablenkung bei langsamem Strömen,

A_1 und A_1' die Ablenkung bei schnellem Strömen von der Stellung bei langsamem Strömen ab gerechnet. Wo unter A_1 zwei Zahlen angegeben sind, schwankte die Ablenkung von der ersten zur letzten.

i_1 und i_1' (bei langsamem und schnellem Strömen) sind durch $^1/_2$ D. erzeugt; nur (32,9) durch $^1/_5$ D.

Die mit * bezeichneten Versuche sind mit Benutzung der Porzellancasserole angestellt, *bc* ist hier von *b* bis zum Wasserspiegel gerechnet. Die zwischen zwei Horizontalstrichen stehenden Versuche sind mit derselben Füllung des Ballons unmittelbar hintereinander gemacht und also vergleichbar.

Vergleicht man i mit i_1 (schnell), so sieht man, dass für den freien Wasserstrahl der Widerstand nur 1,1 bis 1,4 mal so gross war als in der Röhre auf einer gleich langen Strecke.

Eine Betrachtung der unter A, A' und A_1, A_1' angegebenen Zahlen zeigt mit Rücksicht auf den eben hervorgehobenen Umstand, dass der freie Wasserstrahl keine electromotorische Kraft erzeugt, welche der beim Strömen in Röhren entstehenden irgendwie entspräche.

Man kann auf Grund der Regellosigkeit in den Zahlen

Röhre.	Wasserstrom in der Röhre.						Freier Wasserstrahl.					langsam.		schnell.	
	ab	Druck	A	A'	i	i'	bc	Druck	α_1	A_1	A_1'	i_1	i_1'	i_1	i_1'
VI	97	1114	43,7	43,0	—	—	97	1101	−1,0	+3,0	+0,4	—	—	—	—
	—	1101	39,7	40,3	24,7	26,5	—	bis	−0,5	−0,7; +0,7	—	—	—	17,8	—
	—	—	—	—	—	—	—		−1,4	−0,6; +1,7	−0,7	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	1049	−0,3	−1,8; −0,3	—	—	—	—	—
	—	1159	31,2	32,1	24,6	26,8	—	1139	−2,1	−1,1; +0,1	—	—	—	17,8	—
VI	97	1303	60,2	62,1	18,4	18,4	135	1281	+0,6	+5,7	+4,2	—	—	+9,5	+9,6
	—	1286	59,7	60,5	18,8	19,0	—	bis	—	+5,2	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	1159	—	+5,7	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	100	1164	+1,4	+5,6	—	12,4	12,7	13,6	—
	—	—	—	—	—	—	50	1115	+10,5	+8,2	—	18,5	19,7	23,5	—
	—	—	—	—	—	—	†100	1058	−0,7	+1,6	—	11,1	12,8	13,2	—
	—	—	—	—	—	—	—	1013	−0,7	+0,9	—	12,9	13,2	13,5	—
VII	68	1210	81,7	86,0	26,7	29,2	68	1136	+1,2	−0,2; +2,8	—	—	—	19,0	—
	—	1192	80,2	84,8	—	—	—	1087	0,0	−1,0; +1,4	—	—	—	18,9	—
	—	—	—	—	—	—	—	1049	−2,6	−0,4	—	—	—	24,4	—
	—	—	—	—	—	—	20	1149	−5,1	+12,6	+13,4	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	1121	−7,8	+7,4	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	*68	1036	+4,2	+2,4	—	—	—	23,4	—
VII	68	—	—	—	—	—	*20	1065	+6,6	+2,9	—	—	—	(32,9)	—
VII	68	1244	86,8	92,5	28,6	29,9	*68	1185	+0,6	−0,8; +1,5	—	—	—	22,7	—
		1222	88,4	92,1	28,8	29,6	*30	1143	−1,0	+5,4	+2,7	—	—	—	—
V	140	1060	79,3	84,0	32,3	34,0	*90	970	+0,6	−0,5; +2,7	—	—	—	44,5	—
V	140	—	—	—	—	—	*90	1102	+2,3	−0,2; +2,6	+2,6	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	*30	1006	−6,4	+8,4	+7,4	—	—	—	—

unter A_1 annehmen, dass sie gar nicht durch das Strömen des Wassers direct erzeugt sind, sondern infolge einer Aenderung der Electroden, besonders von c, auftreten. Diese Anschauung wird noch unterstützt durch die Bemerkung, dass da, wo ein grosses A_1 sich zeigt, auch α_1 gross ist, und dass nach der bei † vorgenommenen Vertauschung der Electrode c zugleich mit α_1 auch A_1 auf ein Minimum sank.

Auffällig bleibt freilich, dass bei geringen Entfernungen bc sich ohne Ausnahme ein verhältnissmässig grosses A_1 zeigt.

Die Schwierigkeit dieser ganzen Versuche liegt darin, dass man die Electrode bei b nicht durch Glühen oder mit Säuren reinigen kann, wodurch sie leicht den andern gegenüber ungleichartig wird. Beseitigt man diese Ungleichartigkeit, indem man sie mit c verbunden längere Zeit in dasselbe Wasser taucht, so tritt sie bei den Versuchen sofort wieder hervor.

Jedenfalls zeigen die eben mitgetheilten Beobachtungen, dass die blosse Bewegung des Wassers nicht Ursache der beim Strömen durch Röhren auftretenden electromotorischen Kraft ist.

5. Wenn die Dimensionen des angewendeten Apparates und die Flüssigkeit (sowie ihre Temperatur) gegeben sind, so ist durch den Druck die Geschwindigkeit bestimmt und umgekehrt. Um Beobachtungen, die an demselben Apparate mit derselben Röhre angestellt sind, untereinander vergleichbar zu machen, kann man somit entweder eine Beziehung der electromotorischen Kraft zum Druck oder zur Geschwindigkeit suchen, und nur die grössere Einfachheit des Gesetzes wird darüber entscheiden, ob man den Druck oder die Geschwindigkeit zu Grunde legt.

Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit war keine einfache, hingegen war auch für weite Röhren die Ablenkung (folglich auch die electromotorische Kraft) dem Drucke proportional.

Wie ich vorgreifend bemerke, war es nöthig, die Röhren vor den Beobachtungen schon längere Zeit mit Wasser gefüllt stehen zu lassen; ferner ergab sich die Ablenkung, was bei dem aperiodischen Galvanometer zu erwarten stand, dem im Moment des grössten Ausschlages stattfindenden Drucke proportional.

Im Folgenden haben A und A' die gewöhnliche Bedeutung, p_1 bedeutet den Druck beim Anfang der Beobachtung, p für den Augenblick der grössten Ablenkung, wo der Hahn geschlossen wurde. A und A' berechnet sind unter Annahme der Proportionalität mit dem Drucke p aus dem Mittel hergeleitet.

Röhre XIII (Querschnitt 0,8376 qmm).

p_1	p	A beob.	A ber.	Diff.	A' beob.	A' ber.	Diff.
398	384,5	14,50	14,50	0,00	13,80	14,41	+0,61
525,5	516	19,05	19,45	+0,40	18,85	19,33	+0,48
622,5	612	22,80	23,07	+0,27	22,85	22,93	+0,08
821	807	30,45	30,42	0,03	30,55	30,24	−0,31
991,5	975,5	36,85	36,78	−0,07	37,00	36,55	−0,45
1265	1250,5	48,05	47,48	−0,57	47,60	47,19	−0,41
			Mittel	0,22			0,39

Röhre VII (Querschnitt 4,786 qmm).

p_1	p	A beob.	A ber.	Diff.	A' beob.	A' ber.	Diff.
1262	1159	69,9	70,44	+0,54	77,8	77,91	+0,11
1159	1072	65,3	65,15	−0,15	72,2	72,06	−0,14
1072	992	60,6	60,28	−0,32	67,0	66,68	−0,32
992	924	56,3	56,16	−0,14	62,0	62,12	+0,12
924	862	52,2	52,38	+0,18	57,8	57,94	+0,14
862	808	49,3	49,13	−0,20	54,4	54,31	−0,09
808	759	46,0	46,12	+0,12	50,8	51,01	+0,21
759	714	43,4	43,39	−0,01	48,1	48,00	−0,10
				0,27			0,15

Die nachstehenden Versuche wurden absichtlich so angestellt, dass der Druck während jedes Versuches (ausser beim ersten) eine sehr starke Aenderung erlitt, um die Proportionalität der Ablenkung mit dem Drucke beim Schlusse der Beobachtung zu constatiren.

Röhre I (Querschnitt 18,358 qmm).

p_1	p	A beob.	A ber.	Diff.	A' beob.	A' ber.	Diff.
1287	1213	57,9	57,65	−0,25	57,9	58,64	+0,74
951	741	35,4	35,22	−0,18	36,6	35,82	−0,78
688	554	26,0	26,33	+0,33	26,4	26,78	+0,36
558	448	21,2	21,29	+0,09	22,0	21,66	−0,34
				0,21			0,55

Die Differenzen betragen im Mittel nur Bruchtheile eines Procentes der ganzen Ablenkung.

6. Um den Einfluss der Entfernung der Electroden auf die electromotorische Kraft zu untersuchen, eignet sich am besten die Methode von Hrn. Edlund, wonach bei einer Röhre mit seitlichen Ansätzen einmal die beiden äusseren Electroden und dann die mittlere mit einer der äusseren combinirt werden.

Es ist hierbei nämlich die Identität der Röhrenwandungen ausreichend garantirt, und es entspricht einem gleichen Drucke eine gleiche Geschwindigkeit, während bei getrennten Röhren, die für die Gültigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes nicht lang und eng genug sind, die Reduction auf gleiche Geschwindigkeit erst auf Grund besonderer Hülfsbeobachtungen möglich wird.

schlossen ist, da eine solche schon an und für sich eine Variation der electromotorischen Kraft zur Folge haben würde. Man muss daher die Versuche dicht hintereinander mit derselben Füllung des Ballons machen, und diese Vorsicht ist bei sämmtlichen nachstehend mitgetheilten Beobachtungen gebraucht.

Aus der grossen Anzahl von Beobachtungen, welche auch für weitere Röhren eine Aenderung der electromotorischen Kraft beim Ueberziehen der inneren Röhrenwand mit einer dünnen Schicht und im Laufe der Zeit, wenn die Röhre mit der Flüssigkeit gefüllt bleibt, darthun, theile ich die folgenden mit:

Die Röhre I hatte 4 Tage mit Wasser gefüllt gestanden und ergab für 1000 mm Druck $E = 0{,}372$ D. Als sie mit Ammoniakflüssigkeit, kalter Schwefelsäure und kaltem Wasser gereinigt war, stieg E auf 0,691 D. und endlich nach Anbringung eines Schellacküberzuges auf 0,703 D.

Dieselben Beobachtungen für Röhre II, welche einen Tag feucht gelegen hatte und dann noch einen Tag mit Wasser gefüllt gewesen war, lieferten 0,445, 0,666, 0,694. Die Aenderung durch einen Schellacküberzug der frisch gereinigten Röhrenwand gegenüber ist also nicht gerade bedeutend und konnte bei meinem früher benutzten weniger empfindlichen Galvanometer[1]) nicht mit Sicherheit constatirt werden.

Die Anbringung von Ueberzügen, welche wirklich auch bei schnell strömendem Wasser haften, gelingt nur für wenige Substanzen mit Sicherheit, wenigstens wenn man die Ueberzüge so herstellt, dass man die Röhrenwand mit mit einer Lösung der betreffenden Substanz benetzt und das Lösungsmittel verdampfen lässt.

Wenn im Laufe der Beobachtungen der Ueberzug fortgerissen wurde, sodass die freie Röhrenwand wieder zum Vorschein kam, änderte sich jedesmal auch die electromotorische Kraft.

1) Pogg. Ann. CLX. p. 71.

So war für einen Collodiumüberzug bei Röhre XV die electromotorische Kraft (reducirt auf $p = 1000$ mm) der Reihe nach 1,287, 1,241, 1,213 und ähnlich für einen Ueberzug von gereinigter Guttapercha bei X 1,374, 1,281, 1,185. In beiden Fällen zeigte eine Besichtigung der Röhre nach den Beobachtungen, dass der Ueberzug nicht mehr vollständig war.

Den bedeutendsten Einfluss auf die electromotorische Kraft hatte aber ein Ueberzug von weissem Wachs aus einer vorher filtrirten Lösung in Benzin hergestellt. Derselbe war so dünn, dass er die Durchsichtigkeit der Röhren fast gar nicht verminderte, trotzdem gab er aber einen sehr merklichen Geruch nach Wachs.

Bei der engen Röhre XII, wo eine Ablenkung von etwa 30 Scalentheilen für die freie Röhrenwand eintrat, konnte ich zunächst gar keine Ablenkung nach Anbringung des Wachsüberzuges bemerken, obwohl die Leitung in Ordnung war. Nach längerem Fliessen des Wassers zeigte sich dann ein minimaler Strom im Sinne der Wasserbewegung.

Drei andere Röhren ergaben übereinstimmend zunächst einen der Wasserbewegung entgegengesetzten Strom, der mit jeder späteren Beobachtung geringer wurde und endlich seine Richtung umkehrte.

Dieser letztere Umstand findet wohl eine ausreichende Erklärung in dem Fortwaschen des Ueberzuges durch das strömende Wasser. Das Detail dieser Versuche ist nachstehend angegeben, ein + bedeutet einen mit der Wasserbewegung gleichgerichteten Strom, ein — einen entgegengesetzten.

Dieser Versuch ist insofern interessant, als hier zum ersten Male für Wasser ein Strom gegen die Flüssigkeitsbewegung constatirt ist, während alle bisher mit Röhren und Diaphragmen angestellten Versuche einen Strom in gleichem Sinne ergaben.

Röhre.	p	A	A'	i_2	i_2'	E für $p = 1000$.
XV′	1249	−30,3	−30,0	59,20	59,37	−0,407
	1229	−20,3	−19,9	—	—	−0,276
	1214	−11,7	−11,7	—	—	−0,163
	1194	− 4,6	− 4,9	—	—	−0,067
	1178	minimal	neg.	—	—	—
	1163	+ 0,7 und stieg		—	—	+
X	1279	−18,8	−19,8	51,63	52,03	−0,291
	1268	−11,8	−12,4	—	—	−0,184
	1258	− 6,4	− 6,9	—	—	−0,102
	1247	− 2,0	− 2,3	—	—	−0,033
	?	+ 0,7 und stieg		—	—	+
XVI	1290	−32,2	−33,1	81,77	83,53	−0,306
	1244	−23,5	−24,1	—	—	−0,231
	1206	−16,2	−16,5	—	—	−0,164
	1166	−10,4	−10,7	—	—	−0,110
	1138	− 5,1	− 5,1	—	—	−0,055
	1113	− 1,8	− 1,8	—	—	−0,020
	1094	+ 0,6	+ 0,6	—	—	+

Wenn die Röhren mit ruhendem oder strömendem Wasser gefüllt waren, so trat eine Aenderung der electromotorischen Kraft so schnell ein, dass sie von einer zur anderen Beobachtung, die in wenigen Minuten folgte, sich bemerkbar machte, wie die folgenden Angaben zeigen.

Ich theile gleich die auf 1000 mm reducirte electromotorische Kraft mit; in jeder Versuchsreihe ist für die verschiedenen Röhren Wasser derselben Füllung benutzt.

A. Die Röhren waren mit Ammoniakflüssigkeit, kalter concentrirter Schwefelsäure und kaltem Wasser gereinigt und wurden sofort nach der Reinigung untersucht.

Röhre	XII	X	XV	II	I
E_{1000}	1,228	0,985	0,965	0,555	0,581
	1,208	0,980	0,935	0,547	0,576
	1,201		0,908	0,546	
	1,198		0,887	0,541	

Bei zwei anderen ähnlichen Reihen waren die Aenderungen etwas geringer.

B. Die Röhren wurden mit heisser Schwefelsäure und kaltem Wasser gereinigt und sofort benutzt:

Röhre	XII	X	XV	II	I
E_{1000}	1,288	1,164	0,948	0,710	0,783
	1,222	1,104	0,900	0,686	0,745
	1,179	1,068	0,870	0,672	
	1,149				

Die Abnahme erfolgt hier viel schneller als im vorigen Falle, und diese Beobachtung wurde in mehreren entsprechenden Versuchsreihen ebenfalls gemacht.

C. Die Röhren wurden am Abend wie bei B gereinigt, in dasselbe Gefäss mit Wasser gebracht und am nächsten Tage untersucht.

Röhre	XII	X	XV′	XVI
E_{1000}	0,945	0,756	1,049	0,762
	0,910	0,756	1,011	0,748
	0,886	0,759	0,982	0,736
	0,858	0,760	0,964	0,721

X zeigt hier eine kleine Zunahme der electromotorischen Kraft, abweichend von den anderen Röhren. X hatte ein leicht angreifbares Glas.

D. Unmittelbar nach der vorigen Beobachtungsreihe wurden die Röhren X und XV′ mit heisser Schwefelsäure und heissem destillirtem Wasser gereinigt und mit Luft getrocknet, welche nacheinander Schwefelsäure, eine Baumwollenvorlage und eine erhitzte Glasröhre passirt hatte. Das Wasser war von derselben Füllung wie bei C.

Röhre	XV′	X
E_{1000}	1,187	0,366
	1,145	0,388
	1,122	0,404

Während also die electromotorische Kraft von XV′ grösser als vorhin ist und abnimmt, ist sie bei X auffallend kleiner und wächst.

Eine ähnliche Beobachtungsreihe mit XII, X und XVI ergab bei XII eine Zunahme von 0,360 bis 0,388, bei X von 0,246 bis 0,418, bei XVI eine Abnahme von 0,629 bis 0,585.

E. Eine Lösung von Schellack in absolutem Alkohol wurde durch die Röhren gegossen, und der Alkohol durch mehrstündiges Hindurchblasen von kalter trockener Luft entfernt.

Röhre	XII	X	XV′	XVI
E_{1000}	1,454	1,428	1,280	0,987
	1,373	1,408	1,269	0,979
	1,340	1,350	1,261	0,977
	1,303	1,173	1,255	0,977
	1,293	1,159	1,245	0,964
	1,255	1,158		

Mehrere ähnliche Versuchsreihen zeigten eine langsamere Abnahme. Dass der Schellacküberzug etwa vom Wasser in merklicher Weise fortgespült sei, ist nicht wahrscheinlich, da er sehr fest haftete und bei der nach den Versuchen vorgenommenen Reinigung der Röhren mit absolutem Alkohol in der ganzen Ausdehnung derselben sichtbar wurde.

Die vorstehenden Versuche zeigen einen bedeutenden Einfluss der Röhrenwand auch für die weiteren Röhren. Es geht aus ihnen zugleich die Schwierigkeit hervor, bei verschiedenen Versuchen eine identische Beschaffenheit der Röhrenwand zu erhalten, sei es, dass man dieselbe oder verschiedene Röhren anwendet.

8. Infolge des eben hervorgehobenen Umstandes erscheint das Resultat von Hrn. Edlund, wonach die electromotorische Kraft dem Querschnitte der Röhren (ceteris paribus) umgekehrt proportional sein soll, zweifelhaft, denn es findet sich keine Angabe über die Art der Behandlung der Röhren und ebenso wenig über die Glassorte.

Trotz meiner sehr zahlreichen Versuche ist es mir nicht gelungen, dasselbe je annähernd bestätigt zu sehen, auch nicht bei den Versuchen mit Schellacküberzügen, wo die Identität der Röhrenwandungen für die verschiedenen Röhren noch am ersten vorhanden gewesen sein wird.

Vielmehr machen mir meine Versuche ein Gesetz wahrscheinlich, von dem das von Hrn. Haga für hinreichend enge Capillaren vermuthete[1]) ein specieller Fall ist. Da ich meine bisherigen Beobachtungen nicht für ausreichend erachte, verzichte ich auf seine Mittheilung, bis mir weitere Versuche, die ich hoffe bald anstellen zu können, eine Bestätigung oder Widerlegung geliefert haben.

9. Meine Untersuchungen haben also gezeigt:

1) dass die blosse Bewegung des Wassers nicht einen galvanischen Strom hervorbringt, welcher dem beim Strömen durch eine Röhre entstehenden entspricht;

2) dass auch für Röhren, die nicht dem Poisseuille'schen Gesetze genügen, die electromotorische Kraft dem Drucke proportional ist;

3) dass auch für weite Röhren die electromotorische Kraft von der Beschaffenheit der Röhrenwand abhängig ist und sich sowohl im Laufe der Zeit, wenn die Röhre mit Flüssigkeit gefüllt ist, ändert, wie auch durch Anbringung von Ueberzügen auf der inneren Wand.

Hervorzuheben ist, dass die Aenderung mit der Zeit nicht immer im abnehmenden Sinne geschah, und

1) Wied. Ann. II. p. 327.

dass bei einem Ueberzuge von weissem Wachs der galvanische Strom gegen die Bewegung des Wassers ging.

Ferner wurde eine Bestätigung des Satzes erhalten, dass die elektromotorische Kraft bei gleicher Geschwindigkeit der Länge der Rohre proportional ist.

Auf eine eingehende Discussion der Ursachen der [illegible] Erscheinung einzutreten, halte ich noch für verfrüht, da das experimentelle Material noch zu unvollständig ist.

Jedenfalls ist soviel als feststehend zu erachten, dass die [illegible] Bewegung an sich keiner merklichen Ursache der beobachteten elektromotorischen Kraft erzeugt, was dann auch die Erklärung welche H. Friend auf [illegible] nicht halt-

[illegible]

III. *Ueber die Dissociation der gelösten Eisenoxydsalze; von G. Wiedemann.*

Schon bei früheren Gelegenheiten habe ich darauf aufmerksam gemacht, dass das verschiedene magnetische Verhalten des mit Säuren verbundenen und des colloid gelösten Eisenoxydes besonders dazu geeignet ist, die Verhältnisse der Dissociation der Salze des Eisenoxyds in Lösungen genauer zu studiren, ohne dass dabei irgend ein physikalischer oder chemischer Eingriff in dieselben erforderlich wäre, welcher ihre Zusammensetzung während des Versuches selbst verändern könnte. Ich erlaube mir, im Folgenden die Resultate einer Reihe neuerer Beobachtungen über diesen Gegenstand im Zusammenhange mitzutheilen und denselben einige frühere dazugehörige Ergebnisse beizufügen, welche, theils an einem weniger zugänglichen Ort, theils ohne Belege veröffentlicht, noch nicht, wie meine übrigen magnetisch-chemischen Untersuchungen, in diesen Annalen erschienen sind.[1])

Zu den Beobachtungen diente dieselbe Methode, welche schon früher in meinen Untersuchungen „über den Magnetismus der Salze der magnetischen Metalle“[2]) und „über den Magnetismus der chemischen Verbindungen“[3]) benutzt wurde. Die bei den vorliegenden Versuchen verwendete Torsionswage (siehe die Figur auf folgender Seite) war nur durch einen längeren Aufhängedraht und stärkeren Electromagnet empfindlicher gemacht, als bei den früheren Versuchen. Ersterer Draht war, wie früher, von hartgezogenem Neusilber und hatte eine Länge von 89 cm und einen Durchmesser von 0,3 mm. An der daran hängenden Drehwage war, in nördlicher Richtung 30 mm von der Axe entfernt, ein kleiner Glaskolben *k* befestigt, der

1) Decanatsprogramm der philosophischen Facultät der Universität Leipzig. November 1876; einige Beobachtungen auch aus den Ber. d. K. Sächs. Ges. 1873 26. Juli.

2) Pogg. Ann. CXXVI. p. 1.

3) Pogg. Ann. CXXXV. p. 1.

bei allen folgenden Versuchen bis zu einer Marke mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt war und bis zu derselben 17 ccm fasste. Der Electromagnet *l* bestand aus einem 32 cm langen und 70 mm dicken, vorn auf eine Länge von 50 mm bis zu einer kreisrunden Fläche von 14 mm Durchmesser zugespitzten Stab von weichem Eisen, der in einer 24,5 cm langen, innen 70 mm, aussen 150 mm weiten Magnetisirungsspirale von etwa 1200 Windungen von 2,5 mm dickem, übersponnenemKupferdraht lag. Der den Magnetismus des Electromagnets messende, in einer dicken Kupferhülse schwebende, magnetisirte Stahlspiegel war in der Verlängerung seiner Axe 230 cm westlich von seinem zugespitzten Ende aufgestellt. Die vor dem Stahlspiegel aufgestellte Scala, an welcher durch ein Fernrohr die Ablenkungen *M* des Spiegels in Scalentheilen abgelesen wurden, war von demselben um einen, meist etwa 1 m grossen Abstand entfernt. Aus diesen Ablenkungen wurde das Moment M_1 des Magnets berechnet. Ist durch Torsion des Aufhängedrahtes während Einwirkung des Magnets das an der Drehwage angebrachte Glaskölbchen auf einen bestimmten Abstand von der Endfläche des Magnets gebracht, welcher dem Nullpunkt der Scala entspricht, die in dem am Torsionsapparat befestigten Spiegel beobachtet wird, und wird darauf der magnetisirende Strom geöffnet, so entfernt sich das Kölbchen vom Magneten, indem der Aufhängedraht sich detordirt. Die gleichfalls durch die Spiegelablesung bestimmte Drehung der Drehwage hierbei

sei T. Dann gibt $q = \text{const.} \frac{T}{M_1^2}$ das magnetische Moment des Glaskölbchens mit seinem Inhalt für den Magnetismus Eins des Electromagnetes an.

In den späteren Tabellen ist ferner f der Gehalt von 10 ccm der benutzten Lösungen an Eisen, d der um den (meist negativen) Magnetismus w des Glaskolbens und des ihn erfüllenden Lösungsmittels verminderte Magnetismus q, also $d = q - w$, endlich $m = \frac{d}{f}$ der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen in der Lösung.

I. Verhältniss des Magnetismus des gebundenen und colloiden Eisenoxyds.

Schon früher[1]) war gezeigt worden, dass der Magnetismus m_1 des Eisens in dem colloid gelösten Eisenoxyd etwa nur $^1/_5$ von dem Magnetismus m_0 des in einer sehr sauren Lösung von Eisenchlorid enthaltenen Eisens ist.

Wenn mithin in einer neutralen oder schwach sauren Lösung eines Eisenoxydsalzes ein Theil des Salzes in freie Säure und colloid gelöstes Eisenoxyd zerlegt ist, so muss sich aus der Veränderung des Magnetismus die Quantität des zersetzten Salzes berechnen lassen.

Ist der Magnetismus der Gewichtseinheit des Eisens in seinen nicht dissociirten, festen oder mit viel Säure gelösten Salzen gleich m_0, der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen in dem colloid gelösten Eisenoxyd gleich m_1, ist der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen in einer beliebigen Lösung eines theilweise zersetzten Eisenoxydsalzes unter sonst gleichen Bedingungen gleich m, und ist endlich das Verhältniss des mit der Säure zu Salz verbundenen und des colloid gelösten freien Eisenoxyds in der Lösung gleich $1 - x : x$, so ist:

$$m = m_0 (1 - x) + m_1 x,$$

mithin:

---

1) Pogg. Ann. CXXXV. p. 42.

I. $$x = \frac{m_0 - m}{m_0 - m_1}.$$

Das Verhältniss $1 : x$ lässt sich hiernach durch Beobachtung des Magnetismus der Lösungen unmittelbar berechnen. Im Folgenden soll die dissociirte Menge x in Procenten des gesammten Eisengehaltes der Lösungen angegeben werden.

Das Verhältniss $m_1 : m_0$, dessen Kenntniss für die Bestimmung von x erforderlich ist, wurde wiederholt auf indirectem Wege bestimmt, da sich eine reine Lösung von colloidem Eisenoxyd in Wasser ohne jeglichen Gehalt an einem Eisenoxydsalz kaum oder nur in sehr geringer Concentration herstellen lässt.

Eine Lösung von krystallisirtem Eisenchlorid wurde mit frischgefälltem Eisenoxydhydrat bis zur Lösung einer reichlichen Menge des letzteren geschüttelt. Der Gehalt an Eisen in der filtrirten Lösung wurde durch Fällen mit Ammoniak, der Gehalt an Chlor mittelst Fällung durch salpetersaures Silber bestimmt. Aus der Menge des Chlors wurde die Menge des mit dem Chlor zu Chlorid verbundenen Eisens berechnet. Der Rest des Eisens war dann in dem colloid gelösten Eisenoxyd enthalten.

10 ccm einer auf diese Weise ganz frisch bereiteten Lösung enthielten 0.676 g Eisen, von denen 0.4024 g (59.5 %) mit Chor zu Chlorid verbunden, 0.2738 g (40,5 %) im colloiden Eisenoxyd enthalten waren. Die magnetische Untersuchung ergab folgende Resultate:

	M	M_1	T	q
I. Eisenchlorid mit Oxyd .	403	194	136	**36,1**
Normaleisenchlorid I . .	311	152	141	**61,0**
Wasser	381.5	184.3	270.1	**61,0**
	380.5	183.8	−7,1	**−2,1**

Die Normaleisenchloridlösung war mit sehr viel freier Chlorwasserstoffsäure versezt. Hieraus folgt, wenn man den Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen im unzerlegten Chlorid gleich $m_0 = 100$ setzt:

	f	d	m
Eisenchlorid mit Oxyd . .	0,676	38,2	66,13
Normaleisenchlorid I . . .	0,739	63,1	100.

Zur Bestimmung von m_1 hat man also:

$$66{,}13 = 0{,}595 \,.\, 100 + 0{,}405\, m_1,$$

also:

$$m_1 = 0{,}168\, m_0.$$

Eine zweite durch Dialyse erhaltene, sehr dicke Lösung von basischem Eisenchlorid enthielt im colloid gelösten Eisenoxyd 0,429 g (93,2%), im noch vorhandenen Chlorid 0,0312 g Eisen (6,8% der gesammten Eisenmenge). Im Vergleich mit der früheren Normallösung I zeigte sie folgende Ergebnisse (Temp. 22° C.):

		M	M_1	T	q
II.	Eisenchlorid mit Oxyd .	371	180,5	31,3	9,6
		305,7	149,5	21,7	9,7
	Normallösung (I) . . .	302	147,7	204	93,5
		222	109,6	113	94,0
	Wasser	368,5	178,4	−11	−3,46
		304,8	149,1	−7	−3,19

woraus folgt:

	f	d	m
Eisenchlorid mit Oxyd . .	0,461	12,98	21,43
Normallösung I	0,739	97,09	100

Nach der Gleichung:

$$21{,}4 = 0{,}068 \,.\, 100 + 0{,}932\, m_1$$

ist:

$$m_1 = 0{,}157\, m_0.$$

Nach diesen und anderen analogen Versuchsreihen ist für die Berechnung der späteren Beobachtungen als Mittelwerth für $m_1 = 0{,}160$ angenommen.[1])

1) Aus früheren Vergleichungen der Magnetismen basischer Eisenchloridlösungen mit dem einer sauren Lösung von salpetersaurem Eisenoxyd hatte sich ein höherer Werth für m_1 (0,2198) ergeben; infolge davon, dass, wie neuere Versuche zeigten, trotz eines bedeutenden Säuregehaltes die salpetersaure Lösung doch noch etwas colloides Eisenoxyd enthielt. Die älteren Bestimmungen der dissociirten Eisenoxydmengen sind nach dem neueren Werth umgerechnet; indess wei-

II. Einfluss der Verdünnung auf die Dissociation der Eisenoxydlösungen.

A. Eisenchlorid. Der Magnetismus einer Reihe (1—7) verschieden verdünnter Eisenchloridlösungen ist in den folgenden Tabellen mit dem einer salpetersauren Normallösung (II) zusammengestellt. Die mit (HCl) bezeichnete Lösung ist aus Lösung 1 durch Verdünnen mit einem nahezu gleichen Volumen concentrirter Chlorwasserstoffsäure dargestellt. (Temp. 19° C.)

	Reihe I.				Reihe II.			
III.	M	M_1	T	q	M	M_1	T	q
Wasser. .	233	115	−4,8	−36,2	—	—	—	—
	452	211,5	−15,5	−34,6	—	—	—	—
Fe_2Cl_6 . . 7.	452	211,9	27	60,6	—	—	—	—
6.	233,5	115,2	20,5	154,5	483	224,5	273,1	148,4
	451	211,1	68,7	155,5	235,2	117,6	20	146,1
5.	450,5	210,7	108,8	247,6	—	—	—	—
	232	114,5	32,5	247,9	—	—	—	—
4.	231,8	114,4	72,5	554,3	—	—	—	—
	447	209,6	239,5	549,3	—	—	—	—
Normall. II	445	208,6	171,5	397,4	234	115,5	50	374,8
	231,5	114,2	51,3	393,3	472	220,1	208	374,5
Fe_2Cl_6(HCl)	440	206,4	449	1169	161	80,2	71,3	1109
	159,5	79,2	74,5	1177	233	115	142,5	1077
3.	158,5	78,7	71,5	1144	233	115	143,3	1083
	227,5	112,3	142,5	1131	160	79,5	69,5	1074
2.	226	111,5	220	1776	162	80,5	105,5	1613
	156,5	77,7	108	1772	232,5	114,7	212,5	1615
1.	156,5	77,7	140,5	2303	233,5	115,2	290	2185
	226	111,5	291,2	2343	160,8	79,9	142	2204

Hieraus folgt, wenn der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen in der etwas freies Eisenoxyd enthaltenden Normallösung II gleich 99,2 gesetzt wird:

---

chen die Resultate von den früheren nicht sehr ab, da der Werth $m_0 - m_1$, dem x umgekehrt proportional ist, bei der Kleinheit von m_1 durch Aenderungen desselben relativ wenig beeinflusst wird.

		Reihe I.			Reihe II.				
	f	d	m	d	m	m corr. (Mittel)	x	$1-x$
Fe_2Cl_6 . . . 1.	1,606	2358	99,6	2227	99,3	98,8	1,4	98,6
2.	1,207	1806	101,7	1647	97,9	99	1,2	98,8
3.	0,806	1172	98,7	1111	98,7	97,9	2,5	97,5
4.	0,404	587	98,3	—	—	97,3	3,2	96,8
5.	0,202	282	94,8	—	—	97,0	3,6	96,4
6.	0,138	190	93,1	179	92,8	92,3	9,2	90,8
7.	0,071	95	91,3	—	—	90,6	11,2	88,8
(HCl)	0,803	1208	102,1	1120	100	100,2	—	—
Normallösung II .	0,292	430	100	408	100	99,2	—	—

Nach der Analyse enthielten die Eisenchloridlösungen 1—7 auf 1 Aeq. Eisen (Fe_2) 0,993 Aeq. Chlor (Cl_6), so dass also bereits 0,7 % Eisen im colloiden Eisenoxyd neben Eisenchlorid darin enthalten waren.

Eine andere Lösung von Eisenoxydhydrat in Chlorwasserstoffsäure, welche auf 100 Aeq. Eisenoxyd nur 96,9 Aeq. Chlorwasserstoffsäure enthielt, gab bei verschiedenen Verdünnungen folgende Resultate (Temp. 23,6° C.):

		M	M_1	T	q
IV. Fe_2Cl_6 . .	(a)	440	210,5	24,7	54,3
	(b)	228,5	112,7	20,2	159,2
		439,5	210	73	160,8
	(c)	439	209,8	113	249,4
		228,5	112,7	32,2	253,7
	(d)	227,5	112,8	70,5	561
		437,5	209,1	252	560
	(e)	227	112,0	149	1188
		182	90,2	96	1180
	(f)	182,5	90,4	150	1835
		226	111,5	228,3	1795
	(g)	182	90,2	200,5	2464
		225	111,2	303,5	2454
Wasser . . .		441	210,8	−17,5	−39
		438,5	209,6	−17,2	−39
Normallösung II		225	111	56	454
		440	210,3	208,5	459

Aus diesen Beobachtungen folgt:

		f	d	m	x	$1-x$
Fe_2Cl_6 . .	(g)	1,491	2498	97,3	3,2	96,8
	(f)	1,119	1854	96,4	4,3	95,7
	(e)	0,747	1224	95,3	5,6	94,4
	(d)	0,375	600	93,0	8,3	91,7
	(c)	0,184	291	91,9	9,7	90,3
	(b)	0,129	199	90,2	11,7	88,3
	(a)	0,062	94	88,2	14,1	85,9
Normallösung II		0,292	498	99,2	—	—

Die Abweichungen in den Resultaten der Reihen I und II sind durch die verschiedene Basicität der verwendeten Lösungen bedingt.

Innerhalb grösseren Concentrationen bleibt also der Atommagnetismus des Eisens im Eisenchlorid nahezu constant; nur geringe Mengen des letzteren sind dissociirt. Bei grösseren Verdünnungen steigt dagegen die dissociirte Menge des Eisenchlorids ziemlich schnell, so dass bei mittleren Temperaturen (20° C.) in einer Lösung, die etwa in 100 ccm nur 1 g Eisen enthält, bereits ungefähr 10% des Eisenoxyds im colloiden Zustande in der Lösung vorhanden sind.

In alkoholischen Lösungen verhält sich das Eisenchlorid anders.

Fünf verschieden concentrirte Lösungen der Art, so wie eine wässerige, etwa mit dem 2—3fachen Volumen Chlorwasserstoffsäure versetzte Lösung von Eisenchlorid (Normallösung III) ergaben:

V.	M	M_1	T	q
(1)	475	225,4	294,5	579,3
	370	179,1	186	579,8
(2)	480	227,5	226	436,6
	374,5	181,1	144	439,1
(3)	481	228	148	284,7
	371	179,6	92,7	287,3

	M	M_1	T	q
(4)	479,2	227,2	98,2	190,2
	376,2	181,8	63	190,5
(5)	481,5	228,1	38,8	74,5
	374,5	181,1	24,5	73,2
Normallösung III	475	225,4	261,5	51,4
	372	180	167	51,5
Alkohol	480	227,5	−5	−9,6
Normallösung III	354	172,3	38,7	130,6
Wasser	447	213,3	12,2	−2,7

Aus den letzten Beobachtungen folgt in den bei den ersten Beobachtungen angewandten Einheiten für Wasser $w = -10{,}2$ und dann weiter:

	f	d	m
(1)	1,672	58,9	35,3
(2)	1,255	44,7	35,7
(3)	0,836	29,6	35,4
(4)	0,557	20,0	35,9
(5)	0,239	8,3	35,8
Normallösung III .	1,470	52,4	35,7

Das Eisenchlorid wird also bei seiner Lösung in Alkohol selbst bei ziemlich bedeutender Verdünnung nicht merklich dissociirt.

B. Salpetersaures Eisenoxyd. Eine Lösung, die gleiche Aequivalentmengen von Eisenoxyd und Salpetersäureanhydrid (Fe_2O_3 und $3N_2O_5$) enthält, ist, wie ihr relativ geringer Magnetismus zeigt, schon bei ziemlicher Concentration dissociirt, und diese Dissociation nimmt mit steigender Verdünnung zu, wenn auch weniger als beim Eisenchlorid. So waren die Magnetismen einer Reihe von Lösungen:

VI.

	M	M_1	T	q
(1)	447	213,3	277,5	61
	353	171,3	179,5	61,2
(2)	448,5	214	306	45,0
	357	173,2	134,5	44,8

	M	M_1	T	q
3	455	210.7	136.9	29.1
	361	175.9	90.1	29.4
4	425.5	204	90.1	21.6
	340.5	165.5	59.4	21.7
5	452	215.5	64	13.8
	360	174.5	42	13.8
6	419.6	201	24.1	5.9
Normalchloridlösung III	438.8	209.8	385.8	87.6
	348.5	169.3	248.5	86.7
Wasser	435.8	208.5	−6.5	−1.5

Wird wiederum der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen in der Normallösung gleich 100 gesetzt, so folgt hieraus:

	f	d	m	x	$1-x$
1 . . .	1.155	62.6	89.4	12.0	88.0
2 . . .	0.866	46.4	88.4	13.9	86.1
3 . . .	0.577	30.7	87.9	14.4	85.6
4 . . .	0.433	23.1	88.2	14.0	86.0
5 . . .	0.288	15.2	87.5	14.9	85.1
6 . . .	0,144	7.4	85.2	17.7	82,3
Normallösung III	1.470	89.0	100	—	100

Noch weniger ändert sich die Dissociation bei einer basischen Lösung von salpetersaurem Eisenoxyd, welche auf 1 Aeq. Fe_2O_3 0,73 Aeq. $(N_2O_5)_3$ enthielt. Es ergab sich u. A.:

VII.

	M	M_1	T	q
(1) . . .	353	171,3	102	34,77
(2) . . .	350	169.9	46	15,93
(3) . . .	349,5	169,7	27,7	9,60
(4) . . .	348	169	18,8	6.58
Normallösung IV	350,5	170.1	104.5	36.16
Wasser	347	168.6	−7	−2,46

woraus folgt:

	f	d	m	x	$1-x$
(1) . . .	0,479	37,23	75,1	29,6	70,4
(2) . . .	0,239	18,39	75,0	29,3	70,2
(3) . . .	0,160	12,06	73,7	31,3	68,7
(4) . . .	0,120	9,04	73,7	31,3	68,7
Normallösung IV	0,377	38.62	100	—	100

C. Schwefelsaures Eisenoxyd. Eine neutrale Lösung von schwefelsaurem Eisenoxyd ($Fe_2O_3 + 3SO_3$) erhalten durch Zusatz einer berechneten Menge Schwefelsäure zu einer basischen Lösung von schwefelsaurem Eisenoxyd von bekanntem Gehalt ist noch mehr dissociirt und enthält relativ mehr colloid gelöstes Eisenoxyd als die neutrale Lösung von salpetersaurem Eisenoxyd. Dementsprechend ändert sich die Dissociation des Salzes mit der Verdünnung der Lösung ebenfalls noch weniger als die des letzteren.

Die Untersuchung verschieden verdünnter Lösungen ergab folgende Resultate:

VIII.		M	M_1	T	q
Schwefels. Eisenoxyd	(α)	229,5	113,2	93,5	7295
		443,5	211,8	337,8	7314
	(β)	442	211,2	242,5	5280
		229	113	67,5	5285
	(γ)	228,5	112,7	44	3466
		440	210,3	158,5	3403
	(δ)	441	211,8	69	1553
		229	113	19,7	1542
	(ε)	228,7	112,8	7,8	6134
		440	210,3	27	6106
Salp. Normallösung II		445	212,5	212,5	4572
		229,5	113,2	58,8	4587

Aus diesen Beobachtungen, sowie aus der Bestimmung des Gehalts der Lösungen an Eisen folgt:

		f	d	m	x	$1-x$
Schwefels. Eisenoxyd	(α)	0,567	7699	79,1	24,8	75.2
	(β)	0,423	5677	78.2	26,0	74,0
	(γ)	0,285	3829	78,3	26,0	74,0
	(δ)	0,143	1942	79,1	24,6	75,4
	(ε)	0,073	1007	80,4	23,8	76,2
Normallösung		0,292	4970	99,2	—	—

Bei verschieden verdünnten Lösungen von neutralem schwefelsaurem Eisenoxyd ändert sich

also der Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen mit der Verdünnung bis etwa auf das achtfache von einem Gehalte von 0,57 bis 0,07 g Eisen in 10 ccm der Lösung nur wenig. Es bleibt also die dissociirte Menge Eisenoxyd nahezu constant und beträgt etwa 25%, die mit Schwefelsäure verbundene etwa 75% der Gesammtmenge des Eisenoxyds (s. w. u.).

Bei sehr stark concentrirten Lösungen sinkt indess die dissociirte Menge Eisenoxyd, wie folgende Data zeigen:

	Schwefels. Eisenoxyd.	M	M_1	T	q
IX.	I . .	232	114,4	174,7	133,6
		149,5	96,1	124,8	135,2
	II . .	432	206,8	334,8	78,2
		342,8	166,6	215,5	77,6
	Normallösung I . .	432,5	207	180,8	42,3
		345	167,7	119,8	42,5
	Wasser	443,5	211,9	−5,6	−1,25
		404	194,5	−4,7	−1,24,

woraus folgt:

Schwefels. Eisenoxyd.	f	d	m	x	$1-x$
I .	2,54	136,2	90,9	10,8	89,2
II .	1,630	79,1	82,4	21,0	79
Normallösung I .	0,739	43,6	100	—	100.

Die Lösung I war ganz dickflüssig und erstarrte nach nach einigen Tagen zu einem Krystallbrei.

Ganz ähnliche Resultate ergeben sich bei der Untersuchung von Lösungen von Ammoniakeisenalaun. Die durch Auflösen des festen Salzes in Wasser erhaltene concentrirte Lösung wurde bis auf das vier- und achtfache mit Wasser verdünnt. Dabei war:

	M	T	q	f	d	m	x
X. Normallösung II	230	119,2	2251	0,292	2436	99,2	—
Schwefelsaures Eisenoxyd .	230	53,6	1014	0,177	1196	80,4	23,
Ammoniakeisenalaun (conc.)	229	170	3242	0,571	3424	79,4	24,
„ (1/4) .	228	34,5	664	0,128	846	78,3	25,
„ (1/8) .	227	12	233	0,639	415	76,6	27,
Wasser	228,5	−9,5	−182	—	—	—	—
Normallösung II	226	115,3	2257	—	—	—	—

Der Werth x für die auf $^1/_9$ verdünnte Eisenalaunlösung ist bereits wegen des geringen Werthes T ziemlich unsicher.

Jedenfalls schreitet indess auch in den Lösungen des Ammoniakeisenalauns die Dissociation nur wenig mit der Verdünnung fort, wie wir es schon bei den Lösungen des schwefelsauren Eisenoxyds für sich beobachtet haben. Dabei ist die in den Lösungen des ersteren Salzes dissociirte Menge Eisenoxyd nahe dieselbe, wie in den Lösungen des letzteren Salzes. Das in dem Alaun enthaltene Alkalisalz hat also auf die Dissociation in der wässerigen Lösung keinen wesentlichen Einfluss, so dass wahrscheinlich der Eisenalaun in seiner Lösung völlig in schwefelsaures Alkali und in schwefelsaures Eisenoxyd zerlegt ist, welches letztere Salz sich dann für sich theilweise dissociirt.

III. Einfluss der Temperatur auf die Dissociation der Eisenoxydsalze.

Nach meinen Versuchen im Jahre 1865[1]) nimmt der Magnetismus der in Wasser gelösten magnetischen Salze mit der Temperaturerhöhung ab und lässt sich im allgemeinen bei der Temperatur t durch die Formel:

$$\mu_t = \mu_0 (1 - 0{,}00\,325\, t)$$

ausdrücken, wo μ_0 der Magnetismus des Salzes bei 0° ist. Der Coëfficient von t ist bei den verschiedenen Salzen nahezu der gleiche.

Aendert sich indess mit steigender Temperatur in Lösungen von Eisenoxydsalzen die dissociirte Eisenoxydmenge, so stellt obige Formel nicht mehr den Magnetismus bei höheren Temperaturen dar. Um diese Verhältnisse näher zu ergründen, war es zunächst erforderlich zu bestimmen:

---

1) Pogg. Ann. CXXVI. p. 11.

1) Die Aenderung des Magnetismus einer sehr sauren Eisenoxydlösung mit der Temperatur, bei der keine Dissociation anzunehmen ist.

2) Die Aenderung des Magnetismus einer Lösung von colloidem Eisenoxyd.

3) Die Aenderung des Magnetismus des mit Wasser gefüllten Glaskölbchens.

Um hierbei eine möglichst gleichmässige Temperaturänderung des Glaskolbens mit den Substanzen zu erzielen, war derselbe in dem Torsionsapparate von einem Blechkasten mit doppelten Wänden umgeben, dessen äussere parallelepipedische Hülle 12 cm lang, 8 cm breit und 9 cm hoch, dessen innere ein 7 cm hoher Cylinder von elliptischen Querschnitt (6,5 cm lang, 5,5 cm breit) war. In die schmale Seite des Kastens war ein Blechtrichter eingelöthet, in den sich die flachgefeilte Spitze des Electromagnetes gerade einsetzte. Der Zwischenraum zwischen den Hüllen des Blechkastens wurde mit Wasser gefüllt. Ein Thermometer in demselben, sowie ein zweites mit kleiner Kugel und feinem Rohr im Glaskolben gestattete die Temperaturen genauer abzulesen. Das Wasser im Blechkasten wurde durch eine Gasflamme von 0° ansteigend sehr langsam unter Umrühren erwärmt und vor jeder Messung des Magnetismus des Glaskölbchens stets so lange gewartet, bis beide Thermometer nur um wenige Grade voneinander differirten.

Häufig wurden auch die Beobachtungen bei aufsteigender und absteigender Temperatur angestellt. So ergab sich:

Kolben voll Wasser:

	t	M	M_1	T	q
XI.	4°	436	208,5	−14,1	−3,24
	15	433	207,3	−14,4	−3,35
	23	430	205,9	−14,1	−3,32
	33	426	204,2	−14	−3,36
	46	428	206	−14,1	−3,32
					Mittel 3,32

Der Diamagnetismus des mit Wasser gefüllten Kolbens ändert sich also mit der Temperaturerhöhung um sehr wenig. — Verdünnte Salzsäure verhält sich ebenso.

Concentrirte, sehr saure Lösung von Eisenchlorid.

	t	M	M_1	T	q	(μ)
XII.	6	462,5	220,0	136,5	2820	97,9
	11	460,5	219,2	133	2769	96,1
	15,5	460,5	219,2	131	2727	94,7
	19,5	460,5	219,2	128	2665	92,6
	25,6	458,5	218,2	125	2619	91,0
	31	457,5	217,8	122	2569	89,3
	36	450,5	214,8	117	2536	88,2
	41	443	211,5	111	2480	86,2
	47	432	206,8	104,5	2393	83,3
	58,5	438	209,4	102	2315	80,7
	60,5	436,5	208,7	101	2318	80,7.
Ferner bei 16,5° C.:						
Wasser			401,5	193,3	−7,7	−2,1
			226,5	111,8	−2,7	−2,2
Eisenlösung			405,5	195,0	370	96,2
			226	111,8	120,5	96,2.

Hieraus ergibt sich der Werth w für Wasser, welcher der obigen Reihe entspricht, gleich 5,7. Nach Abzug dieses Werthes von den Werthen q sind die den Magnetismen des gelösten Eisenchlorids für sich entsprechenden Differenzen d als Ordinaten einer Curve für die Temperaturen t als Abscissen aufgetragen und dieselbe bis zur Ordinate für $t=0$ verlängert worden. Indem letztere gleich 100 gesetzt wurde, sind die Magnetismen (μ) berechnet, welche in Taf. I Fig. 5a verzeichnet sind. Die entsprechende Curve ist somit eine gerade Linie; der Magnetismus des Eisenchlorids in einer sehr sauren Lösung nimmt also mit steigender Temperatur gleichmässig ab, und zwar nach der Formel:

$$m_t = m_0 (1 - 0{,}00\,333 \,.\, t).$$

Colloides Eisenoxyd. Untersucht wurde eine Lösung, welche in 10 ccm 0,429 g Eisen in colloidem Eisenoxyd, 0,031 g Eisen in Eisenchlorid enthielt (vgl. p. 49).

Die Versuche wurden bei derselben Einstellung des Apparates ausgeführt, wie die Tab. II und Tab. XI erwähnten, so dass von den Werthen q der Magnetismus des Wassers $w = -3{,}32$ abzuziehen ist, um den Magnetismus d des Eisens in der Lösung zu erhalten. Da sich nach weiteren Versuchen (s. w. u.) der Magnetismus einer concentrirten neutralen Eisenchloridlösung nach demselben Gesetze ändert, wie der einer sehr sauren, und man bei dem grossen Ueberschusse an Eisenoxyd in der Lösung kaum annehmen kann, dass sich in derselben freie Chlorwasserstoffsäure vorfindet, lässt sich nach der Formel für die Aenderungen des Magnetismus des Eisenchlorids in saurer Lösung für jede Temperatur der Magnetismus des Eisenchlorids in der basischen Lösung berechnen; nach Abzug desselben von d erhält man den Magnetismus des colloid gelösten Oxydes. Die Columne μ_I der Tabelle XIII enthält diesen, für die Gewichtseinheit Eisen in 10 ccm der Lösung berechneten Werth, wenn man den Magnetismus der gleichen Gewichtsmenge des chemisch gebundenen Eisens für 0° gleich 100 setzt, die Columne v das Verhältniss des Magnetismus gleicher Gewichtsmengen Eisen im colloiden Eisenoxyd und in den nicht dissociirten Salzen bei der betreffenden Temperatur.

	t	M	M_1	T	q	d	μ_I	v
XIII	3°	429	205,5	43,2	102,3	135,5	14,6	14,8
	6,5	426	204,3	42,2	101,0	134,2	14,5	14,8
	16,4	424	203,3	41,6	100,7	133,9	14,7	15,5
	29	423	202,9	39,8	96,7	129,9	14,4	15,9
	44	421,2	202,0	38,8	95,1	128,3	14,1	16,5
	53	419,4	201,2	37	91,4	124,6	14,1	17,1
	59	417	200,1	35,8	89,4	122,6	13,9	17,4
	3,5	416,5	199,9	41	102,6	135,8	14,7	14,9.

Der Magnetismus des colloiden Eisenoxyds nimmt also mit der Temperaturerhöhung etwas weniger schnell ab, als der der Eisenoxydsalze.

Mit Hülfe des Werthes v kann die Menge des dissociirten Eisenoxydes in Lösungen von Eisenoxydsalzen bei verschiedenen Temperaturen nach der Formel p. 48 bestimmt werden.

I. Eisenchlorid. Eine neutrale Lösung von Eisenchlorid ergab folgende Resultate:

	t	M	M_1	T	q	(μ)
XIV.	4	470,5	223,5	228	466	98,4
	11,2	464,5	221,2	217	443,5	95,9
	13	463,2	220,6	213	437.5	94.6
	18	457,2	217,8	206	434,2	93,9
	23	450	214,6	196	425,7	92,1
	33·	440	210,3	180,2	407.6	88,3
	40	436,5	208,6	174	398,6	86,4
	44	430	205,9	168	396,2	85,8
	54,2	399	192,1	140	379,4	82,3
	65,5	378,5	182,9	122,5	366,2	79,5
	72,5	368	178,2	112	352,7	76,6.

Die Werthe (μ) sind wie bei der sehr sauren Lösung von Eisenchlorid (p. 59) berechnet, nachdem von den Werthen q der entsprechende Magnetismus des Wassers $-7{,}3$ subtrahirt worden ist.

Die Lösung enthielt in 10 ccm 1,825 g Eisen. Das Verhältniss der Aequivalentenmengen Eisen (Fe_2) und Chlor (Cl_6) war $100 : 98{,}9$; sie enthielt also etwa 1% colloides Eisenoxyd.

Die Werthe (μ) sind in Taf. I Fig. 5a in kleinen Quadraten neben der für die saure Chloridlösung geltenden Curve eingezeichnet und schliessen sich derselben sehr nahe an.

Eine concentrirte Eisenchloridlösung wird also bei der Erwärmung bis zu etwa 60^0 nicht merklich dissociirt.

Salpetersaures Eisenoxyd. Die Lösung enthielt in 10 ccm 1,155 g Eisen. Das Aequivalentverhältniss des Eisenoxyds Fe_2O_3 und der Salpetersäure ($3N_2O_5$) betrug 100 : 100.

	t	M	M_1	T	q	(μ)	m_{II}	x
XV.	6	495	234	205	3744	89,9	91,7	9,6
	15	493,5	233,4	192	3607	86,7	91,3	10,3
	20,5	490	231,8	186	3462	83,3	89,4	12,5
	25	488,5	231,1	180	3370	81,2	88,6	13,5
	31,5	483,5	229,1	169,2	3224	79,4	87,0	15,5
	36,5	478,2	226,7	163	3171	76.5	87,1	15,3
	41	474,5	225,2	156	3075	74,3	86,1	16,6
	46	470,5	223,3	150,5	3018	72,9	86,1	16,7
	51	440.5	210,5	128,5	2900	70,1	84,5	18,7
	55,3	435	208,0	122,5	2831	68,5	83,9	19,3
	62	431	206,3	114,5	2687	65,1	82,1	21,4

Zur Vergleichung des Verhaltens der Lösung des salpetersauren Eisenoxyds mit dem einer sehr sauren Eisenchloridlösung und des Wassers dienten folgende Bestimmungen (Temp. 18,5°):

	M	M_1	T	q
Salpetersaures Eisenoxyd .	450,1	214,6	307	67,5
	358	172,6	200,5	67,3
Eisenchlorid	451,5	215,3	440	94,9
	353	171,3	278	94,9
Wasser	448,5	214,0	−9,2	−2,01
	356,5	172,8	−6	−2,01

woraus folgt:

	f	d	m
Salpetersaures Eisenoxyd	1.155	69,5	85,5
Eisenchlorid	1,470	96,8	93,8.

Die letzten Angaben enthalten den auf den Magnetismus (100) der Gewichtseinheit Eisen in der sauren Chloridlösung bei 0° bezogenen Magnetismus derselben Eisenmenge in der Chloridlösung (93,8) und salpetersauren Lösung (85,5 bei 18,5°. Entsprechend diesen Werthen sind dann nach Abzug des Magnetismus des Wassers (− 10,3) aus der

Zahlen q die Magnetismen (μ) der Gewichtseinheit Eisen in letzterer Lösung bei verschiedenen Temperaturen, auf dieselbe Einheit berechnet, sowie (m_{II}) auf den gleich 100 gesetzten Magnetismus des Eisens in der sauren Chloridlösung von gleicher Temperatur. Daraus sind mit Hülfe der relativen Magnetismen v des Eisens im colloiden Eisenoxyd bei verschiedenen Temperaturen (Tab. XIII) die dissociirten Mengen x des Eisenoxyds nach der Formel I abgeleitet worden.

Die Werthe m und x sind auf Taf. I Fig. 5 und 5a aufgetragen.

Danach nimmt der Magnetismus des Eisens in den Lösungen von salpetersaurem Eisenoxyd nahezu proportional mit der Temperatur ab und umgekehrt die Menge des dissociirten Eisenoxyds zu. Dieselbe steigt von 10 bis 60° C. von etwa 10 bis 20 % des gesammten in der Lösung enthaltenen Eisenoxyds.

Schwefelsaures Eisenoxyd. Die Lösung enthielt in 10 ccm 1,501 g Eisen. Das Aequivalentverhältniss des Eisenoxyds (Fe_2O_3) und der Schwefelsäure ($3SO_3$) war 100:

	t	M	M_1	T	q	(m)	m_{II}	x
XVII.	6	479,5	227,2	130	252	77,3	78,7	25,5
	11	484	229,2	127	242	74,2	77,2	26,8
	15	484,7	229,5	125,5	238	73,2	77,3	27,4
	20	484,5	229,5	121,7	230	70,4	75,4	29,1
	26	484,8	229,6	117,3	223	68,5	75,0	29,5
	30,5	483	228,8	113,5	215	66,4	73,9	31,1
	36	478,5	227,1	108	209	64,5	73,3	31,8
	41	473,5	224,7	103	204	62,6	72,8	32,5
	46	467,2	222,1	98	199	61,3	72,4	33,0
	56	455	216,8	89	189	58,4	71,8	34,0
	63	450,6	214,9	83	180	55,5	70,3	34,8
	69	446	212,9	79	176	54,3	70,6	35,7
	77	442	211,2	77	173	53,5	70,4	36,1.

Zur Reduction dienten folgende Bestimmungen (Temperatur 16° C.).

	M	M_1	T	q
Schw. Eisenoxyd .	459,5	218.8	355	74,1
	242	119,3	106,8	73,3
Saures Eisenchlorid	463,5	220,6	461.5	94,8
	244	120.2	136	94,1
Wasser	401,5	193,3	−7,7	−2,1

Nach denselben ist der Magnetismus des Eisens in der Eisensulfatlösung bei 16° C. 0.773 von dem in der Eisenchloridlösung. Da letzterer, bezogen auf den Magnetismus des Eisens in der letztgenannten Lösung bei 0° (100) gleich 94,7 ist, so folgt derselbe für die Sulfatlösung gleich 73,2, wonach die übrigen Werthe wie bei der Lösung des salpetersauren Eisenoxyds berechnet sind, welche in den Curven Taf. I. Fig. 5 und 5a dargestellt sind.

Hiernach zeigt sich ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Verhalten der Lösung des salpetersauren und des schwefelsauren Eisenoxyds. Während der Magnetismus des Eisens in ersterer fast proportional mit der steigenden Temperatur abnimmt, nimmt er in der Lösung des schwefelsauren Eisenoxyds etwas langsamer mit der Temperatur ab; entsprechend steigt in ersterer die Menge des dissociirten Eisenoxyds ziemlich proportional der Temperaturerhöhung, in letzterer aber langsamer.

Dass mit der Zeit namentlich in verdünnten Lösungen die dissociirte Eisenoxydmenge wächst, ist von Hrn. Krecke[1]) (s. w. u.) gezeigt werden. Bei den vorliegenden Versuchen mit concentrirteren Lösunsen geschah die Erwärmung möglichst langsam, so dass bei wiederholten Beobachtungen bei derselben Temperatur sich der Magnetismus der Lösungen nicht mehr merklich änderte. Auch waren die bei der Abkühlung der letzteren erhaltenen Magnetismen nahezu die gleichen wie bei den entsprechenden Temperaturen beim Erwärmen, woraus wiederum zu erkennen ist, dass die Dissociation und Rückbildung des Salzes in beiden Fällen abgelaufen war.

1) Kolbe's J. III. p. 286. 1871.

IV. Bindung des Eisenoxyds durch verschiedene Mengen Säure.

1. Salpetersäure und Eisenoxyd. Frisch gefälltes Eisenoxyd wurde mit mässig verdünnter Salpetersäure in der Kälte digerirt. Zu der braunen Lösung wurden verschiedene Mengen Salpetersäure zugesetzt und so wurde eine Reihe von Lösungen hergestellt, in denen das Aequivalentverhältniss der Basis (Fe_2O_3) und Säure ($3N_2O_5$) variirte. Durch Bestimmung des Magnetismus der Lösungen konnte die Menge des jeweilen dissociirten Eisenoxyds bestimmt werden. In den folgenden Tabellen haben die gebrauchten Buchstaben die frühere Bedeutung. Ausserdem ist S die Gewichtsmenge Säure in 10 ccm der Lösung; y der Quotient aus $1-x$ durch die Aequivalentmenge der angewendeten Säure, d. h. die auf je ein Aequivalent der Säure in der Lösung gebildete Menge salpetersaures Eisenoxyd in Aequivalenten.

	M	M_1	T	q	d
XVII.(1) .	459	218,5	118,7	248,6	277
	367	177,7	79	250,1	
(2) .	464,2	220,8	125	256,5	285
	366	177,3	81,5	259,3	
(3) .	464,5	220,9	122,8	251,8	280
	365	167,8	79	252,7	
(4) .	461,6	219,8	108,8	225,3	254
	360,2	174,6	69,5	228,0	
(5) .	458,8	218,4	95	199,1	227
	359	174	60,5	199,9	
(6) .	453,5	216,1	43	92,0	120
	360,5	174,7	28,2	92,4	
$Fe_2Cl_6 + HCl$	354	171,8	387,5	131,3	134
	241,2	119	185,5	131,0	
Wasser . .	447	212,9	— 12,2	— 2,69	—
	345,5	168	— 8	— 2,83	

woraus folgt:

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(1) .	0,967	80	0,416	73,5	32,0	68	0,85
(6) .	0,423	80	0,181	73,2	31,7	68,3	0,85
(2) .	1,018	90,5	0,386	81,7	22,7	77,3	0,85
(3) .	1,070	102	0,360	85,8	16,8	83,2	0,82
(4) .	1,157	126	0,316	88,9	13,1	86,9	0,69
(5) .	1,227	151	0,279	89,9	11,9	88,1	0,58
Normallösung	—	—	1,470	100	—	—	—

Die Lösung (6) war aus Lösung (1) durch Verdünnen mit Wasser erhalten.

2. Schwefelsäure und Eisenoxyd.

	M	M_1	T	q	d
XVIII. (1) .	441	208	66	1513	1866
	234,5	115,7	20,3	1516	
(2) .	233,5	115,2	28	2109	2514
	440	208,4	92,7	2139	
(3) .	439,5	208,1	102,2	2313	2709
	233,5	115,2	31,4	2364	
(4) .	232,5	114,7	31,7	2410	2775
	439	208	105,8	2450	
(5) .	439	208	103,6	2406	2725
	232,5	114,7	31,7	2411	
(6) .	233	115	31,6	2391	2729
	438,2	207,6	102,3	2377	
(7) .	439,5	208,2	97,7	2258	2619
	232,8	114,9	30,2	2289	
Normallösung	437,8	207,4	180,5	4195	4522
	234	115,5	55,5	4160	
Wasser . .	233	115	— 41,8	— 363	
	439,5	208,1	— 15,2	— 344	

woraus folgt:

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(1) .	0,314	75,3	0,206	58,1	49,8	50,2	0,68
(2) .	0,434	101,2	0,200	80,2	23,5	76,5	0,76
(3) .	0,532	127,1	0,195	88,8	13,4	86,6	0,68
(4) .	0,627	153,1	0,191	92,8	8,5	91,5	0,60

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(5) .	0,721	180,2	0,187	94,3	6,7	93,3	0,52
(6, .	0,798	203,1	0,183	95,3	5,6	94,4	0,46
(7) .	0,955	255,0	0,175	95,5	5,3	94,7	0,37
Normallösung	—	—	0,292	99,2	—	—	—

Eine zweite Reihe ergab:

XIX.	M	M_1	T	q	d
Schwefels. u. Eisenoxyd (1)	257,5	126,6	38	2370	2717
(2)	441	206,8	133,8	3134	3485
	235	116	42,3	3143	
(3)	234	115,5	47	3523	3895
	443	207,7	151,5	5573	
(4)	444	208	169,5	3931	4263
	235	116	52,5	3901	
Normallösung	234,5	115,7	52	3922	
	443	207,8	166,5	3872	
Schwefels. u. Eisenoxyd (5)	442,5	207,4	171,8	4005	4304
	233	115	51,7	3909	
. (6)	233	115	52,5	3970	4302
	442	207,2	168,7	3941	
(7)	440,5	206,5	164	3858	4240
	232	114,5	51,5	3928	
(8)	231,3	114,1	50,3	3864	4211
	439,5	206,1	163,5	3864	
Normallösung	438	205,3	166,2	3955	4263
	229,5	113,2	50,2	3916	
Wasser	435,8	204,7	—14,5	—347	

Aus diesen Beobachtungsresultaten leiten sich die folgenden Werthe ab:

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(1) .	0,540	73,4	0,343	53,8	55,1	44,9	0,61
(2) .	0,618	85,1	0,339	69,8	35,9	64,1	0,75
(3) .	0,705	98,6	0,334	78,4	25,8	74,2	0,75
(4) .	0,786	111,5	0,329	88,0	14,3	85,7	0,77
(5) .	0,855	122,8	0,325	89,8	12,2	87,8	0,71
(6) .	0,989	146,6	0,315	92,8	8,5	91,5	0,62

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(7) .	1,192	182,8	0,304	94,6	6,4	93,6	0,51
(8) .	1,379	219,6	0,293	97,7	2,7	97,3	0,44
Normallösung	—	—	0,292	99,2	—	—	—

Nach einer dritten Reihe war:

XX.	M	M_1	T	q	d
Schwefels. u. Eisenoxyd (a)	434,5	210,9	249,6	5618	6007
	227,8	112,4	70,8	5606	
(b)	226,5	111,7	75,2	6144	6503
	434	210,7	269,5	6072	
(c)	433	210,2	304,5	6890	7287
	228	112,5	68	6795	
(d)	226,7	111,8	92,2	7381	
	436	211,6	328,5	7331	7729
	432	209,8	321	7290	
(e)	225,7	111,3	95,5	7713	8083
	432	209,8	337,5	7663	
(f)	432,5	210	339	7685	8087
	226,5	111,7	96	7700	
(g)	430	200,9	342,5	7834	8210
	227	112	97,8	7796	
(h)	226	111,5	95,5	7685	8051
	430	208,9	333	7628	
(i)	429,5	208,2	326	7523	7931
	226,7	111,8	94,3	7550	
Normallösung	228,5	112,7	57	4545	4975
	435	211,5	206	4616	

Aus diesen Beobachtungen lassen sich folgende Werthe ableiten:

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(a)	0,982	75,9	0,603	57,93	50.0	50,0	0,66
(b)	1,061	84,0	0,589	64,18	42,7	57,3	0,68
(c)	1,145	92,6	0,577	73,50	31,7	68,3	0,73
(d)	1,208	99,6	0,566	79,45	24.4	75,6	0,76
(e)	1,246	103,8	0,560	84,03	19,0	80,0	0,77
(f)	1,286	108,2	0,554	84,92	17.9	82,1	0,76

	S	Aeq	f	m	x	$1-x$	y
(g)	1,360	117,6	0,540	88,49	13,7	86,3	0,73
(h)	1,494	135,2	0,515	90,86	10,9	89,1	0,66
(i)	1.620	153,1	0,494	3,46	7,8	92,2	0,60
Normallösung	—	—	0,292	99,2	—	—	—

Die Werthe $1-x$ für das salpetersaure und schwefelsaure Eisen sind auf Taf. I. Fig. 6 als Ordinaten, als Abscissen die entsprechenden zu 100 Aequivalenten des Eisenoxydes hinzugefügten Aequivalentmengen der Säure verzeichnet.

3. Weinsaures Eisenoxyd. Die Versuche mit diesem Salze sind nicht, ganz sicher, da sich das Eisenoxyd in der Lösung mit der Zeit zu Oxydul reducirt. Es mögen deshalb nur die jedenfalls annähernd richtigen Endresultate gegeben werden. Das 1 Aequivalent Weinsäure enthaltende Salz hat die Formel $C_2H_2(OH)_2(COOfe)_2$ wenn das Atomgewicht von fe gleich 18,7 ist.

Weinsäure	1	2	3	4	6	8 Aeq.
fe	0,380	0,351	0,326	0,304	0,268	0,239
x	56,8	49,2	43,8	38,6	31,0	26,6
$1-x$	43,2	50,8	56,2	61,4	69,0	73,4

Während also in einer mit mehr oder weniger Chlorwasserstoffsäure versetzten nicht zu verdünnten Lösung von colloidem Eisenoxyd stets die ganze Menge der Säure mit einer äquivalenten Menge Eisenoxyd verbunden ist, soweit letzteres in genügender Quantität vorhanden ist, zeigen die salpetersäure- und schwefelsäurehaltigen Lösungen desselben ein ganz abweichendes Verhalten. Bei beiden wächst bei Zusatz von immer mehr Säure zu einer sehr viel Oxyd enthaltenden Lösung des betreffenden Eisensalzes die Menge des letzteren, während indess selbst bei Gegenwart sehr bedeutender Säuremengen stets noch grosse Quantitäten von Eisenoxyd frei in der Lösung neben freier Säure fortbestehen.

Beträgt die in einer Lösung von basischem salpetersaurem Eisenoxyd vorhandene Salpetersäure weniger als

einem Aequivalent des Eisenoxyds entspricht, so nimmt die Menge des salpetersauren Eisenoxyds regelmässig immer langsamer zu, so dass bei gleichen Aequivalentmengen Salpetersäure und Eisenoxyd etwa 80 % des letzteren mit ersterer verbunden sind, 20 % der Säure und des Oxydes aber unverbunden sind; bei $1^1/_2$ Aequivalenten Säure auf 1 Aequivalent Oxyd immer noch etwa 11 % des letzteren frei bleiben u. s. f. Aehnlich verhält sich das weinsaure Eisenoxyd, bei dem noch bei Gegenwart von 8 Aequivalenten Weinsäure 26.6 % des Aequivalents Eisenoxyd dissociirt sind.

Bei steigendem Zusatz von Schwefelsäure zu einer basischen Lösung von schwefelsaurem Eisenoxyd wächst, abweichend von dem Verhalten der Salpetersäure, die Menge des gebildeten schwefelsauren Eisenoxyds erst etwas schneller als dem Zuwachs an Schwefelsäure entspricht, bis bei Anwendung gleicher Aequivalente der Säure und des Oxyds etwa 75 % desselben gebunden, 25 % frei sind; dann steigt die Menge des gebildeten Salzes bei weiterem Zusatz von Säure immer langsamer; das gebundene Eisenoxyd beträgt bei $1^1/_2$ Aequivalenten Säure auf 1 Aequivalent Oxyd etwa 86, bei 2 Aequivalenten Säure etwa 96 % der gesammten vorhandenen Oxydmenge.

Die mit je einem Aequivalent der jedesmal angewandten Säuremenge verbundene Oxydmenge (y) nimmt bei der Salpetersäure ziemlich regelmässig, erst langsam, dann immer schneller ab; bei der Schwefelsäure steigt sie erst, bis die benutzten Aequivalentmengen des Oxyds und der Säure nahe die gleichen sind, dann aber nimmt sie immer schneller ab.

Also auch in dieser Beziehung zeigt sich ein ähnlicher Unterschied in dem Verhalten der Säuren gegen das Eisenoxyd, wie bei der Dissociation der betreffenden Salze bei höherer Temperatur.

V. Austausch der Bestandtheile von Eisenoxydsalzen und anderen Salzen.

Mischt man zu der Lösung eines Eisenoxydsalzes eine Lösung eines anderen Salzes, dessen Säure von der des Eisensalzes verschieden ist, so findet eine partielle Umsetzung der Bestandtheile beider Salze statt. Erleidet hierbei das neu gebildete Eisensalz in der Lösung eine andere Dissociation, als das zuerst angewandte, so kann man aus der Veränderung des der Gewichtseinheit Eisen in der Lösung zukommenden Magnetismus zunächst die jetzt dissociirte Menge Eisenoxyd berechnen. Auf diese Weise wurden zu einer Lösung von Eisenchlorid, die bei nicht zu grosser Verdünnung nicht sehr bedeutend dissociirt ist, Lösungen verschiedener anderer Salze gemischt oder letztere Salze direct in der Lösung des Chlorides gelöst. Die zugleich untersuchte Lösung des essigsauren Eisenoxyds war durch Fällen einer gleiche Aequivalente Schwefelsäure und Eisenoxyd enthaltenden Lösung von schwefelsaurem Eisenoxyd durch eine äquivalente Menge von essigsaurem Bleioxyd und Abfiltriren dargestellt. Die geringe Menge des in der Lösung verbleibenden schwefelsauren Bleies hat auf den Magnetismus keinen Einfluss.

Die Resultate sind unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen in den folgenden Tabellen aufgeführt. Um die daselbst mitgetheilten Werthe d des Magnetismus des Eisens in der Lösung für sich zu erhalten, ist von dem Magnetismus der Lösung sowohl der des Wassers, als auch der des neben dem Eisensalz gelösten Salzes subtrahirt. Bei Anwendung von schwefelsaurem, salpetersaurem, essigsaurem Kali, Natron, Ammon, Zinkoxyd, Magnesia ist der letztere verschwindend klein, bei schwefelsaurem Kupferoxyd, Nickel-, Kobalt-, Manganoxydul aber wohl zu beachten.

XXI.	M	M_1	T	q	d	f	m	x
Wasser	359	174	−10	−3,34	—	—	—	—
Fe_2Cl_6 + HCl .	325,8	159,8	126,5	49,6	52,97	0,374	100	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$MgSO_4$ ½ Aeq.	344,5	167,4	171,5	61,2	64,5	0,499	91,4	10,3
1 Aeq.	340,8	165,7	115,1	41,9	45,2	0,374	85,4	17,3
2 Aeq.	351,3	170,6	76,2	26,2	29,5	0,250	83,6	19,5
4 Aeq.	332,2	161,7	47	18,0	21,3	0,187	80,6	23,1
$MgSO_4$ Lösung	356	172,7	−10	−3,35	—	—	—	—
XXII.								
Fe_2Cl_6 + HCl .	366,1	177,5	159	50,47	53,81	0,374	100	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$ZnSO_4$ ½ Aeq.	366,5	177,5	191,8	60,8	64,2	0,499	89,5	12,7
1 Aeq.	365,5	177,0	134	42,8	46,0	0,374	85,5	17,2
2 Aeq.	363,8	176,2	81,7	26,3	29,6	0,250	82,6	20,7
4 Aeq.	362,5	175,6	57	18,5	21,8	0,187	81,5	22,1
Na_2SO_4 Lösung	361,5	175,1	−11	−3,61	—	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
Na_2SO_4 ½ Aeq.	356	172,7	133	44,6	48,0	0,374	89,1	13,0
1 Aeq.	354	171,8	78	26,4	29,8	0,250	82,8	20,5
1½ Aeq.	352,5	171,1	52,5	17,9	21,3	0,187	79,1	24,9
2 Aeq.	350,5	170,2	39,5	13,6	17,0	0,150	78,9	25,1
XXIII.								
Normalsalp. Eis.	356	172,7	120	40,2	43,6	0,311	99,2	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$(NH_4)_2SO_4$ ¼ Aeq.	363,5	176,1	201	64,8	68,2	0,499	98,0	2,5
½ Aeq.	361,5	175,2	139	45,3	48,7	0,374	93,2	8,2
1 Aeq.	361	175	83	27,1	30,5	0,250	87,6	15,0
2 Aeq.	361	175	40,5	13,2	16,6	0,150	79,6	24,8
3 Aeq.	357	173,3	24,5	8,2	11,6	0,107	77,5	27,3
XXIV.								
Fe_2Cl_6 + HCl .	362	175,4	151,7	49,3	52,7	0,374	100	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$CuSO_4$ ½ Aeq.	368,5	178,4	159	50,0	49,0	0,374	93,3	8,0
1 Aeq.	368	178,2	106	33,4	30,9	0,250	88,3	14,0
1½ Aeq.	368,5	178,4	82,3	25,9	22,7	0,187	86,5	16,5
2 Aeq.	368,4	178,4	66,7	20,9	17,4	0,150	82,5	20,8
Lösung v. $CuSO_4$	368	178,2	17	5,36	8,7	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$MnSO_4$ ½ Aeq.	368	178,2	274,2	86,4	50	0,374	95,2	5,7
1 Aeq.	367	177,8	252	79,7	30,5	0,250	87,2	16,4
1½ Aeq.	366	177,3	243,3	77,5	21,8	0,187	81,3	22,3
Lösung v. $MnSO_4$	368,5	178,4	240	75,4	78,7	—	—	—

XXV.	M	M_1	T	q	d	f	m	x
Fe_2Cl_6 + HCl	305	149,2	107	48,1	51,4	0,374	100	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$CoSO_4$ ½ Aeq.	307	150,2	162	71,8	49,4	—	96,6	4,1
1 Aeq.	337,5	164,5	166,3	48,0	51,4	—	89,5	12,4
Lösung v. $CoSO_4$	338,2	164,5	130	61,5	30,6	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
$NiSO_4$ ½ Aeq.	311,5	152,2	133,5	57,0	49,0	—	95,7	5,1
1 Aeq.	324,5	158,2	108	43,2	30,6	—	89,6	12,4
Lösung v. $NiSO_4$	331	161,2	53,3	71,2	74,6	—	—	—
XXVI.								
Fe_2Cl_6 + HCl	425,5	203,9	412,3	98,5	99,5	2,750	100	—
	339,5	165	270	98,0				
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
NH_4NO_3 ½ Aeq.	438	209,3	133,7	30,5	31,8	0,874	100,5	—
	349,5	169,7	88,2	30,6				
1 Aeq.	435,8	208,5	121,6	28,0	29,3	0,823	98,3	2,0
	347,7	168,9	80,2	28,1				
2 Aeq.	433,8	207,7	108,7	25,2	26,6	0,751	97,8	2,6
	343	166,7	71	25,6				
3 Aeq.	430,5	206,1	96,5	22,7	24,0	0,672	98,9	1,3
	344	167,2	64	22,9				
4 Aeq.	430	205,7	88,1	20,8	22,1	0,612	100	—
	342	166,2	58,2	21,0				
Fe_2Cl_6 verdünnt	428	205,7	76,4	18,2	19,5	0,550	95,5	5,3
	343	166,7	51	18,3				
XXVII.								
Fe_2Cl_6 + HCl	342,8	166,6	272,8	98,3	101,3	0,954	100	—
	283,5	139,0	188,8	97,7				
Wasser . . .	342	166,2	—7,5	—2,7	—	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
KNO_3 1 Aeq.	358	173,6	121	40,2	42,8	0,417	96,9	3,7
	300,5	147	86,2	39,9				
$NaNO_3$ 1 Aeq.	356,3	172,8	120,2	40,3	42,9	0,416	97,1	3,5
	299,5	146,5	85,2	40,0				
$NaClO_3$ 1 Aeq.	346,5	168,4	109,5	38,6	41,4	0,418	93,1	8,1
	227	140,6	76,5	38,7				
Essigs. Nat. 1 Aeq.	342,2	166,3	29,2	10,5	13,3	0,417	30,1	83,2
	285	139,7	20,6	10,5				
Wasser	353,5	171,6	114,5	38,9	42,0	0,416	95,1	5,8
	291,5	142,7	80,7	39,6				
Weinsäure 1 Aeq.	344,5	167,4	113,8	40,6	43,5	0,416	98,5	1,8
	286,1	140,2	80,2	40,8				

XXVIII.	M	M_1	T	q	d	f	m	x
Fe_2Cl_6 + HCl	366	177,3	302,8	96,3	98,4	0,954	100	—
	298,7	146,1	203,8	95,5				
Wasser . . .	349	169,5	−7,2	−2,5	—	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
KNO_3 $^1/_2$ Aeq.	376	181,9	177	53,5	56,1	0,560	97,2	3,38
	311	152	124,1	53,7				
$^3/_8$ Aeq.	373	180,5	174,7	53,6	56,2	0,560	97,1	3,40
	303	170,9	118	53,7				
$^1/_4$ Aeq.	367,5	178	165,8	52,3	54,5	0,557	98,9	1,31
	300,7	147,1	113,3	51,6				
$^1/_8$ Aeq.	367,5	178	168,8	53,3	55,7	0,557	96,9	3,64
	300,3	146,9	114,6	53,1				
$NaNO_3$ $^1/_2$ Aeq.	362,5	175,6	166,6	54,0	56,1	0,559	97,7	2,72
	298,7	146,1	115	53,9				
Wasser . . .	377	182,2	178,5	53,7	56,3	0,555	98,2	2,07
	311	152	124,5	53,9				

XXIX.								
Fe_2Cl_6 + HCl	364	176,5	50,8	163,1	174,4	0,780	100	—
	468	222,3	80	161,8				
Wasser . . .	473,2	224,8	−6,1	−12,1	—	—	—	—
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
Essigs. Nat. 1 Aeq.	482	228,4	18	34,5	47,0	0,457	30,6	82,4
	376	181,8	11,7	35,4				
Essigs. Kali 1 Aeq.	484	229,3	22	41,8	53,9	0,513	32,0	80,9
Essigs. Eisenoxyd	481,5	228,2	22,2	42,6	54,2	0,520	31,0	82,0
	372	180	13,5	41,6				

XXX.								
Fe_2Cl_6 + HCl	352	170,9	276,5	94,7	97,2	0,954	100	—
	289,5	141,7	190	94,6				
1 Aeq. Fe_2Cl_6 mit								
Essigs. Natr. $^1/_2$ A.	356,8	173,1	80	26,7	29,2	0,559	51,3	49,2
	289,5	141,7	53,7	26,7				
$^3/_8$ Aeq.	354,2	171,9	99,6	33,7	36,3	0,559	63,8	43,5
	289,5	141,7	68,1	33,9				
$^1/_4$ Aeq.	353,7	171,5	118	40,1	42,7	0,558	75,0	29,7
	291,7	142,8	82	40,2				
$^1/_8$ Aeq.	352	170,9	131	44,9	47,4	0,554	83,0	20,2
	289	141,5	90	44,9				

Bei den Reihen XXVII, XXVIII und XXX enthielt das verwendete, etwas basische Eisenchlorid bereits etwa 2 % colloides Eisenoxyd.

Dividirt man die beim Zusatz verschiedener Mengen, z. B. eines schwefelsauren Salzes zu 1 Aequivalent Eisenchlorid erhaltenen Werthe x durch den entsprechenden Werth (x), welcher die Theile des Aequivalentes Eisensulfat bezeichnet, welche in einer wässrigen Lösung des letzteren für sich dissociirt sind, so gibt der Quotient $x : (x)$ an, wie viele Procente des Aequivalentes des Eisenchlorids sich mit dem zugemischten Salz umgesetzt haben. Dabei müsste indess die Voraussetzung gemacht werden, dass nach geschehener Umsetzung der noch unveränderte Rest des Eisenchlorids sich durch die Einwirkung des Lösungswassers nicht weiter dissociirte, das neugebildete Eisensalz sich in der gemischten Lösung ebenso verhielte, wie in reinem Wasser, und seine durch die partielle Dissociation freigewordenen Bestandtheile nicht weiter auf das Eisenchlorid einwirkten. Sind diese Annahmen auch nicht streng richtig, so gestatten doch jedenfalls die Werthe x eine annäherde Schätzung der Grösse des Austausches.

Danach verhält sich das Eisenchlorid gegen die seiner Lösung zugefügten Salze sehr verschieden. Die salpetersauren Salze des Kaliums, Natriums, Ammoniums tauschen merkwürdigerweise mit dem Eisenchlorid kaum ihre Bestandtheile aus, selbst bei bedeutenden Mengen der ersteren. Die dissociirten Mengen des Eisenchlorids sind fast die gleichen, wie bei Verdünnung seiner Lösung mit Wasser allein. — Auch bei Zusatz von chlorsaurem Natron ist der Austausch nicht bedeutend.

Eine viel bedeutendere Umsetzung findet bei Beifügung der schwefelsauren Salze zur Eisenchloridlösung statt. Bei Vermehrung der Mengen der letzteren steigt das gebildete Eisensulfat erst schnell, dann langsamer an und nähert sich einem Maximum, der dem angewandten Eisenchlorid aequivalenten Menge, bei deren vollständiger Bildung etwa $25-26\,\%$ des vorhandenen Eisenoxyds in der Lösung frei wären. — Am stärksten zeigt sich der Austausch bei Anwendung des schwefelsauren Mangans;

schwächer ist er im allgemeinen der Reihe nach bei Anwendung von schwefelsaurem Kupfer, schwefelsaurem Ammon und schwefelsaurem Natron; von schwefelsaurem Zink und schwefelsaurer Magnesia, bei welchen letzteren beiden er nahezu gleich ist; endlich von schwefelsaurem Nickel und Cobalt, bei denen eine ähnliche Gleichheit besteht.

In hohem Grade bedeutend ist die Umsetzung der Bestandtheile zwischen den essigsauren Salzen und dem Eisenchlorid. In einer Lösung von 1 Aequivalent essigsaurem Kali oder Natron und 1 Aequivalent Eisenchlorid ist etwa ebensoviel Eisenoxyd (82 % des Aeq.) colloid gelöst, wie in einer reinen Lösung von essigsaurem Eisenoxyd von gleichem Eisengehalt, so dass sich also die ganzen Mengen beider Salze in essigsaures Eisenoxyd und Chlorkalium oder Chlornatrium umgesetzt haben. Wird sodann diese Lösung erwärmt, so dissociirt sich das gebildete essigsaure Eisenoxyd noch weiter, und alles Eisenoxyd fällt aus der Lösung nieder. Die bei den Analysen so häufig vorgenommene Abscheidung des Eisenoxyds aus Lösungen durch Zusatz von essigsaurem Natron und Erhitzen beruht auf diesen Erscheinungen.

Bei geringeren Zusätzen von essigsaurem Natron zur Eisenchloridlösung nimmt die dissociirte Menge Eisenoxyd nicht in gleichem Verhältniss mit der Menge des erstgenannten Salzes ab, indem dabei die Lösung an essigsaurem Eisenoxyd ärmer wird und sich letzteres somit weiter dissociiren kann. Daneben kann auch noch ein Theil des Eisenchlorids dissociirt sein.

Die vorliegenden Versuche dürften den Beweis liefern, dass die Untersuchung des magnetischen Verhaltens sehr wohl geeignet ist, die Dissociation der Eisenoxydsalze in ihren Lösungen bei verschiedenen Temperaturen, die Verhältnisse ihrer Bindung durch die Säuren und ihre Umsetzungen mit anderen Salzen mit der erforderlichen Genauigkeit selbst quantitativ zu bestimmen. Weder bei

den Oxyden des Chroms, noch bei denen des Nickels, Cobalts, Kupfers, Mangans konnte bisher eine ähnliche lösliche Modification mit schwächerem Magnetismus wie beim Eisenoxyd nachgewiesen werden. Jene Oxyde haben in den alkalischen Lösungen, wie sie bei Vermischen von Lösungen von Chromoxydsalzen mit überschüssigem Kali, von Nickel-, Cobalt-, Kupfer- Manganlösungen mit überschüssigem Ammoniak erhalten werden, denselben Magnetismus wie in den entsprechenden Salzen. Somit sind die magnetischen Untersuchungen vorläufig auf die Eisenoxydsalze beschränkt. Indess dürften sich die bei ihnen studirten Verhältnisse auch auf andere Salze übertragen lassen.

Es erhebt sich indess die Frage, ob die durch die magnetischen Methoden erzielten Resultate nicht vielleicht vollkommener und sicherer auf anderem Wege zu erhalten wären, und wie weit dieselben mit den Ergebnissen anderer Arbeiten auf demselben Gebiete in Beziehung stehen.

Von Hrn. Krecke (s. p. 63) sind im Jahre 1871 sorgfältige Versuche über die Dissociation sehr verdünnter Eisenchloridlösungen bei höheren Temperaturen angestellt worden, durch welche er nachwies, dass die Dissociation mit wachsender Verdünnung der Lösungen bei immer niederen Temperaturen merklich wird und mit Steigen der Temperatur zunimmt. Er bestimmt das zuweilen in den Lösungen gebildete colloide Eisenoxyd durch Ausfällen mittelst Zusatz von Kochsalzlösung. Hierbei ändert sich indess während des Ausfällens des Oxydes selbst die Zusammensetzung und demgemäss die Bedingung für den jedesmaligen Gleichgewichtszustand in der unveränderten Lösung, nämlich die Anwesenheit gleicher Aequivalente Eisenoxyd und Chlorwasserstoffsäure. Das Endresultat der Versuche entspricht also der unter dieser Bedingung erfolgenden Dissociation nicht ohne weiteres.

Deshalb ist es unbedingt nöthig, ohne jeden chemischen Eingriff nur durch physikalische Beobachtungen die Zusammensetzung der Lösungen zu ergründen. Dies geschieht so-

wohl bei den magnetischen Messungen, wie bei einer Reihe calorimetrischer, volumenometrischer und optischer Methoden.

Im Jahre 1869 hat Hr. W. Thomsen[1]) durch genaue calorimetrische Versuche die Verhältnisse zweier sich gleichzeitig mit einer Basis verbindender Säuren bestimmt.

Bezeichnet man mit Thomsen die Wärmeentwickelung bei dem Zusammentreffen von y Aequivalenten einer Substanz A mit z Aquivalenten einer Substanz B mit (y A, z B) und werden z. B. beim Vermischen einer Lösung von 1 Aequivalent schwefelsaurem Natron mit 1 Aequivalent Salpetersäure x Aequivalente salpetersaures Natron gebildet, so ist der hierbei stattfindende Wärmeprocess:

$$(NaOSO_3\,Aq,\ N_2O_5\,Aq) = x\,[(NaO\,Aq,\ N_2O_5\,Aq) - (NaO\,Aq.\ SO_3\,Aq)] + (xNaO\,N_2O_5\,Aq, (1-x)N_2O_5\,Aq) + (1-x)NaO\,SO_3\,Aq, xSO_3\,Aq),$$

wo das Zeichen Aq die Lösung der Substanzen in einer grossen Menge Wasser angibt. Die Werthe auf der linken Seite der Gleichung, sowie die beiden ersten auf der rechten, hat Thomsen durch directe Versuche gleich -1752, 15689 und 13617 Wärmeeinheiten bestimmt. Den dritten Werth rechts kann man fast vernachlässigen (er ist kleiner als 35); zur Bestimmung des vierten Werthes war aber eine Reihe von Beobachtungen erforderlich, bei denen nach einander $^1/_4$ bis 4 Aeq. Schwefelsäure mit 1 Aeq. schwefelsaurem Natron zummengebracht wurden und die für je ein Aequivalent Schwefelsäure entwickelte Wärme von -396 bis 1341 variirte. Durch Probiren sucht nun Thomsen den Werth x, welcher unter Einsetzung des entsprechenden Werthes des letzten Gliedes der Gleichung am besten genügt. Hiernach ist $x = {}^2/_3$; und das Natron theilt sich zwischen der Salpetersäure im Verhältniss der sogenannten Aviditäten beider Säuren, welche sich wie $^1/_3 : {}^2/_3 = {}^1/_2$ verhalten. — Die Genauigkeit des Werthes x richtet sich zuerst nach der Genauig-

1) Pogg. Ann. CXXXVIII. p. 65.

keit der in dem ersten Gliede rechts enthaltenen Werthe. Je geringer ihre Differenz ist, desto grösseren Einfluss müssen Beobachtungsfehler in den beiden voneinander zu subtrahirenden Werthen haben. Endlich bedarf es zur Bestimmung des Werthes des vierten Gliedes rechts einer ganzen Reihe von Beobachtungen, aus denen durch Interpolation der geeignetste Werth zu suchen ist, so dass sich hierdurch gleichfalls die Fehlerquellen häufen und jede einzelne Aviditätsbestimmung äusserst mühevoll wird.

Aehnliche Hindernisse stellen sich den analogen Versuchen entgegen, durch Messung des specifischen Gewichtes der Lösungen vor und nach ihrer Mischung, d. h. ihrer Volumenänderung bei der Umsetzung ihrer Bestandtheile die Grösse des Austausches der letzteren zu ermitteln. Da die Unterschiede des specifischen Gewichtes der Lösungen relativ nur sehr klein sind, haben die unvermeidlichen Beobachtungsfehler, welche oft grösser sind, als man gewöhnlich glaubt[1]), einen grossen Einfluss. Die in dieser Beziehung sehr sorgfältig ausgeführten Versuche des Hrn. Ostwald[2]) haben ergeben, dass die relative Avidität der Salpetersäure und Chlorwasserstoffsäure zu den Basen im allgemeinen von der Basis selbst unabhängig ist.

Die Unabhängigkeit der Aviditäten der verschiedenen Säuren bewährt sich indess nicht allgemein; schon bei dem Hinzutreten der Schwefelsäure und einer anderen Säure zu den Basen trifft sie nicht mehr zu. Es rührt dies jedenfalls davon her[3]), dass hierbei auch die chemische Anziehung des Wassers auf die verschiedenen Körper in Betracht kommt. Nur dann tritt dieselbe in den Hintergrund, wenn in extremen Fällen die Affinitäten der Säuren zu den Basen sehr bedeutend sind.

Denselben Bedingungen dürfte die von Hrn. Ostwald beobachtete Unabhängigkeit der relativen Avidität von der

---

1) Vgl. Regnault. Rélation etc. Sur la densité du Gas. p. 129.
2) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 167. Wied. Ann. II. p. 429. 671.
3) Vgl. G. Wiedemann, Ber. d. K. Sächs. Ges. 1873. p. 373.

Temperatur unterliegen, welche für die Esterbildung auch von Berthelot[1]) erkannt worden ist. Es wäre z. B. zu untersuchen, ob nicht schon beim Zusammenbringen von Magnesia mit je zwei Säuren bei höheren Temperaturen Abweichungen eintreten, da aus einer siedenden Lösung von Chlormagnesium bereits Chlorwasserstoffsäure abdunstet.

Bei den vorliegenden magnetischen Versuchen sind die Verhältnisse insofern etwas einfacher, als an Stelle von vier Stoffen, zwei Säuren, einer Basis und Wasser nur deren drei, Säure, Eisenoxyd und Wasser aufeinander wirken. Die mit der Temperaturerhöhung fortschreitende Dissociation des salpetersauren und schwefelsauren Eisenoxyds in concentrirten und verdünnten, des Eisenchlorids in verdünnten Lösungen beweist, dass die relativen Bindungsverhältnisse der hier zusammentretenden drei Stoffe bei wechselnden Temperaturen nicht constant bleiben.

Die Versuche von A. Müller[2]), aus der Farbenänderung der Eisenoxydsalze unter verschiedenen Bedingungen Schlüsse zu ziehen, sind bisher noch nicht zu directen quantitativen Gesetzen für die Bindungs- und Dissociationsverhältnisse zu verwerthen. Dagegen könnten derartige Beobachtungen, wie dies von Brücke[3]) beim Zusammenbringen von salicylsaurer Eisenoxydlösung mit verschiedenen Säuren gezeigt worden ist, sehr wohl einen, wenn auch zunächst nur qualitativen Einblick in die Umsetzungsverhältnisse gewähren.

Bringt man bei gewöhnlicher Temperatur zu einer neutralen Eisenchloridlösung eine organische Säure, Weinsäure, Salicylsäure, so tritt dadurch keine Aenderung des Magnetismus der Gewichtseinheit Eisen ein. Nur etwa vorhandene, geringe Mengen freies Oxyd werden noch gesättigt. Auf diesem Wege ist also nicht das Verhältniss zu bestimmen, in dem sich das Eisenoxyd zwischen

1) C. R. LXXXV. p. 883. Beibl. 1878. p. 65.

2) J. f. prakt. Chem. XCVI. p. 340. C. p. 204. Pogg. Ann. Ergbd. VI. p. 123.

3) Wien. Ber. LXXV. 1877. Beibl. I. p. 653.

beiden Säuren theilt. (Bei Digestion einer Eisenoxydlösung mit frisch gefällter Thonerde würde sich die Theilung der Säure zwischen den beiden Basen magnetisch bestimmen lassen). Vielleicht könnte es auf dem erwähnten optischen Wege gelingen, weitere Schlüsse zu ziehen, wenn erst durch eine sehr vollständige Untersuchung die Stärke der Absorption des verschiedenfarbigen Lichtes durch die jedesmal gebildeten Verbindungen einzeln bestimmt wäre.

Genauere quantitative Resultate hat Jellet[1]) mittelst Messung der Drehung der Polarisationsebene durch Lösungen von Alcaloiden, Chinin, Brucin, Codeïn erhalten, denen eine bestimmte Menge einer Säure zugesetzt wurde. Da die molecularen Drehungen durch die Alcaloide von denen ihrer Salze verschieden sind, so kann man hierbei, wenn man den Einfluss der Lösungsmittel gehörig berücksichtigt, direct die freibleibende und gebundene Menge des Alcaloids bestimmen. Die letztere Menge wächst zuerst proportional der Säuremenge, bis zur Bildung des Neutralsalzes; dann, wenn sich ein saures Salz bilden kann, welches eine besondere Drehung zeigt, z. B. beim Chinin, noch weiter, indess meist langsamer als dem Säurezusatz entspricht, da häufig durch das Lösungswasser das saure Salz partiell dissociirt wird. Bei Zusatz einer zur Sättigung ungenügenden Säuremenge zu einem Gemisch von zwei Alcaloiden findet Jellet die Theilung der ersteren zwischen letzteren durch die Formel:

$$\frac{B_1}{B_2}\frac{S_2}{S_1} = C$$

ausgedrückt, wo B_1, B_2 die Mengen der unverbunden gebliebenen Alcaloide, S_1 und S_2 die Mengen der aus ihnen gebildeten Salze resp. mit ihnen verbundenen Säuren sind, C eine Constante ist. Die Versuche stimmen hiermit gut überein. Ist die ursprüngliche Menge der Basen M_1 und

1) Trans. Roy. Irish. Acad. XXV. p. 371. vgl. auch D. Klein, Verhalten des Mannits zur Borsäure. Bull. soc. chim. XXIX. p. 195 und 357. 1878.

M_2, die zugesetzte Säuremenge $S = S_1 + S_2$, ist $S_1 = x$, $S_2 = S - x$, so ist $B_1 = M_1 - x\alpha_1$, $B_2 = M_2 - (S-x)\alpha_2$, wo α_1 und α_2 die Aequivalentverhältnisse zwischen der Säure und den Basen sind. Bei Einsetzen dieser Werthe in die obige Gleichung ist:

$$\frac{M_1 - x\alpha_1}{M_2 - (S-x)\alpha_2} \cdot \frac{S-x}{x} = C.$$

Dies ist eine in Bezug auf x quadratische Gleichung.

Auf ein analoges Resultat führen die Betrachtungen von Goldberg und Waage[1]), denen sich die Versuche von J. Thomsen gut anschliessen.

Ist bei Zusatz von Säure zu colloidem, in Wasser gelöstem Eisenoxyd die Menge des Eisenoxyds M_1, die des Wassers, welches die Rolle einer Säure spielt, gleich M_2, ist x die mit dem Oxyd sich verbindende Säuremenge, so wäre demnach, wenn, wie bei den oben angeführten magnetischen Versuchen, M_1 und M_2 wesentlich constant bleiben, die Abhängigkeit der Menge x von der Menge S durch eine Curve zweiten Grades bestimmt.

Während man eine solche Abhängigkeit wohl bei der Einwirkung der Salpetersäure (und, wie einige Versuche zeigen, auch der Weinsäure) auf das Eisenoxyd annehmen könnte, zeigt indess die für die Einwirkung der Schwefelsäure construirte Curve deutlich, dass sie für verminderte Säuremengen nicht dem Nullpunkt zuläuft; sie muss also einen Inflexionspunkt haben und kann nicht eine Curve zweiten Grades sein.

Dabei ist zu beachten, dass sich beim Zusammenbringen von zwei Säuren und einem Metalloxyd, z. B. wie von Kali mit Salpetersäure und Chlorwasserstoffsäure das Metalloxyd durchaus nicht ohne weiteres zwischen den Säuren theilt, sondern der Process sehr viel complicirter ist. Abgesehen von dem Einfluss des Lösungsmittels ist

1) Etudes sur les affinités chimiques. Christiania 1867; im Auszuge von J. Thomsen Pogg. Ann. CXXXVIII. p. 94. Vgl. auch van't. Hoff. Chem. Ber. X. p. 669. Beibl. 1877. p. 458.

er in der That durch nicht weniger als sechs sich untereinander ausgleichende chemische Verwandtschaften bedingt, nämlich im angeführten Beispiel durch die Verwandtschaften:

$$K-OH,\ H-NO_3,\ H-Cl,\ K-Cl,\ K-NO_3,\ H-OH.$$

Die bisher entwickelten Gesetze der Verbindungsverhältnisse dürften daher doch nur auf gewisse extreme Fälle beschränkt sein.

Leipzig, im Juli 1878.

IV. *Versuche über das Verhalten der Phase und der Klangzusammensetzung bei der telephonischen Uebertragung; von L. Hermann.*

Die telephonische Uebertragung beruht bekanntlich darauf, dass eine im magnetischen Felde schwingende Eisenplatte in einer nahen Drahtspirale Ströme inducirt, welche durch ihre Wirkung auf das magnetische Feld des zweiten Apparates eine in diesem befindliche Eisenplatte ebenfalls in Schwingungen versetzen.

Es ist nun neuerdings behauptet worden[1]), dass die Schwingungen der zweiten Platte nothwendig in ihrer Phase gegen die der ersten um ein Viertel der Periode verschoben sein müssen; denn da nach dem allgemeinen Inductionsgesetz die inducirte Kraft dem Quotienten $\frac{\partial P}{\partial t}$, resp. $\frac{\partial I}{\partial t}$ (je nachdem der inducirende Vorgang eine Potential-

1) Die bisherigen Publicationen über die vorliegende Frage sind, nach der Reihenfolge ihres Erscheinens, folgende: E. du Bois-Reymond, Sitzungsber. d. physiol. Ges. zu Berlin vom 30. Nov. 1877; Hermann, Pflüger's Arch. f. Physiol. XVI. p. 264, 314; E. du Bois-Reymond, Arch. f. Anat. u. Physiol. 1877. p. 582 (erschienen Ende Febr. 1878).

oder eine Intensitätsänderung) proportional sei, müsse, wenn die erste Membran nach dem Sinusgesetz schwingt, die zweite dem Cosinus der Zeit, vom gleichen Anfangspunkt an gerechnet, folgen. Diese Phasenänderung wäre von physiologischem Interesse; denn wenn von den pendelartigen Componenten jede um $\frac{1}{4}$ ihrer Periode verlagert wird, so würden bei der telephonischen Uebertragung die Phasen vollständig durcheinandergeworfen, und da trotzdem die Klangfarbe unverändert wahrgenommen wird, so muss, wie man schon aus anderen Thatsachen geschlossen hat, die Klangfarbe vom Phasenverhältniss unabhängig sein.

Allein es lässt sich zeigen, dass eine Phasenänderung überhaupt nicht stattfindet. Schon früher habe ich darauf aufmerksam gemacht, dass, wenn die Schwingungen der beiden Membranen im Verhältniss von P und $\frac{\partial P}{\partial t}$ zueinander ständen, nothwendig auch das Amplitudenverhältniss der Componenten des Klanges gänzlich verändert, die Klangfarbe also eine ganz andere sein müsste, wovon nichts bemerkt wird. Ist nämlich:

$$P = \text{const.}\{a_1 \sin(2\pi nt + b_1) + a_2 \sin(4\pi nt + b_2) + a_3 \sin(6\pi nt + b_3) + \ldots\},$$

so ist:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 2\pi n \,.\, \text{const.}\{a_1 \cos(2\pi nt + b_1) + 2a_2 \cos(4\pi nt + b_2) + 3a_3 \cos(6\pi nt + b_3) + \ldots\};$$

jeder Partialton müsste also um so stärker reproducirt werden, je höher seine Ordnungszahl.

Indessen kann hiergegen eingewendet werden, dass vielleicht die Aenderung der Klangfarbe wirklich stattfindet, aber zu unbedeutend ist, um bemerkt zu werden. Dieser Einwand wird beseitigt durch folgende weiteren Thatsachen.

1. Bei successiven Inductionen bis zu Strömen fünfter Ordnung wird das Intensitätsverhältniss nicht merklich verändert.

Schon früher habe ich kurz mitgetheilt, dass man sehr gut hört und versteht, wenn man, statt beide Telephone

direct miteinander zu verbinden, ein Rollenpaar so einschaltet, dass die primäre Rolle mit dem ersten, die secundäre mit dem zweiten Telephon verbunden ist; jetzt finden statt einer zwei Inductionen statt, und die Ströme zweiter Ordnung wirken auf das Telephon; man kann weiter noch ein zweites, drittes, viertes Rollenpaar[1]) in gleicher Weise einschalten, und man hört noch im letzteren Falle, also mit Inductionsströmen fünfter Ordnung, Worte und Buchstaben recht deutlich, wenn auch bedeutend geschwächt. Nach dem obigen Gesetze müsste jetzt das Intensitätsverhältniss der Partialtöne durch die Formel wiedergegeben werden:

$$\frac{P}{5} = 32\pi^5 n^5 \text{ const.}\left\{a_1 \cos(2\pi nt + b_1) + 2^5 a_2 \cos(4\pi nt + b_2) + 3^5 a_3 \cos(6\pi nt + b_3) + \ldots\right\}.$$

Man sieht sofort, dass z. B. ein Vocalklang hier bis zu vollkommener Unkenntlichkeit verändert sein müsste. Dank der Arbeit von F. Auerbach[2]) kann man die resultirende Veränderung leicht numerisch darstellen. Auerbach gibt die Zusammensetzung der Vocalklänge so, dass er die Gesammtintensität des Klanges = 100 setzt; man kann nun das Intensitätsverhältniss nach 5 Inductionen berechnen und wiederum so ausdrücken, dass die Gesammtintensität 100 ist. So ergibt sich z. B. für:

Vocal E auf Note c.[3])

Ordnungszahl der Partialtöne:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Intensitätsverh. ursprünglich:	9	13	**25**	18	10	8	7	5	2	1
Dasselbe nach 5 Inductionen:	0	0	1,0	3,0	5,1	10,1	19,0	**26,5**	19,1	16,2

1) Als Rollenpaare benutzte ich gewöhnlich doppelt gewickelte Bussol- oder Multiplicatorgewinde, deren eine Windung als inducirende, deren zweite als inducirte diente.

2) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 190.

3) Eine grössere Anzahl von vollständiger ausgerechneten Beispielen habe ich in Pflüger's Arch. f. Physiol. XVII. zusammengestellt. — Kleinere Werthe als 0,1 sind = 0 gesetzt.

Es leuchtet ein, dass die successiven Inductionen die höheren Partialtöne immer mehr begünstigen, und dass der hervorragende Partialton, besonders wenn er weit vorn liegt, seine Stelle gewaltig ändert. Da nun für die Charakteristik der Vocalklänge sowohl ein absolutes als ein relatives Moment maassgebend ist, beide aber gänzlich unabhängig voneinander im höchsten Grade verändert werden, so müsste, wenn die angegebene Beziehung stattfände, kein Vocal nach 5 Inductionen noch vernehmbar sein.

In Wirklichkeit ist aber die Erkennbarkeit in diesem Falle noch überraschend gross. Die Versuche wurden so angestellt, dass der in einem entfernten Zimmer ins Telephon Sprechende nach Belieben Vocale, in anderen Versuchen Zahlen, langsam, etwas gedehnt aussprach und das Gesprochene niederschrieb. Zwischen beiden Telephonen waren 4 Inductionsrollenpaare eingeschaltet. Der Hörer dictirte, was er vernahm, zu Protokoll. Ich will nur zwei Versuchsreihen als Beispiele anführen.

1.

Sprecher G.	Hörer H.	Sprecher G.	Hörer H.	
1	2	48	48	Gesproch. 27 Zahlworte(in17Zahlen).
19	13	14	14	
24	24	32	31	Verstanden:
36	36	3	3	richtig 21=78%
14	14	8	8	falsch 6=22%
7	7	9	1	auch in den Missverständnissen der
11	10	2	2	
22	23	16	16	Vocal stets richtig.
33	33			

2.

Sprecher H.	Hörer L.	Sprecher H.	Hörer L.	Sprecher H.	Hörer L.
o	*o*	*ä*	*ä*	*ei*	*ei*
i	*e*	*a*	*a*	*ä*	*ä*
e	*e*	*o*	*ö*	*i*	*e*
a	*a*	*ü*	*ö*	*u*	*ö*
u	*e*	*ä*	*ö*	*i*	*ü*
ei	*ei*				

62 Vocale in Versuchen, welche dem letzteren analog waren[1]), ergaben:

Gesprochen	Richtig verstanden	Verwechselt	Unsicher
a 9 mal	9 mal	0 mal	0 mal
e 7 „	5 „	1 „ (mit *ä*)	1 „ (ob *ä*?)
i 10 „	4 „	5 „ (mit *ü*, *e*)	1 „ (ob *e*?)
o 8 „	3 „	5 „ (mit *ü*, *ö*)	0 „
u 7 „	1 „	3 „ (mit *o*, *ö*, *e*)	3 „ (ob *i*? ob *o*?)
ä 7 „	5 „	2 „ (mit *e*)	0 „
ö 5 „	2 „	2 „ (mit *ä*, *e*)	1 „ (ob *e*?)
ü 6 „	2 „	4 „ (mit *i*, *ö*, *e*)	0 „
ei 3 „	3 „	0 „	0 „
Sa. 62	34=55%	Verwechselung mit verwandten Vocalen oder Unsicherheit 17 = 27½%	
		Totale Missverständsisse 11 = 17½%	

Man vernimmt also ziemlich gut namentlich gewisse Vocale, die man leicht aus der Tabelle ersieht. Kommen Consonanten und Vocale zu Worten zusammen, so wird das Verstehen besser, weil beide sich zum Errathen unterstützen.

Wer nun etwa trotz alledem glauben sollte, dass der in den Versuchen gefundene Grad von Unsicherheit eben der Ausdruck der durch die 5fache Differentiirung be-.

1) Genaueres a. a. O.

dingten Aenderung des Intensitätsverhältnisses und der Klangfarbe sei, wird sogleich eines besseren belehrt, wenn er die obigen Versuche mit gewöhnlicher Telephonverbindung, ohne eingeschaltete Inductionen, wiederholt. Hier (nach 1 Induction) zeigt sich nämlich das Verstehen einzelner Vocale kaum besser als nach 5 Inductionen; also ist aufs Sicherste bewiesen, dass die Induction auf das Intensitätsverhältniss der Partialtöne ohne merklichen Einfluss ist.

2. Directe Versuche zeigen, dass die Induction oscillirender Ströme nicht mit Phasenänderung von $\frac{1}{4}$ Periode verbunden ist.

Um ferner zu entscheiden, ob wirklich die Platte des zweiten Telephons nach dem Cosinus schwingt, wenn die des ersten der Sinusfunction folgt, liess ich die Inductionsströme erster Ordnung mit denen zweiter Ordnung interferiren. In einem anderen Zimmer wurden oscillirende Inductionsströme dadurch hervorgebracht, dass eine stark magnetisirte Stimmgabel angestrichen und mit dem einen Pole dicht an die Oeffnung einer feindrähtigen Inductionsrolle gehalten wurde. Im Beobachtungszimmer sind diese Ströme, die ich *A* nennen will, den beiden Klemmen *m* und *n* eines Telephons zugeleitet, mit welchem man natürlich den Ton der Stimmgabel kräftig hört. Ausserdem aber ist in den Kreis der Ströme *A* ein Gewinde einer doppelt gewickelten feindrähtigen Rolle (Bussolrolle) eingeschaltet; im zweiten Gewinde werden dann Inductionsströme zweiter Ordnung (*B*) inducirt und diese sind, unter Einschaltung eines Stromwenders *W*, ebenfalls den Klemmen *m* und *n* des Telephons zugeleitet; in diese Leitung ist ein Schlüssel *S* eingeschaltet. Durch eine einfache Umschaltung kann endlich das Telephon aus dem Kreise *A* selbst ausgeschaltet werden, so dass die Ströme *A* nur dem ersten Gewinde der Inductionsrolle zugeleitet sind. Man kann also mit dem Telephon nach Belieben hören: die Wirkung von *A* allein, die von *B* allein, und die von

A und B zugleich, und zwar in beiden Richtungsverhältnissen combinirt.[1])

Findet nun bei der Induction der Ströme B durch die Ströme A eine Umwandlung von Sinus in Cosinus, d. h. eine Phasenverschiebung um $^1/_4$ Periode statt, so müssen beide Ströme sich am Telephon gegenseitig unter allen Umständen verstärken. Denn wenn zwei isarithmetische pendelartige Schwingungen, deren Amplituden A und B sind, sich mit $^1/_4$ Periode Phasendifferenz combiniren, so resultirt eine isarithmetische Schwingung von der Amplitude $\sqrt{A^2 + B^2}$.

Führt man nun aber den Versuch aus, so ergibt sich Folgendes: B für sich gibt einen wenig schwächeren Ton als A für sich; wird B mit A combinirt, so erscheint der Ton je nach der Lage der Wippe W entweder bis fast zum Verschwinden geschwächt, oder fast zur Verdoppelung verstärkt; d. h. die Combination entspricht, je nach der Wippenlage, den Werthen $A - B$ und $A + B$.

Dieser Versuch zeigt auf das Schlagendste, dass die Phasen der oscillirenden Ströme A und B nicht um $^1/_4$ Wellenlänge gegeneinander verschoben sind, sondern sehr genau zusammenfallen. Ob sich ihre Wirkungen gegenseitig verstärken oder schwächen, hängt lediglich davon ab, ob sie, vermöge der Wippenlage, in der Telephonrolle gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben.

Verfolgt man umgekehrt aus letzterem Kennzeichen die Richtung der inducirten Ströme in der secundären Spirale, so ergibt sich, dass dieselben den primären ent-

1) Man bemerkt leicht, dass bei der Combination eine Complication dadurch eintritt, dass die Spirale des primären und des secundären Kreises ihre Wirkung auf die Telephonspirale gegenseitig durch Nebenschliessung schwächen; dieser Einfluss, den man durch besondere Versuche bestätigen kann, ist indess ohne Bedeutung, besonders weil der Widerstand der Inductionsspiralen über 12 mal so gross ist, als der der Telephonspirale. — Auch die Extraströme müssen eine gewisse Wirkung ausüben, die aber das Resultat des Versuches, wie man sehen wird, durchaus nicht stört.

gegengesetzt gerichtet sind. Das Gesetz der Induction durch oscillirende Ströme lässt sich also so ausdrücken, dass im parallelen Leiter synchronische, in der Phase nicht verschobene, entgegengesetzt gerichtete Ströme inducirt werden. Wenn man will, kann man auch sagen, dass gleichgerichtete, aber um $^1/_2$ Periode verschobene Ströme inducirt werden; doch wäre diese Ausdrucksweise weniger natürlich.

Das vorstehende Gesetz gilt, wie leicht zu zeigen ist, auch für die Extraströme, d. h. dieselben wirken auf den Telephonton schwächend. Leitet man die oscillirenden Ströme A direct dem Telephon zu, schaltet aber mittelst eines Commutators abwechselnd in den Kreis ein: a) eine Bussolrolle von 1257 S.-E. Widerstand, b) einen gleich grossen Widerstand eines Siemens'schen Stöpselrheostaten (dessen Rollen nicht inductiv gewickelt sind), so erscheint der Ton im Falle a bedeutend schwächer, als im Falle b, ja der Unterschied besteht noch, wenn der Widerstand in b auf das Doppelte vermehrt wird. — Noch hübscher wird dieser Versuch, wenn man einfach beide Gewinde ae und $a_1 e_1$ einer doppelt gewickelten Bussolrolle hintereinander in den Kreis einschaltet, aber mittelst einer Wippe zwischen den Anordnungen ae, $e_1 a_1$ und ae, $a_1 e_1$ abwechselt; im ersteren Falle, wo die Extraströme sich neutralisiren, ist dann der Ton bedeutend stärker als im zweiten, obgleich der Widerstand in beiden Fällen derselbe ist.[1])

Man kann weiter beim obigen Versuch noch ein zweites Rollenpaar einschalten und die Ströme dritter Ordnung, C, mit A interferiren lassen. Hier müsste nach jener Theorie Verschiebung um $^1/_2$ Wellenlänge eintreten, also wenn die Amplituden A und C sind, die Amplitude $A \pm C$ je nach der Wippenlage resultiren. Dasselbe Resultat verlangt aber hier auch (ganz wie im vorigen Falle) der Isochronis-

1) Dass der Extrastrom ohne Einfluss auf die Tonhöhe ist, kann man bei diesem Versuche unmittelbar constatiren.

mus ohne Phasenverschiebung. Indessen würde, wenn man die Richtungen berücksichtigt, eine bestimmte Wippenlage nach der einen Theorie $A + C$, nach der anderen $A - C$ erfordern, also auch auf diesem Wege eine experimentelle Entscheidung möglich sein. Der Versuch zeigt aber, dass die Amplitude C im Vergleich zu A schon so klein ist, dass die Töne durch A, $A + C$, $A - C$ überhaupt nicht mehr scharf genug in ihrer Intensität unterschieden werden können.

Nachdem nunmehr jeder Zweifel beseitigt ist, dass bei der inductiven Uebertragung von Oscillationen (zunächst solchen der Intensität) weder Phase noch Intensitätsverhältniss sich merklich ändert, bleibt die Frage übrig, wie dies Verhalten mit dem Inductionsgesetz in Einklang zu bringen ist; die Entscheidung hierüber muss ich Anderen überlassen. Ich begnüge mich mit dem Ergebniss, dass oscillirende Ströme in einem parallelen Leiter entgegengesetzte synchronische Ströme von gleicher Phase induciren, dass die Intensität derselben von der Schwingungszahl unabhängig ist, also die telephonische Uebertragung einfach proportional mit genau erhaltenem Schwingungsgesetze stattfindet. Sollten Aenderungen der Phase und des Intensitätsverhältnisses eintreten, so sind sie jedenfalls von so geringer Ordnung, dass sie in den angegebenen Versuchen nicht zur Wahrnehmung gelangen, also auf keinen Fall den obigen Formeln entsprechen.

[Nachträglicher Zusatz. Hrn. Prof. Fr. Weber in Zürich ist es gelungen zu zeigen, dass das von mir gefundene Verhalten mit dem Inductionsgesetz im Einklang, und letzteres in der von mir bekämpften Theorie nur unrichtig angewendet worden ist. Derselbe wird hierüber nächstens Mittheilung machen.]

Zürich, 2. Juni 1878.

V. *Ueber die Abweichung einiger Gase vom Boyle'schen Gesetze bei 0° und 100°; von A. Winkelmann.*

Erster Theil.

§. 1. Die vorliegende Untersuchung ist durch die bisherigen Arbeiten über die Wärmeleitung der Gase, insbesondere über deren Abhängigkeit von der Temperatur veranlasst. Schon vor zwei Jahren[1]) wurde darauf hingewiesen, dass zur Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung die Kenntniss der Abweichung der Gase vom Boyle'schen Gesetze nothwendig sei. Nach der Theorie der Gase ist nämlich die Wärmeleitung derselben in gleicher Weise von der Temperatur bedingt, wie die innere Reibung, vorausgesetzt, dass die specifische Wärme der Gase mit wachsender Temperatur keine Aenderung erfährt. Für die beiden Gase Luft und Wasserstoff ist diese von der Theorie verlangte Uebereinstimmung der Temperaturcoëfficienten von Wärmeleitung und Reibung insofern nachgewiesen, als die noch vorhandenen Unterschiede durch Beobachtungsfehler erklärt werden können.[2]) Bei den anderen Gasen ist eine Vergleichung der fraglichen Coëfficienten erst möglich, wenn die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Volumen mit der Temperatur bestimmt ist. Nachdem durch die Versuche von v. Obermayer, E. Wiedemann und Puluj[3]) ge-

1) Pogg. Ann. CLIX. p. 197. (1876).

2) Wied. Ann. I. p. 63. (1877).

3) v. Obermayer, Wien. Ber. LXXIII. Abth. 2. p. 433. (1876). — E. Wiedemann, Arch. sc. phys. LVI. p. 273. (1876). — Puluj, Wien. Ber. LXXIII. Abth. 2. p. 589. (1876). Ehe diese Versuche bekannt waren, habe ich (Pogg. Ann. CLIX. p. 177. 1876) der Theorie entsprechend die Annahme gemacht, dass verschiedene Gase nur in so weit verschiedene Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung aufweisen, als ihre Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur verschieden ist. Mit Hülfe dieser An-

zeigt ist, dass die Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur bei verschiedenen Gasen eine sehr verschiedene ist, hat eine Vergleichung der Resultate über die Wärmeleitung mit denen über die Reibung noch ein erhöhtes Interesse. Um eine solche Vergleichung zu ermöglichen, ist die vorliegende Arbeit ausgeführt. Da eine directe Bestimmung der Aenderung der specifischen Wärme der Gase bei constantem Volumen mit der Temperatur vorläufig nicht ausführbar ist, so ist die Abweichung der Gase vom Boyle'schen Gesetze bei verschiedenen Temperaturen bestimmt; hierdurch wird es möglich, aus der bekannten Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Drucke jene bei constantem Volumen zu berechnen.

Der erste Theil der Arbeit beschränkt sich darauf, die Methode der Untersuchung und die Anwendbarkeit derselben bei einem Gase, dem Aethylen, zu zeigen; in

---

nahme war es möglich, die Aenderung der specifischen Wärme mit wachsender Temperatur zu berechnen, sobald man die Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung kannte. Da die genannte Annahme durch die eben erwähnten Versuche über die Reibung sehr unwahrscheinlich geworden ist, so ist eine Berechnung der Aenderung der specifischen Wärme in der von mir ausgeführten Art nicht mehr genügend gerechtfertigt, und muss überhaupt so lange unterbleiben, bis der verlangte Zusammenhang zwischen Reibung und Wärmeleitung experimentell nachgewiesen ist. Ich stimme daher mit den Bemerkungen, welche Hr. E. Wiedemann in seiner Abhandlung: „Ueber die specifischen Wärmen der Dämpfe und ihre Aenderungen mit der Temperatur" (Wied. Ann. II. p. 195. 1877.) in Betreff der von mir angegebenen indirecten Methode gemacht hat, vollständig überein. Nur wird der Schlusssatz des Hrn. Wiedemann „Aus diesen Gründen habe ich es vorgezogen, die specifischen Wärmen der Dämpfe auf möglichst directem Wege zu bestimmen" den Leser leicht zu der Annahme führen, dass ausser der von Hrn. Wiedemann benutzten directen Methode auch die von mir erwähnte indirecte Methode zur Bestimmung der specifischen Wärme selbst anwendbar sei. Diese Annahme würde aber auf einem Irrthume beruhen, da die Methode nur dazu dienen konnte, die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur und zwar jener bei constantem Volumen — deren Bestimmung Hr. Wiedemann nicht versucht hat — zu finden.

dem zweiten Theile sollen die Resultate anderer Gase mitgetheilt werden und anschliessend daran die Bedeutung derselben für die Wärmeleitung.

§. 2. Bei der Untersuchung der Gase in Hinsicht ihres Verhaltens zum Boyle'schen Gesetze sind drei Messungen genau auszuführen, die des Druckes, des Volumens und der Temperatur. Die Druckmessung ist unmittelbar gegeben, da sie durch eine Quecksilbersäule zu bestimmen ist. Die beiden anderen Messungen sind am genauesten durch die von Regnault angewandte Methode möglich. Regnault[1]) schloss das zu untersuchende Gas in eine drei resp. zwei Meter lange Glasröhre ein und comprimirte dasselbe auf die Hälfte seines Volumens. Bei der grossen Länge der Röhre lässt sich die Volumenbestimmung des Gases bei jedem einzelnen Versuche sehr genau ausführen; denn ein Fehler von 0,1 mm in der Höhe der absperrenden Quecksilbersäule bedingt bei einer Länge von 1,5 m nur einen Fehler von $\frac{1}{15000}$ des zu messenden Volumens. Eine constante Temperatur des Gases erreichte Regnault dadurch, dass er die Glasröhre mit einer zweiten Röhre umgab und durch den von beiden Röhren gebildeten Zwischenraum aus einem grossen Reservoir Wasser von constanter Temperatur fliessen liess. Regnault beschränkte sich darauf, bei niedriger Temperatur (4° bis 8°) in der dargelegten Weise die Untersuchung durchzuführen; wegen der bedeutenden Länge der angewandten Glasröhre würde es in höheren Temperaturen wohl kaum zu erreichen sein, dieselbe ihrer ganzen Ausdehnung nach auf gleicher Temperatur längere Zeit zu erhalten. Wenn schon hierdurch die Anwendbarkeit der Regnault'schen Einrichtung beschränkt ist, so hat dieselbe für eine Nachahmung den weiteren Uebelstand, dass sie wegen der Nothwendigkeit eines auf constanter Temperatur zu haltenden sehr umfangreichen Wasserreservoirs so grosse Mittel verlangt, wie nur in seltenen Fällen zur Disposition stehen.

1) Mémoires de l'Academie. XXI. p. 341. (1847).

Bei einer höheren Temperatur (100°) hat Regnault nur die Kohlensäure in ihrem Verhalten zum Boyle'schen Gesetze untersucht. Er benutzte dazu einen Ballon, der fast 10 l fasste, und bestimmte das Gewicht des Ballons, wenn derselbe unter verschiedenem Drucke bei 100° mit Kohlensäure gefüllt war. Auch diese Versuche sind nur schwierig zu wiederholen, einerseits weil sehr grosse Gasmengen verlangt werden, um den Ballon mit reinem Gase zu füllen, andererseits weil die Temperaturerhöhung und Wägung so umfangreicher Körper besondere nicht leicht zu beschaffende Einrichtungen erfordern.

§. 3. Beschreibung des Apparates und der Versuchsmethode. Sollten die Versuche in einfacherer Weise, mit geringeren Mitteln, als bei der Regnault'schen Methode ausgeführt werden, so musste das Volumen des zu untersuchenden Gases bedeutend kleiner sein; nur dann ist eine genau zu bestimmende constante Temperatur des Volumens leichter zu erreichen. Sobald man aber nicht ein so grosses Volumen anwendet, ist eine veränderte Volumenbestimmung unerlässlich, wenn die Genauigkeit derselben nicht abnehmen soll. Eine solche lässt sich durch eine bei jedem Versuche vorzunehmende Gewichtsbestimmung erreichen, welche sich nicht auf das Gas sondern auf eine Quecksilbermenge bezieht, welche der Volumenänderung des Gases entspricht. Auf diese Erwägung hin habe ich folgenden Apparat zusammengesetzt, der bei verschiedenen Temperaturen die Untersuchung gestaltet und eine Genauigkeit erreichen lässt, welche der Regnault'schen nicht nachsteht.

Die Figur (Taf. I Fig. 7) zeigt den Apparat ohne die Vorrichtung seiner Unterstützung und die Einrichtung zur Herstellung constanter Temperaturen. Derselbe besteht aus drei Theilen, dem oben geschlossenen Cylinder *AA* (Höhe 11 cm, Durchmesser 3 cm) mit einem unten offenen engen Ansatze, in welchem sich der Glashahn 1 befindet; der doppelt gebogenen engen Röhre *H*; der weiten Röhre *EE*. Die Röhre *H* kann bei *B* durch eine Hülse,

die über beide Röhren geht, luftdicht durch Siegellack mit dem Ansatze verbunden werden. An den anderen Ende der Röhre *H* befindet sich bei *C* eine mit Gewinde versehene Metallfassung, aus der die in eine Spitze auslaufende Röhre *H* wenig hervorragt (etwa 1,5 cm, also mehr als in der Zeichnung sichtbar ist). Die Röhre *EE* besitzt zunächst eine konisch verlaufende Metallfassung, diese nimmt eine enge Glasröhre *D* auf, und an *D* schliesst sich eine zweite Metallfassung an. Diese letztere endigt unten in ein mit Gewinde versehenes breiteres Stück, welches zu dem an der Röhre *H* befindlichen passt; eine Ueberwurfsschraube bei *C* (in der Figur nicht gezeichnet) verbindet beide Stücke, zwischen denen eine dünne Gummiplatte liegt, quecksilberdicht. Die Metallfassung in der engen Röhre *D* hat ferner eine seitlich auslaufende Röhre mit einem Hahne 2.

Bei den Versuchen wurde die Röhre *AA* durch einen Apparat gehalten, welcher jenem nachgebildet war, der von Regnault[1]) für die Untersuchung der Ausdehnung der Gase bei constantem Drucke benutzt war; ausserdem wurde die Röhre *H* bei ihrer zweiten Biegung unter *C* durch ein untergelegtes Holzstück unterstützt und endlich die Röhre *EE* durch ein schweres Stativ befestigt.

Für den erwähnten Regnault'schen Apparat waren zwei Messingcylinder verfertigt, welche auf den Apparat passten und den Glascylinder *AA* umgaben. Der eine Cylinder, welcher oben offen war, diente dazu fein zerstossenes Eis aufzunehmen, um so der abgeschlossenen Gasmasse in *AA* die Temperatur 0° zu geben; der zweite Cylinder war doppelwandig und wurde angewandt, wenn der Cylinder *AA* die Temperatur von siedenden Dämpfen annehmen sollte. Zu diesem Zwecke hatte der Cylinder an seinem unteren Ende zwei seitliche Oeffnungen; durch

1) Mémoires de l'Academie XXI. Taf. I Fig. 5. Der Apparat ist auch abgebildet in Wüllner's Lehrbuch der Experimental-Physik, 3. Aufl. III. Fig. 18.

eine der Oeffnungen, welche durch beide Wandungen eine Röhre bis in das Innere des Cylinders führte, strömte der Dampf ein, erhob sich und strömte durch mehrere Oeffnungen der inneren Wand des oberen Cylinderdeckels in den Zwischenraum zwischen beiden Cylindern, um bei der unteren Oeffnung diesen zu verlassen. Durch Anwendung der beiden Cylinder war es möglich, dem Cylinder AA zwei genau bestimmte Temperaturen zu geben.

Die Ausführung der Versuche zerfiel in zwei Theile, erstens Füllung des Cylinders AA bis zum Hahne 1 mit dem gewünschten Gase, und der Röhrenleitung vom Hahne 1 bis zur Spitze bei C mit Quecksilber, zweitens Druck- und Volumenbestimmung des abgeschlossenen Gases.

Um das erstere zu erreichen wurde der Cylinder AA bei geöffnetem Hahne 1 durch seinen Ansatz mit einer Quecksilberpumpe verbunden und mit Hülfe dieser in der bekannten Weise mit dem zu untersuchenden Gase gefüllt, darauf der Hahn 1 geschlossen. Dann wurde der Cylinder von der Pumpe entfernt und mit der Röhre H durch die Hülse bei B verbunden. So zusammengestellt wurde auch die Röhre H an ihrem Ende bei C durch eine enge Hülfsröhre, die in einer Ausbuchtung Quecksilber enthielt, mit der Quecksilberpumpe verbunden und soweit wie möglich leer gepumpt. War dies erreicht, so wurde die genannte Hülfsröhre durch eine Stichflamme von der Pumpe abgeschmolzen und die ganze Vorrichtung so geneigt, dass sich die Röhre H und der Ansatz des Cylinders AA bis zum Hahne 1 mit Quecksilber füllte, darauf die Hülfsröhre entfernt. Der Cylinder AA wurde nun in dem vorhin erwähnten Regnault'schen Apparate befestigt, die Röhre H unterstützt und mit EE durch eine Ueberwurfsschraube verbunden.

Nachdem auf den Regnault'schen Apparat einer der beiden Metallcylinder gesetzt war, um dem Cylinder AA eine constante Temperatur zu ertheilen, wurde der Hahn 2 geschlossen und eine kleine Quecksilbermenge mittelst eines lang ausgezogenen Trichters in die Röhre EE gefüllt.

Hierauf wurde der Hahn 2 geöffnet, um das Quecksilber soweit ausfliessen zu lassen, dass die Kuppe desselben in der engen Röhre D eine geringe Grösse unter einer auf D befindlichen horizontalen Marke stand. Die Messung begann damit, das Kathetometer, welches sich vor dem Apparate befand, auf die Marke, demnächst auf die Quecksilberkuppe einzustellen; möge die Kuppe um a_1 mm unter der Marke stehen. Alsdann wurde eine gewogene Quantität Quecksilber — deren Gewicht q_1 g sei — durch den Trichter, der bis in die Nähe der Kuppe reichte, in die Röhre EE gegossen und der Hahn 1 geöffnet. Das Quecksilber drang in den Cylinder AA und man wartete wenigstens $^1/_2$ Stunde, ehe der Hahn 1 geschlossen wurde, damit das Quecksilber im Cylinder AA die Temperatur des Eises oder des Dampfes sicher angenommen hatte. Nach dem Schlusse des Hahnes 1 wurde das Barometer abgelesen, der Metallcylinder vom Apparate genommen und, wenn mit Eis gearbeitet war, dieses weggeräumt. Die nächste Messung wurde erst ausgeführt, nachdem der Cylinder AA die Temperatur der Umgebung angenommen hatte. Die Höhendifferenz der Quecksilberkuppen in AA und EE wurde gemessen und auf 0^0 reducirt, sie sei A mm. Das Quecksilber aus der Röhre EE liess man bis eben unter der Marke bei D durch den Hahn 2 in eine Schale fliessen und bestimmte das Gewicht des ausgeflossenen Quecksilbers, es sei q_2 g. Das Kathetometer bestimmte die Höhendifferenz zwischen Marke und Kuppe in der Röhre D; die Kuppe stehe a_2 mm unter der Marke.

§. 4. Volumen- und Druckbestimmung des abgeschlossenen Gases. Um zu zeigen, wie sich aus den Daten des vorigen Paragraphen das Volumen und der zugehörige Druck des Gases in dem Momente, wo der Hahn 1 geschlossen wurde, bestimmen lässt, werde zunächst angenommen, dass dieselben bei einem Versuche mit schmelzendem Eise gewonnen seien.

Durch frühere Versuche ist die Quecksilbermenge bestimmt, welche der Cylinder AA bis zum Hahne 1 fasst,

wenn seine Temperatur 0^0 ist, sie sei Q g; ferner ist die kleine Röhre D von der Marke abwärts calibrirt und gefunden, dass dieselbe auf 1 mm Höhe die Menge r g Quecksilber fasst.

Hätte vor dem Einfüllen der Menge q_1 das Quecksilber bei der Marke an der Röhre D — anstatt a_1 mm unter der Marke — gestanden, so hätte man statt q_1 die Menge $(q_1 - a_1 r)$ einfüllen müssen, um dasselbe zu erreichen, was in Wirklichkeit erreicht ist. Später ist die Menge q_2 durch den Hahn 2 ausgeflossen und dabei ist das Quecksilber a_2 mm unter der Marke bei D gefallen. Wäre das Quecksilber gerade bis zur Marke ausgeflossen, so wäre statt q_2 die Menge $(q_2 - a_2 r)$ ausgeflossen. Man kann daher annehmen, dass in beiden Fällen — vor dem Einfüllen und nach dem Ausfliessen — das Quecksilber in der Röhre D gerade bei der Marke gestanden hat, und dass statt der wirklich bestimmten Mengen die Mengen $(q_1 - a_1 r)$ resp. $(q_2 - a_2 r)$ Quecksilber abgewogen seien. Die Differenz dieser Mengen, also:

$$(q_1 - a_1 r) - (q_2 - a_2 r)$$

ist durch den Hahn 1 in den Cylinder AA gestiegen und bestimmt das Volumen der im Cylinder AA abgeschlossenen Gasmasse.

Bezeichnet man das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0^0 mit s, so ist das gesuchte Volumen des Gases:

$$\text{(I)} \qquad [Q - \{(q_1 - a_1 r) - (q_2 - a_2 r)\}] \frac{1}{s}$$

Es beruht diese Formel auf zwei Voraussetzungen, von denen die eine niemals, die andere nicht immer in Wirklichkeit zutrifft. Indessen ist die Summe der Fehler, welche durch Annahme beider Voraussetzungen eintreten kann, wie sich leicht zeigen lässt, kleiner als $\frac{1}{20700}$ des zu bestimmenden Volumens.

Zunächst ist vorausgesetzt, dass die durch den Hahn 1 getretene Quecksilbermasse ihrer ganzen Ausdehnung nach

die Temperatur 0° habe. Da ein Theil des Cylinderansatzes zwischen dem Cylinder und dem Hahne 1 nicht von Eis umgeben ist, so hat das in diesem Theile befindliche Quecksilber nicht 0°, sondern immer eine höhere Temperatur, die nicht genau bestimmbar ist, deren Grenzen aber zwischen 0° und der Temperatur der Umgebung liegen. Bezeichnet man die durch den Hahn 1 getretene Quecksilbermenge, welche nicht die Temperatur 0° hat, mit m und ihre mittlere Temperatur mit τ, so ist das gesuchte Volumen:

$$\text{(Ia)} \quad [Q - \{(q_1 - a_1 r) - (q_2 - a_2 r)\}] \frac{1}{s} - \frac{m}{s} \cdot \delta \cdot \tau$$

wenn δ den Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers im Glase bedeutet.

Aus der Vergleichung der Formel (Ia) mit (I) geht hervor, dass man bei der Annahme, die ganze durch den Hahn 1 getretene Quecksilbermenge habe die Temperatur 0°, einen Fehler von der Grösse:

$$\frac{m}{s} \cdot \delta \cdot \tau$$

macht.

Bei dem Apparate ist m etwa gleich 0,4 g; denn der Ansatz vom Cylinder bis zum Hahne 1 enthält etwa 0,8 g Quecksilber und die Hälfte dieses Ansatzes nimmt dieselbe Temperatur wie der Cylinder AA an, weil sie sich mit diesem in dem gleichen Raume befindet. Die Grösse:

$$Q - \{(q_1 - a_1 r) - (q_2 - a_2 r)\}$$

sinkt nicht unter 300 g.

Da die Temperatur τ einen Mittelwerth zwischen 0° und der Temperatur der Umgebung 20° darstellt, so nimmt man für τ jedenfalls einen zu grossen Werth an, wenn man τ gleich der oberen Grenze, also $\tau = 20$ setzt; unter dieser Voraussetzung ist $m \cdot \delta \cdot \tau = 0{,}00132$ und der Fehler, den man bei der Annahme $\tau = 0$ macht, ist kleiner als:

$$\frac{0{,}00132}{300} = \frac{1}{227\,000}$$

des zu bestimmenden Volumens.

Diese kleine Grösse zeigt deutlich, dass bei der Beobachtung in Eis die Annahme gestattet ist, dass die ganze durch den Hahn 1 tretende Quecksilbermenge die Temperatur 0° habe.

Die zweite Voraussetzung, welche der Formel (I) zu Grunde liegt, ist die, dass in der That die Quecksilbermenge:

$$(q_1 - a_1 r) - (q_2 - a_2 r)$$

durch den Hahn 1 in den Cylinder getreten ist. Es wird dies der Fall sein, wenn die Röhrenleitung vom Hahne 1 bis zur Marke bei D während des Versuchs die Temperatur nicht geändert hat. Da aber die Temperatur der Umgebung fast immer kleinen Schwankungen auch schon während kleiner Zeitintervalle unterliegt, so ist auch die Temperatur der genannten Röhrenleitung nicht als constant zu betrachten. Es möge angenommen werden, dass die Temperatur des Quecksilbers in der Röhrenleitung während der Dauer eines Versuches eine Aenderung von 5° erfahren hat, eine Grösse, die wohl nie erreicht worden ist. Die Quecksilbermenge in der Röhrenleitung beträgt etwa 10 g und daher ist der Fehler, welcher in der Voraussetzung liegt, dass die Temperatur der Röhrenleitung constant sei, während sie eine Aenderung von 5° erfährt, gleich $0{,}00016 \cdot 10 \cdot 5 = 0{,}0080$.

Es verursacht also die erwähnte Voraussetzung im ungünstigsten Falle einen Fehler von:

$$\frac{0{,}0080}{300} = \frac{1}{37500}$$

des zu bestimmenden Volumens.

Auch dieser Fehler ist so gering, dass er nicht zu berücksichtigen ist. Rechnet man die Fehler, welche durch beide Voraussetzungen möglich sind, in demselben Sinne, so findet man, dass ihre Summe kleiner als $\frac{1}{33000}$ des zu messenden Volumens ist. Hierdurch ist erwiesen, dass die Formel (I) zur Bestimmung des Volumens bei der Beobachtung mit schmelzendem Eise anwendbar ist.

Um bei der Temperatur T der siedenden Dämpfe das Volumen zu erhalten, seien dieselben Zeichen für die Quecksilbermengen, wie eben, eingeführt. Das Volumen ist dann:

$$(II)\quad [Q(1+\beta T)-\{(q_1-a_1 r)-(q_2-a_2 r)\}(1+\gamma T)]\frac{1}{s},$$

wo β den Ausdehnungscoëfficienten des Glases und γ jenen des Quecksilbers bezeichnet.

Die vorstehende Formel (II) hat dieselben Voraussetzungen wie die Formel (I), die Fehlergrenze wird indessen etwas modificirt. Die erste Voraussetzung, dass die ganze durch den Hahn 1 in den Cylinder AA tretende Quecksilbermenge die Temperatur T habe, trifft nicht zu. Macht man wieder die Annahme, dass die Menge m die Temperatur τ habe, so erhält man für das Volumen den Ausdruck:

$$(IIa)\quad [Q(1+\beta T)-\{(q_1-a_1 r)-(q_2-a_2 r)\}(1+\gamma T)]\frac{1}{s}+(T-\tau)\frac{m\cdot\delta}{s}$$

Die Grösse τ stellt einen Mittelwerth zwischen der Temperatur T und der Temperatur der Umgebung dar; nimmt man daher für τ den Werth 20°, so wird $(T-\tau)m\,.\,\delta$ jedenfalls zu gross; es ist dann $(T-\tau)m\delta = 0{,}00648$. Der Fehler, den man bei der Annahme $T=\tau$ macht, ist daher kleiner als:

$$\frac{0{,}00648}{800} = \frac{1}{56700}$$

des zu bestimmenden Volumens. Auch dieser Werth zeigt, dass die Annahme $T=\tau$ gestattet ist.

Bei der zweiten Voraussetzung tritt in der Fehlerbestimmung keine Aenderung gegenüber der ersten Berechnung ein. Man findet also bei der Temperatur T, dass die Summe beider Fehler kleiner als:

$$\frac{1}{56700}+\frac{1}{37500}=\frac{1}{20700}$$

des zu messenden Volumens ist, so dass auch die Formel II eine genügende Genauigkeit zur Bestimmung des Volumens besitzt.

Es ist in Betreff der Volumenbestimmung des Gases noch zu bemerken, dass das letzte Volumen des Gases in dem Cylinder *AA*, welches bei einer Versuchsreihe vorkam, nicht in der angegebenen Weise bestimmt, sondern direct dadurch gefunden wurde, dass eine Wägung des Cylinders *AA* die Menge des eingedrungenen Quecksilbers lieferte. Dieser Umstand ist deshalb nicht ohne Bedeutung, weil die letzten Volumenbestimmungen sich meistens auch auf die kleinsten Volumina bezogen, welche das Gas einnahm, so dass es hier in erhöhtem Grade wünschenswerth war, jede Ungenauigkeit möglichst zu vermeiden.

Die Druckbestimmung der im Cylinder *AA* abgeschlossenen Gasmenge wurde, wie schon im §. 3 bemerkt wurde, erst ausgeführt, nachdem die ganze Quecksilbermenge des Apparates die Temperatur der Umgebung angenommen hatte. Die auf 0° reducirte Quecksilbersäule, gemessen durch die Höhendifferenz der Quecksilberkuppe in *AA* und *EE*, wird in Verbindung mit dem Barometerdruck den Druck des Gases im Cylinder *AA* im Momente, wo der Hahn 1 geschlossen wurde, angeben, wenn nach dem Hahnschluss keine Temperaturänderung der Röhrenleitung *H* eingetreten ist. Denkt man sich nämlich durch den Hahn 1 eine Horizontalebene gelegt, so darf die Quecksilbermenge, welche unterhalb dieser Ebene in dem Apparat sich befindet, zur Zeit der Ablesung des Druckes keine andere Temperatur, als im Momente, wo der Hahn 1 geschlossen wurde, haben; ist dies erfüllt, so gibt die spätere Druckmessung in der That den Druck des Gases genau an. Eine Temperaturänderung des Quecksilbers oberhalb der erwähnten Horizontalebene, welche so erfolgt, dass schliesslich bei der Ablesung alle Theile dieselbe Temperatur haben, hat auf die Druckbestimmung keinen Einfluss. Die eben gemachte Voraussetzung, dass das Quecksilber unterhalb der Horizontalebene keine Temperaturänderung erleide, ist, wie schon bei der Volumenbestimmung erwähnt wurde, nicht vollständig erfüllt, viel-

mehr wurde eine Aenderung von 5° als möglich, wenn auch nicht wahrscheinlich in Rechnung gestellt. Da die Röhre *EE* viel weiter als die Röhre *H* ist, so hat eine solche Temperaturänderung nur einen äusserst kleinen Einfluss auf die Höhe der Quecksilbersäule in *EE*; es tritt nämlich, wie die Rechnung ergibt, nur eine Verschiebung von etwa 0,003 mm ein, und daher ist dieser Umstand nicht zu berücksichtigen.

Wenn nun auch nach dem Vorstehenden aus der Höhendifferenz der Quecksilbersäulen der Druck des Gases sich unmittelbar ableiten lässt, so ist doch für die Versuche, welche bei der Temperatur der siedenden Dämpfe angestellt wurden, noch zu berücksichtigen, dass das Quecksilber bei dieser Temperatur schon eine nicht mehr zu vernachlässigende Spannung besitzt. Es übt das im Cylinder *AA* befindliche Quecksilber diese Spannung aus und ist dieselbe daher von dem später gemessenen Drucke des Gases abzuziehen. Da alle Temperaturen *T* des Dampfes, welche angewandt wurden, nicht weit von 100° entfernt sind, so wurde für die Spannung des Quecksilberdampfes immer derselbe Werth eingeführt und zwar entsprechend den Versuchen von Regnault 0,75 mm.

§. 5. Versuchsresultate. Die Ausdehnung des Cylinders *AA* wurde in der gewöhnlichen Art mittelst Quecksilber ermittelt, indem der Inhalt desselben bei der Temperatur des schmelzenden Eises und der siedenden Dämpfe bestimmt wurde. Es ergab sich, dass derselbe bis zum Hahne 1 bei 0° 788,00 g Quecksilber enthielt, so dass die in §. 4 erwähnte Grösse *Q* gleich dieser Zahl ist. Für den mittleren Ausdehnungscoëfficienten γ des Quecksilbers zwischen 0° und 100° wurde entsprechend den Versuchen von Regnault nach Wüllner's Berechnung[1]) der Werth 0,0001825 eingeführt, und dann für den mittleren Ausdehnungscoëfficienten β des Cylinders zwischen 0° und 100° der Werth 0,0000310 gefunden.

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 440. (1874.)

Die Calibrirung der engen Röhre *D* zeigte, dass dieselbe bei der mittleren Temperatur[1]) 20° auf 1 mm die Menge 0,1283 g Quecksilber fasste, so dass die früher genannte Grösse *r* gleich dieser Zahl ist. Da an dieser Röhre *D* eine Einstellung des Kathetometers erforderlich ist, um die Entfernung der Kuppe von der auf *D* befindlichen Marke zu ermitteln, so möge noch die Frage, welchen Einfluss ein hierbei gemachter Fehler auf die Volumenbestimmung des Gases ausübt, Beantwortung finden; gleichzeitig gewährt eine solche eine Vergleichung mit der Regnault'schen Genauigkeit. Denkt man sich das ganze Volumen des Cylinders *AA* in einen Cylinder vom Querschnitt der engen Röhre *D* verwandelt, so findet man, dass die Länge dieses neuen Cylinders über 6 m beträgt. Es hat daher ein kleiner Fehler bei der Einstellung an der Röhre *D* einen sehr geringen Einfluss für die Volumenbestimmung.

Aethylen[2]) C_2H_4.

Das Gas wurde durch Erhitzen von Schwefelsäure und Alkohol entwickelt und durch eine Flasche mit Kalilauge und eine andere mit Schwefelsäure gewaschen.

Versuche im schmelzenden Eise. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; die erste Reihe enthält die Nummer der Versuche mit den Buchstaben *a* und *b*; die zweite Reihe enthält das Volumen des Gases, ausgedrückt in Cubikcentimetern, und multiplicirt mit dem specifischen Gewicht *s* des Quecksilbers bei 0°. Da für die Berechnung nur die Verhältnisse der Volumina verlangt werden, war es unnöthig, die Volumina selbst abzuleiten. Die dritte Reihe enthält den Druck, ausgedrückt in mm Quecksilber; die vierte Reihe enthält den Quotienten aus den beiden Producten des

1) Es genügt hier für eine mittlere Temperatur die Bestimmung zu machen, weil die Grösse immer nur für eine geringe Länge, selten mehr als 1 mm, in Betracht kommt.

2) Die hierauf bezüglichen Versuche sind im Jahre 1877 im Laboratorium der polytechnischen Schule zu Aachen ausgeführt.

Druckes in das Volumen, welches zu diesem Drucke gehört; im Zähler steht immer jenes Product, welches den kleineren Druck als Factor besitzt. Die Werthe a und b, welche zu der gleichen Nummer gehören, sind zur Bildung des Quotienten combinirt.

Tabelle I.

Nr.	Volum.	Druck in mm.	$\frac{P_a \cdot V_a}{P_b \cdot V_b}$	Nr.	Volum.	Druck in mm.	$\frac{P_a \cdot V_a}{P_b \cdot V_b}$
1. *a*	788,000	731,94	—	6. *a*	576,053	714,29	—
b	407,717	1406,97	1,00545	*b*	287,297	1424,55	1,00587
2. *a*	788,000	748,70	—	7. *a*	576,053	714,29	—
b	411,827	1424,2	1,00538	*b*	276,091	1481,61	1,00589
3. *a*	788,000	735,93	—	8. *a*	576,053	714,29	—
b	407,433	1415,37	1,00563	*b*	196,940	2067,82	1,01089
4. *a*	788,000	735,61	—	9. *a*	576,053	714,29	—
b	407,272	1415,78	1,00529	*b*	197,007	2067,95	1,00965
5. *a*	575,980	724,23	—	10. *a*	575,980	724,23	—
b	290,505	1428,31	1,00533	*b*	198,660	2078,45	1,01026

Um aus den vorstehenden Beobachtungen eine Interpolationsformel abzuleiten, kann man nach dem Vorgange von Regnault der Formel folgende Gestalt geben:

$$\frac{V_0 \cdot 0{,}76}{V \cdot P} = 1 + a(P - 0{,}76) + b(P - 0{,}76)^2.$$

Es bezeichnet hier P den Druck des Gases in Metern Quecksilber, V das Volumen, welches diesem Drucke P entspricht, und V_0 das Volumen, welches dem Drucke 0,76 m entspricht.

Bildet man 4 Gleichungen von der Form:

$$\frac{V_0 \cdot 0{,}76}{V_1 \cdot P_1} = 1 + a(P_1 - 0{,}76) + b(P_1 - 0{,}76)^2,$$

so erhält man:

$$\text{(I)} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{V_1 \cdot P_1}{V_2 \cdot P_2} = \frac{1 + a(P_2 - 0{,}76) + b(P_2 - 0{,}76)^2}{1 + a(P_1 - 0{,}76) + b(P_1 - 0{,}76)^2} \\ \frac{V_3 \cdot P_3}{V_4 \cdot P_4} = \frac{1 + a(P_4 - 0{,}76) + b(P_4 - 0{,}76)^2}{1 + a(P_3 - 0{,}76) + b(P_3 - 0{,}76)^2}. \end{array} \right.$$

In den Gleichungen (I) sind die linken Seiten bekannt und es lassen sich daher die Constanten a und b berechnen. Es fragt sich nun, wie die Versuche zur Berechnung der Constanten a und b zu verwerthen seien. Die erste Serie der Versuche in Tabelle I, welche in den Nummern 1 bis 7 enthalten sind, bezieht sich auf Drucke, die nicht viel voneinander abweichen, nämlich einerseits auf etwa 730 mm und andererseits auf 1440 mm; ebenso die zweite Serie der Versuche von Nr. 8 bis 10 einerseits auf 720 mm und andererseits auf 2070 mm. Die Werthe, welche in der 4. Reihe der Tabelle I unter $\frac{P_a \cdot V_a}{P_b \cdot V_b}$ stehen und derselben Serie angehören, sind direct nicht miteinander vergleichbar, weil die einzelnen Anfangs- und Enddrucke nicht vollständig gleich sind. Um nun die Resultate gleichmässig zu verwerthen, habe ich aus jeder Serie der Versuche in folgender Art einen Mittelwerth gebildet.

Es seien: $p_1, P_1; p_2, P_2$

Drucke der ersten Serie, welche den Volumen:

$$V_1, v_1; V_2, v_2$$

entsprechen, so dass $p_1 < P_1$; $p_2 < P_2$; ... und $\frac{p_1 V_1}{P_1 v_1} = M_1$; $\frac{p_2 V_2}{P_2 v_2} = M_2$ bekannt sei.

Man erhält nun einen Mittelwerth M, wenn man bildet:

$$M = 1 + \left\{ \frac{M_1 - 1}{P_1 - p_1} + \frac{M_2 - 1}{P_2 - p_2} + \ldots + \frac{M_n - 1}{P_n - p_n} \right\}$$
$$\left\{ \frac{(P_1 - p_1) + (P_2 - p_2) + \ldots + (P_n - p_n)}{n^2} \right\}.$$

Die Drucke $p_1, p_2 \ldots, p_n$ unterscheiden sich nur wenig voneinander, ebenso die Drucke $P_1, P_2, \ldots P_n$. Es erschien daher zulässig, anzunehmen, dass $(M_1 - 1)$ proportional $(P_1 - p_1)$ sei; nach dieser Annahme ist der vorstehende Mittelwerth gebildet. Derselbe bezieht sich auf die Drucke:

$$p = (p_1 + p_2 + \ldots + p_n)\frac{1}{n}$$

und:

$$P = (P_1 + P_2 + \ldots + P_n)\frac{1}{n}.$$

[illegible] nach [illegible] man:

[illegible]

[illegible] mm und [illegible] mm.

[illegible] man den [illegible]

[illegible]

[illegible] mm und 2·0714 mm.

Setzt man daher in die Gleichung I:

$$\frac{V_1 P_1}{V_2 P_2} = 1{,}005483, \quad \frac{V_1 P_1}{V_3 P_3} = 1{,}011\ldots$$

$P_1 = 0{,}7291$; $P_2 = 1{,}4375$; $P_3 = 1{,}7178$; $P_4 = 2{,}0714$,

so erhält man:

$$a = 0{,}005235, \quad b = -0{,}0006118.$$

Für Aethylen bei 0° hat also die Interpolationsformel, welche die Abweichung des Gases vom Boyle'schen Gesetze erkennen lässt, folgende Gestalt, in der P den Druck des Gases in Meter Quecksilber ausdrückt:

$$\frac{V_0 . 0{,}76}{V . P} = 1 + 0{,}005235\ (P - 0{,}76) - 0{,}0006118\ (P - 0{,}76)^2.$$

Um zu zeigen, wie die beobachteten Werthe mit jenen übereinstimmen, welche sich nach vorstehender Interpolationsformel berechnen, sind beide in der folgenden Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle II.

$$\frac{P_a . V_a}{P_b . V_b}.$$

Nr.	beob.	ber.	Differenz.	Nr.	beob.	ber.	Differenz.
1.	1,00545	1,00530	+0,00015	6.	1,00537	1,00557	−0,00020
2.	1,00538	1,00531	+0,00007	7.	1,00589	1,00599	−0,00010
3.	1,00563	1,00534	+0,00029	8.	1,01039	1,01010	+0,00029
4.	1,00529	1,00534	−0,00005	9.	1,00965	1,01010	−0,00045
5.	1,00533	1,00552	−0,00019	10.	1,01026	1,01009	+0,00015

Versuche bei der Temperatur siedender Dämpfe. Die drei ersten Reihen der folgenden Tabelle haben dieselbe Bedeutung wie bei Tabelle I; die vierte Reihe gibt die Temperatur der siedenden Dämpfe an, wie sie aus dem Barometerdruck abgeleitet wurde.

Tabelle III.

Nr.	Volum.	Druck in mm.	Temperatur.	Nr.	Volum.	Druck in mm.	Temperatur.
11. *a*	764,437	746,65	99,534	14. *a*	764,437	764,65	99,534
b	392,207	1451,32	99,515	*b*	272,857	2083,93	99,543
12. *a*	764,437	746,65	99,534	15. *a*	764,437	764,65	99,534
b	392,040	1451,79	99,530	*b*	272,817	2084,40	99,541
13. *a*	766,673	733,52	99,040	16. *a*	766,673	733,52	99,040
b	385,156	1456,69	99,177	*b*	269,589	2078,02	99,155
				17. *a*	766,673	733,52	99,040
				b	269,642	2078,22	99,229

Um aus diesen Beobachtungen die Abweichung des Gases vom Boyle'schen Gesetze bei der Temperatur des Dampfes abzuleiten, sind die jedesmaligen Beobachtungen *a* und *b*, welche zusammengestellt einen Werth liefern, auf eine gleiche Temperatur zu reduciren. Bei der Reduction ist als Ausdehnungscoëfficient des Gases 0,0037 eingeführt.[1])

Die Versuche Nr. 11, 12, 14 und 15 sind auf die Temperatur 99,537° reducirt, die übrigen Versuche auf die Temperatur 99,181; bei der Reduction sind nur die Volumina verändert, während die Drucke constant erhalten sind. Man erhält folgende Werthe für Volumen, Druck und Temperatur, denen die Quotienten, welche die Abweichung darstellen, beigefügt sind.

1) Die Reduction erstrekt sich im Maximum auf eine Temperaturänderung von 0,18° und genügt es daher, für alle Drucke denselben Ausdehnungscoëfficienten einzuführen.

Tabelle IV.

Nr.	Volum.	Druck in mm.	Temp.	$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2}$	Nr.	Volum.	Druck in mm.	Temp.	$\frac{P_3 V_3}{P_4 V_4}$
11.	a 764.44	740.65	99.537	—	14.	a 764.44	740.65	99.537	—
	b 282.53	1441.32	—	1.00281		b 272.81	2084.48	—	1,00381
12.	a 764.44	740.65	99.537	—	15.	a 764.44	740.65	99.537	—
	b 282.53	1441.74	—	1.00281		b 272.81	2084.40	—	1.00373
13.	a 766.79	733.52	99,181	—	16.	a 766.79	733.52	99,181	—
	b 283,18	1456.89	—	1.00273		b 269,15	2078.02	—	1.00429
					17.	a 766.79	733.52	99.181	—
						b 269.54	2078.22	—	1,00426

Bei Berechnung einer Interpolationsformel hat man zu beachten, dass die erste Serie der Versuche Nr. 11. 12. 13 auf annähernd gleiche Drucke sich bezieht: ebenso die übrigen Versuche Nr. 14 bis 17. Berücksichtigt man die Versuche für die beiden Temperaturen 99.537° und 99,181° gleichmässig, so erhält man Werthe, welche sich auf den Mittelwerth dieser Temperaturen, also auf 99.359° beziehen. Das Mittel der Werthe für die Abweichung von den Versuchen Nr. 11 und 12 ist 1.00273: das Mittel dieses Werthes und des Werthes Nr. 13 ist 1,00279.[1])

Man hat daher für die Abweichung vom Boyle'schen Gesetze bei der Temperatur 99,359° entsprechend den Drucken 740 mm und 1454 mm den Werth 1.00279.

Ebenso erhält man als Mittel für die grössere Druckdifferenz aus der zweiten Serie der Versuche bei derselben Temperatur 99,359° entsprechend den Drucken 740 mm und 2081 mm für die Abweichung den Werth 1,00406.

Setzt man in den Gleichungen (I) dieses Paragraphen:

$$\frac{V_1 P_1}{V_2 P_2} = 1{,}00279; \qquad \frac{V_3 P_3}{V_4 P_4} = 1.00406,$$

1) Es findet bei dieser Berechnung der Werth Nr. 13 zwar eine grössere Berücksichtigung, als jeder der Werthe 11 und 12; es liess sich dies aber nicht vermeiden, weil die 2. Serie 4 Versuche enthält, und alle Werthe auf dieselbe mittlere Temperatur zu beziehen waren.

$P_1 = 0{,}740$; $P_2 = 1{,}454$; $P_3 = 0{,}740$; $P_4 = 2{,}081$,

so findet man für die Grössen a und b folgende Werthe:

$$a = 0{,}004884; \quad b = -0{,}001484.$$

Die Interpolationsformel:

$$\frac{V_0 . 0{,}76}{V . P} = 1 + 0{,}004884\,(P - 0{,}76) - 0{,}001484\,(P - 0{,}76)^2$$

gibt daher die Abweichung des Aethylens vom Boyle'schen Gesetze bei der Temperatur 99,359°.

Die Constanten der Formel, welche die Abweichung bei 100° darstellt, werden nur wenig von den eben mitgetheilten verschieden sein. Um diese zu erhalten, ist die Annahme gestattet, dass die Constanten bei t^0 zu jener bei 0° in der Beziehung stehen, welche durch folgende Gleichungen ausgedrückt ist:

$$a_t = a_0 (1 + \alpha t); \qquad b_t = b_0 (1 + \beta t).$$

Berechnet man aus den Werthen für 0° und 99,359° die Werthe α und β, so findet man:

$$\alpha = -0{,}0040955; \qquad \beta = 0{,}014348.$$

Durch diese Werthe nimmt die Formel für die Abweichung des Aethylens vom Boyle'schen Gesetze bei 100° die folgende Gestalt an:

$$\frac{V_0 . 0{,}76}{V . P} = 1 + 0{,}004862\,(P - 0{,}76) - 0{,}001490\,(P - 0{,}76)^2,$$

bei der V_0 das Volumen des Gases bei dem Drucke 0,76 m Quecksilber, V das Volumen derselben Gasmasse bei dem Drucke von P Meter bedeutet.

Mit Hülfe der oben bestimmten Werthe von α und β, durch deren Kenntniss sich die Abweichung des Aethylens vom Boyle'schen Gesetze bei verschiedenen Temperaturen in der Nähe von 100° berechnen lässt, ist es möglich, die Versuchswerthe, welche in Tabelle IV enthalten sind, mit jenen Werthen zu vergleichen, welche die Interpolationsformel mit Rücksicht auf die verschiedenen Temperaturen ergibt. Man erhält:

Tabelle V.

$\frac{P_a V_a}{P_i V_i}$.

Nr.	beob.	ber.	Differenz.	Nr.	beob.	ber.	Differenz.
11.	1,00265	1,00273	+0,00008	14.	1,00381	1,00393	+0,00012
12.	1,00281	1,00273	−0,00008	15.	1,00373	1,00393	+0,00020
13.	1,00285	1,00280	−0,00005	16.	1,00428	1,00399	−0,00029
				17.	1,00426	1,00399	−0,00027

Die Mittheilung der Versuche über den Ausdehnungscoëfficienten des Aethylens bei constantem Volumen, welche mit Anwendung des Jolly'schen Luftthermometers ausgeführt wurden, und die sich hieran schliessende Berechnung des Ausdehnungscoëfficienten bei constantem Druck, die mit Hülfe der vorstehenden Versuche durchzuführen ist, behalte ich dem zweiten Theile der Arbeit vor.

Hohenheim, Juni 1878.

VI. *Die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation: von Ph. v. Jolly.*

(Aus den Abh. d. K. Bayr. Akad. II. Cl. XIII. Bd. 1 mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)

Die Vervollkommnung der Waage in Construction und Ausführung gibt Veranlassung zu neuen Anwendungen der Waage. Die Leistungsfähigkeit dieses ältesten der Messinstrumente lässt sich dahin bezeichnen, dass in Vergleichung zweier Kilogrammstücke gleichen Materials mit einmaliger Wägung der unvermeidlichen Fehler auf $\pm 0{,}05$ mg, dass also in dem arithmetischen Mittel der Resultate wiederholter Wägungen der Fehler leicht auf $\pm 0{,}01$ mg eingeengt erscheint. Um dies zu erreichen, müssen einerseits in Construction und Ausführung der Waage gleich

näher zu bezeichnende Bedingungen erfüllt sein, und müssen andererseits bei Aufstellung und Gebrauch der Waage bestimmte Vorschriften beachtet werden.

Die analytischen Waagen sind meist mit Balken- und Schalenarretirungen versehen. Es reicht dies nicht aus um Gewichtsunterschiede zweier Kilogrammstücke bis auf Bruchtheile eines Milligramms festzustellen. Eine minimale Aenderung in den Auflagen der Achatplatten auf den Endschneiden des Waagebalkens hat eine Aenderung in der Länge der Hebelarme zum Erfolg. Beträgt diese auch nur den zehnmillionten Theil der Länge des Hebelarmes, so verschiebt sich dem entsprechend die Einstellung des Zeigers der Waage. Bei einer Belastung von 1 kg ändert sich in diesem Falle die Angabe der Waage schon um 0,1 mg. Ist die Waage nur mit Balken und Schalenarretirung versehen, so erfolgt die Auflage des Gehänges beinahe nach jeder Auslösung auf einer anderen Linie der Endschneiden. Die Schneide ist eben auch bei sorgfältigster Ausführung nicht eine mathematische Linie, und die Achatplatte des leicht beweglichen Gehänges legt sich mit der Lösung der Schalenarretirung bald auf eine der Drehungsaxe der Waage näher bald entfernter liegende Linie der Endschneide auf. Das Einspielen der Zunge erfolgt daher nach jeder Lösung der Arretirung an einem anderen Punkte der Scala. Die Angaben der Waage werden um so übereinstimmender ausfallen, je mehr die Unveränderlichkeit aller Auflagelinien gesichert wird. Durch Arretirung der Endschneiden und passende Führung des Gehänges wird dies wesentlich gefördert. Die Auslösung muss auf beiden Seiten möglichst gleichzeitig erfolgen und muss in der Art sanft eingeleitet werden, dass jede Erschütterung des Waagebalkens vermieden erscheint.

Ein zweiter Punkt, der in der Construction analytischer Waagen nicht selten unbeachtet bleibt, besteht in einer Vorrichtung zur Parallelstellung der Schneiden. Meist wird diese Parallelstellung vom Mechaniker nach dem Augenmaasse ausgeführt. Methodisch kann sie durch passend

zur Bewegung der Endprismen angebrachte Stellschrauben erreicht werden. Die Prüfung erfolgt am exactesten nach der schon von Gauss angegebenen Methode. Ist die Endschneide parallel mit der Mittelschneide, so beschreibt sie bei der Schwingung die Oberfläche eines Cylinders, in jedem andern Falle die eines Kegels. Ein kleiner mit dem Gehänge zu verbindender Planspiegel giebt nur in dem ersten Falle die mit einem Ablesefernrohr zu beobachtenden Spiegelbilder in ungeänderter Lage. Die Correction lässt sich unter Anwendung der Stellschrauben mit grosser Exactheit ausführen.

Der geradlinige Verlauf der Schneiden, der Härtegrad des Stahles und die Ebenheit der Achatplatten sind Punkte, auf welche der Mechaniker bei der Ausführung eine besondere Achtsamkeit zu verwenden hat. Zeigen die Schneiden unter der Maximalbelastung nach vierundzwanzigstündiger Belastung keine Verbreiterung der überhaupt nur äusserst feinen Glanzlinie, so wird man darauf rechnen können, dass auch nach jahrelangem Gebrauche Empfindlichkeit und Richtigkeit der Waage ungeändert bleiben.

Die Ablesung der Stellung des Waagebalkens mit Zeiger am Gradbogen ist zur Bestimmung der Zehntel der Milligramme nicht mehr ausreichend. Erst unter Anwendung von Spiegelablesungen können kleine Differenzen in der Stellung des Balkens noch mit Exactheit verfolgt werden. Der Spiegel ist über der Mitte des Waagebalkens, senkrecht zur Längenrichtung des Balkens, befestigt, die Scala in einer Entfernung von beiläufig 3 m aufgestellt und die Ablesung erfolgt mit einem Ablesefernrohr. An einer von mir gebrauchten Waage erzeugte bei einer Belastung von einem Kilogramm ein Uebergewicht von 2 mg einen Ausschlag von 17,9 Scalentheilen. Ein Scalentheil entspricht also einem Uebergewichte von 0,1173 mg.

Sind vom Mechaniker die Bedingungen erfüllt, welche Empfindlichkeit und Richtigkeit der Waage sichern, so hat man zunächst ein brauchbares Messinstrument. Bei

Erprobung der Leistungsfähigkeit des Instrumentes müssen selbstverständlich alle Ursachen, die eine Aenderung der Hebelarme oder eine Störung in der Ablesung zur Folge haben könnten, fern gehalten werden. Zunächst ist also für erschütterungsfreie Aufstellung der Waage, der Scala und des Ablesefernrohres zu sorgen, ebenso müssen die Auslösung der Arretirung und der Reiterverschiebung ohne Erschütterung der Waage erfolgen.

Man wird auch unter Beachtung dieser naheliegenden Vorsichtsmaassregeln bemerken, dass nicht selten bei zwei aufeinander folgenden Versuchen das Einspielen der Waage nicht an exact gleicher Stelle der Scala eintritt. Der Grund hiervon liegt beinahe ausschliesslich in eingetretenen Temperaturänderungen. Ein Oeffnen und Wiederschliessen des Waagekastens ist ausreichend Temperaturdifferenzen der Hebelarme herbeizuführen, welche eine geänderte Länge der Hebelarme, also auch eine geänderte Einstellung zur Folge haben. Es dauert je nach der Grösse dieser Temperaturdifferenz längere oder kürzere Zeit, bis der Waagebalken nach Schliessung des Kastens in seiner ganzen Ausdehnung gleiche Temperatur besitzt.

Absichtlich zu diesem Zwecke ausgeführte Versuche lassen die Wirkungen solcher ausnehmend kleinen Temperaturdifferenzen nachweisen. Die Waage zeigt sich nach denselben als ein Thermoskop, welches an Empfindlichkeit mit der Thermosäule wetteifert. In der That beträgt die Temperaturdifferenz auch nur 0,01° C., so berechnet sich unter Zugrundlegung des bekannten Ausdehnungscoëfficienten des Messings die eintretende Verlängerung zu 0,000 000 186. Das statische Moment des Kilogrammstückes nimmt also gerade so zu, wie dies bei ungeänderter Länge des Hebelarmes durch eine Gewichtszulage von 0,186 mg eingetreten wäre, und bei der Waage von der oben angegebenen Empfindlichkeit wird die Aenderung des Ausschlages 1,6 Scalentheile betragen.

Zweierlei Wege wurden, um den Einfluss der Temperaturdifferenzen zu messen, eingeschlagen. Im ersten

Falle wurde eine brennende Stearinkerze in der Entfernung von 1,5 m in der verlängerten Richtung des Waagebalkens ausserhalb des geschlossenen Waagekastens aufgestellt. Die von der Kerze ausgehenden Wärmestrahlen konnten also erst nach ihrem Durchgange durch die Glastafel, welche die Seitenwand des Waagekastens bildet, zum Waagebalken gelangen. Nach 7 Minuten zeigte sich im Ausschlag der Waage eine Aenderung von 10 Scalentheilen in dem Sinne einer Verlängerung des der Kerze zugewendeten Hebelarmes, während ein in der Nähe des Waagebalkens befestigtes Thermometer eine Temperaturzunahme von noch nicht 0,1° C. zeigte.

In einer zweiten Versuchsreihe war der Waagekasten mit einem zweiten Kasten überstülpt, der aussen und innen mit Silberpapier überzogen war. Die vordere Seite dieses athermanen Kastens bestand aus zwei beweglichen Hälften. Je nachdem rechts oder links einer dieser Hälften entfernt wurde, war der rechte oder der linke Hebelarm der im verschlossenen Glaskasten befindlichen Waage der Bestrahlung durch die gegenüber liegenden Objecte ausgesetzt. Bei den Versuchen bestanden diese Objecte einfach in der der Waage in einem Abstande von 3,5 m gegenüberstehenden Wand. Dieselbe ist beleuchtet durch den Reflex der dem Fenster des Waagezimmers gegenüberliegenden Gebäude, und sendet der Waage je nach der Bewölkung des Himmels mehr oder weniger Wärmestrahlen zu. Wurde nach dem Einspielen der Waage der athermane Schirm rechts entfernt, so wurde beispielsweise nach 20 Minuten eine Verschiebung von 2,8 Scalentheilen im Sinne einer Verlängerung des Balkens bemerkt. Wurde der Schirm wieder vorgesetzt, so verminderte sich der Ausschlag, aber erst nach einer Stunde war das Einspielen wieder nahezu an der Ausgangsstelle eingetreten. Wurde endlich der athermane Schirm links entfernt, so war noch wieder nach 20 Minuten eine Verschiebung und zwar in entgegengesetzter Richtung wie bei dem ersten Versuche und in beiläufig gleichem Betrage zu bemerken. Werden beide athermanen Schirme gleichzeitig

entfernt, so bleibt das Einspielen der Waage selten ungeändert, ein Beweis, dass die Zustrahlung auf die beiden Hebelarme nicht vollkommen die gleiche ist. Man entgeht aber sofort diesen Ungleichheiten im Ausschlage, wenn man durch Vorsetzen der athermanen Schirme gleiche Zustrahlung sichert.

Ein besonderer Fall der Wirkung der Wärme ist noch ausdrücklich hervorzuheben. Es kann vorkommen, dass die Hebelarme rechts und links nicht absolut gleiche Verlängerung bei gleicher Temperaturerhöhung erfahren. Der Waagebalken ist durch Guss hergestellt, er wird mit der Feile bearbeitet, vielleicht auch mit dem Hammer gerichtet. Auf vollkommen gleiche Molecularanordnung beider Hälften und auf vollkommen gleiche Spannung wird man also nicht rechnen dürfen. Eine Differenz in den Ausdehnungscoëfficienten der Hebelarme rechts und links wird hievon die Folge sein. Eine sehr kleine Differenz reicht aber hin, um mit geänderter Temperatur des Waagebalkens auch eine Aenderung im Ausschlage hervortreten zu machen. Folgende Versuche bestätigen dies, und geben zugleich Anhaltspunkte, um die etwa vorhandene Verschiedenheit der Ausdehnungscoëfficienten der beiden Hebelarme zu berechnen.

Der Waagekasten war bei allen Versuchen unter einem zweiten mit Silberpapier überzogenen Kasten aufgestellt. Die Versuche wurden in frühen Tagesstunden ausgeführt, in welchen der Wechsel der Temperatur ausnehmend klein sich zeigte, meist $0{,}1^0$ nicht erreichte. Die Wägungen wurden nach der Methode der Vertauschung der Gewichtsstücke rechts und links vollzogen. Die Gewichtsstücke waren Kilogramme aus Messing und galvanoplastisch mit Nickel überzogen. Sie waren vor der Vernickelung sorgfältig polirt und wurden nach der Vernickelung mit dem Polirstahl geglättet. Unter den gewöhnlichen atmosphärischen Einflüssen zeigen sie sich nach bald einjähriger Dauer vollkommen ungeändert. In der folgenden Tabelle enthält die erste Columne die Tem-

peraturen des Waagekastens, die zweite und dritte die Oerter der Gewichtsstücke sammt Zulagegewichten in Grammen, und die vierte Columne die an der Scala abgelesene Zahl. Die Kilogrammstücke sind mit K_1 und K_2 bezeichnet.

Temperatur.	Schale links.	Schale rechts.	Scala.	Temperatur.	Schale links.	Schale rechts.	Scala.
+ 5,1	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	741,6	− 0,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	734,2
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	741,2		$K_2 + 0{,}003$	K_1	735,2
+ 3,5	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	739,0	+ 6,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	743,1
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	737,0		$K_2 + 0{,}003$	K_1	741,7.

Da ein Zulagegewicht auf der Scala rechts von 0,1173 mg eine Erhöhung der Scalenzahl um eine Einheit bewirkt, so können die bei gleichen Temperaturen erhaltenen Scalenzahlen auf gleiche Einspielungsstellen an der Scale umgerechnet werden. Man erhält:

Temperatur.	Schale links.	Schale rechts.	Scala.	Temperatur.	Schale links.	Schale rechts.	Scala.
+ 5,2	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	741,6	− 0,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	734,2
	$K_2 + 0{,}0029531$	K_1	741,6		$K_2 + 0{,}0028827$	K_1	734,2
+ 3,5	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	739,0	+ 6,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	743,1
	$K_2 + 0{,}0027654$	K_1	739,0		$K_2 + 0{,}0028358$	K_1	743,1.

Diese vier, jeweils bei gleichen Temperaturen ausgeführten Gewichtsvergleichungen von K_1 und K_2 geben nach der Reihe:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013234,\quad 0{,}0014173,\quad 0{,}0013586\quad 0{,}0013821$$
$$\text{Mittel } K_2 = K_1 + 0{,}0013703.$$

Die Abweichungen der Einzelnversuche vom Mittel betragen noch nicht $\pm$ 0,05 mg, und bezeichnen hiermit die mit der benützten Waage erreichbare Genauigkeit. Zugleich geben die angeführten Beobachtungen unzweideutig zu erkennen, dass bei gleicher Belastung aber geänderter Temperatur des Waagebalkens das Einspielen der Waage an verschiedenen Stellen der Scala erfolgt, und zwar bei der gebrauchten Waage in der Art verschieden, dass eine Temperaturerhöhung auch eine Erhöhung der abgelesenen Scalenzahl zur Folge hat. Der Hebelarm rechts wird also bei gleicher Temperaturzunahme stärker ausgedehnt als der links.

Die Differenz der Ausdehnungscoëfficienten der beiden Hebelarme lässt sich, gestützt auf die Differenz im Ausschlage der Waage, berechnen. Ich wähle hierzu die bei den weitest auseinander liegenden Temperaturen gemachten Beobachtungen.

Das Einspielen der Waage erfolgte in der Temperatur $-0{,}6^0$ C. an der Scale bei 734,2, und bei ungeändeter Belastung, aber in der Temperatur $6{,}6^0$ C. bei 743,1. Eine Temperaturdifferenz von $7{,}2^0$ hatte also eine Erhöhung von 8,9 Scalentheilen zum Erfolg. Hätte man bei $-0{,}6^0$ ein Einspielen bei 743,1 erzielen wollen, so hätte man auf der rechten Seite ein Gewicht von $0{,}1173 \,.\, 8{,}9 = 1{,}0439$ mg zulegen, oder das Zulagegewicht auf der linken Seite um den gleichen Betrag vermindern müssen. Berücksichtigt man zugleich, dass $K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,703$, so hat man:

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
$-0{,}6$	$K_1 + 0{,}0\,032\,091$	K_1	743,1
$+6{,}6$	$K_1 + 0{,}0\,042\,061$	K_2	743,1

Diese beiden Beobachtungen reichen aus um die Differenz der Ausdehnunungscoëfficienten α und β des rechten und des linken Hebelarmes zu berechnen. Aus der ersten Beobachtung erhält man, wenn l und r die Längen der Hebelarme links und rechts bezeichnen:

$$l\,(K_1 + 0{,}0\,032\,091) = r\,K_1,$$

und aus der zweiten folgt:

$$l(1 + \beta \,.\, 7{,}2)\,(K_1 + 0{,}0\,042\,061) = r\,(1 + \alpha \,.\, 7{,}2)\,K_1\,.$$

Durch Division der ersten durch die zweite Gleichung fallen l und r heraus, und man erhält unter Berücksichtigung, dass $K_1 = 1000$:

$$\alpha - \beta = 0{,}000\,000\,138.$$

Nach Messungen von Lavoisier und Laplace ist der Ausdehnungscoëfficient gegossenen Messings 0,000018667 und der gehämmerten Messings 0,000018897. Der Unterschied ist 0,00 000 023, also beträchtlich grösser, als der

für beide Hebelarme erhaltene. Die Ungleichheiten in den Molecularspannungen, die durch ungleich rasche Abkühlung nach dem Gusse und durch Bearbeitung eingetreten sind, erzeugten bei der geprüften Waage nur eine beiläufig halb so grosse Differenz der Ausdehnungscoëfficienten, als dieser zwischen gegossenem und gehämmertem Messing auftritt.

Es war vorauszusehen, dass jede Waage individuell andere Werthe für die Differenz $\alpha - \beta$ zeigen werde. So fand ich mit einer anderen Waage, mit derselben, mit welcher ich die später zu erwähnenden Untersuchungen ausführte:

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale	Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
5,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	260,1	11,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,2
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	256,0		K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,0
10,6	K_1	$K_2 + 0{,}003$	253,9	13,5	K_1	$K_2 + 0{,}003$	249,3
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	250,6		K_2	$K_1 + 0{,}005$	245,0

Die Prüfung auf Empfindlichkeit der Waage ergab, dass ein Zulagegewicht von 0.182 mg in der Schale rechts eine Erhöhung um einen Scalentheil im Ausschlag der Waage zur Folge hat. Für gleiche Temperatur und gleichen Ausschlag nach vertauschten Gewichten erhält man demnach:

5,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	260,1	11.0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,2
	K_2	$K_1 + 0{,}0057462$	260,1		K_2	$K_1 + 0{,}0057644$	252,2
10,6	K_1	$K_2 + 0{,}003$	263,9	13,5	K_1	$K_2 + 0{,}003$	249,3
	K_2	$K_1 + 0{,}0056006$	263,9		K_2	$K_1 + 0{,}0057826$	249,3

Diese vier Gewichtsvergleichungen ergeben nach der Reihe:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,731. \qquad K_2 = K_1 + 0.0\,013\,003$$
$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,822. \qquad K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,913$$
$$\text{Mittel: } K_2 = K_1 + 0.0\,013\,617.$$

Die Differenz im Einspielen bei 5° und bei 13,5° beträgt 10,8 Scalentheile. Da eine Erhöhung von einem Scalentheil ein Zulagegewicht rechts von 0.182 mg erfordert, so ist, wenn bei der Temperatur 13.5 das Einspielen

an der Scale bei 260,1 erfolgen soll, eine Zulage von $0{,}182 \cdot 10{,}8 = 1{,}9656$ mg erforderlich. Berücksichtigt man zugleich, dass $K_1 = K_2 + 0{,}0\,013\,617$, so hat man:

Temperatur	Schale links	Schale rechzs	Scale
5,0	K_1	$K_1 + 0{,}0\,043\,617$	260,1
13,5	K_1	$K_1 + 0{,}0\,063\,273$	260,1.

Man findet hiernach:

$$\alpha - \beta = -0{,}000\,000\,231.$$

Der Ausdehnungscoëfficient des linken Hebelarmes ist also bei der Waage Nr. 2 grösser als der des rechten.

Hat man für eine Waage den Werth von $\alpha - \beta$ bestimmt und ebenso das Zulagegewicht, welches bei einer Belastung von 1 kg eine Aenderung im Ausschlage von einem Scalentheil bewirkt, so können auch Wägungen, die in verschiedenen Temperaturen ausgeführt sind, in Vergleich gebracht werden. Für die Waage Nr. 1 ist für eine Temperaturänderung von je 1^0 eine Aenderung im Ausschlage von $\frac{0{,}138}{0{,}117} = 1{,}18$, und für die Waage Nr. 2 von $\frac{0{,}231}{0{,}182} = 1{,}27$ Scalentheilen in Rechnung zu bringen. Es wird indess immer vorzuziehen sein, die Gewichtsvergleichungen, sei dies unter Anwendung der Methode vertauschter Gewichte oder der mit Tara, bei möglichst ungeänderter Temperatur des Waagebalkens auszuführen. Der Werth von $\alpha - \beta$ ist eben eine gemessene Grösse, die also ihrerseits schon mit einem unvermeidlichen Fehler behaftet ist.

Die nur äusserst geringe Aenderung, welche in den Längen der Hebelarme mit der Temperaturzunahme eintritt, ist der Grund, aus welchem der eben hiervon abhängende veränderte Ausschlag der Waage nur bei grösserer Belastung messbar hervortritt. In der That wächst bei der Waage Nr. 1 mit einer Temperaturzunahme von 1^0 das statische Moment auf der rechten Seite um $0{,}000\,000\,128\ K_1$, entspricht also für $K = 1000$ g einer Gewichtszulage von 0,138 mg, und ändert den Ausschlag

um 1,18 Scalentheile. Ein Gewicht von nur 10 g würde bei der gleichen Temperaturerhöhung des Balkens den Ausschlag nur um 0,018 Scalentheile, also um eine selbst mit dem Ablesefernrohr nicht mehr erkennbare Grösse ändern.

Die Ausführung exacter Messungen ist unvermeidlich mit Schwierigkeiten und mit nicht unbeträchtlichem Zeitaufwande verbunden. Kennt man aber die Bedingungen, unter welchen erst exacte Resultate gesichert erscheinen, so kann durch methodisch geordnete Beobachtungen rascher das Ziel erreicht werden. Gewichtsvergleichungen grösserer Gewichtsstücke erfordern eine Fernhaltung aller Temperaturstörungen. Ein zweiter Kasten mit athermanen Wandungen und mit keiner grösseren als zum Anblick des Spiegels erforderlichen Oeffnung sichert die gleichförmige Zustrahlung, und in frühen Morgenstunden zeigt sich die Temperatur in einem nach Norden gelegenen Waagezimmer ausreichend constant. Die Beobachtungszeiten auf diese Stunden verlegt führen rasch zu vergleichbaren Resultaten. Die Auslösung der Waage lässt sich leicht in der Art vollziehen, dass der Schwingungsbogen kaum 20 Scalentheile umfasst; nach einer halben Stunde ist er auf 2 bis 3 Scalentheile vermindert. Zwei Ablesungen reichen dann aus, den Ausschlag zu bestimmen.

Die Gewichtsvergleichungen zweier mit Nickel überzogener Kilogrammstücke, welche mit den Waagen Nr. 1 und Nr. 2 ausgeführt wurden, liegen der Zeit nach um 4 Monate auseinander. Die erhaltenen Resultate weichen nur um 0,0086 mg von einander ab, und kennzeichnen damit einerseits die Leistungsfähigkeit der Waage und andererseits die Unveränderlichkeit der Nickelüberzüge. Man müsste denn lieber annehmen wollen, dass die Aenderungen beider Stücke in 4 Monaten sich in absolut gleicher Weise vollzogen hätten.

Gewichtsvergleichungen zweier Gewichtsstücke verschiedenen Materials, wie etwa aus Bergkrystall und aus Platin, können nicht mit gleicher Genauigkeit, wie jene

der Gewichtsstücke gleichen Materiales ausgeführt werden. Es liegt dies nicht daran, dass die Erfahrungsconstanten, die zur Berechnung der Luftgewichte zur Anwendung kommen, nicht mit genügender Genauigkeit bekannt wären, sondern in der nicht erreichbaren Gleichheit der Temperaturen der Gewichtsstücke. Die ungleiche Wärmecapacität bringt es mit sich, dass in einem Raume wechselnder Temperaturen, wie solche im Verlaufe von 24 Stunden eintreten, die Gewichtsstücke ungleichen Gang in den Temperaturen einhalten. Man kann sich aber leicht überzeugen, dass ein in Luft eingetauchter Körper, auch wenn seine Temperatur nur um Bruchtheile eines Grades die des umgebenden Mediums übertrifft oder dagegen zurückbleibt, scheinbar leichter oder schwerer wird. Es wäre erst besonders zu untersuchen, welchen Antheil dabei sich geltend machende Luftströmungen oder die an der Oberfläche absorbirten Luftgewichte an der Erscheinung haben. Einige in dieser Richtung ausgeführte Versuche machen es wahrscheinlich, dass lediglich Luftströmungen, an wärmeren Körpern nach aufwärts, an kälteren nach abwärts, die Ursache der Anomalien sind. Wie sich dies immer verhalten mag, sicher ist, dass Gewichtsvergleichungen von Gewichtsstücken ungleichen Materiales erst durch Wägungen im luftleeren Raume mit grösserer Exactheit sich vollziehen lassen.

Nachdem Aenderungen im Drucke eines Kilogramms, welche den zehnmillionten Theil des Gewichtsstückes betragen, messbar sind, liegt es nahe, Probleme aufzusuchen, in welchen solche kleine Druckdifferenzen in Frage kommen.

Zunächst bietet die Wirkung der Schwere der Erde solche Fälle. Die Beschleunigung durch die Schwere nimmt nach dem Gravitationsgesetze mit dem Quadrate der Entfernung vom Erdmittelpunkte ab, in gleichem Verhältnisse nimmt also auch der Druck eines Körpers auf die Unterlage ab. Ein Körper vom Gewichte Q_1 in

der Entfernung r vom Erdmittelpunkte hat in der Entfernung $r + h$ nur noch ein Gewicht $Q_2 = Q_1 \cdot \frac{r^2}{(r+h)^2}$. Ist r der Radius der Erde an der Meeresoberfläche und h eine Höhe von nur wenigen Metern, so können die höheren Potenzen von $\frac{h}{r}$ vernachlässigt werden, und man hat daher $Q_2 = Q_1 \cdot \left(1 - \frac{2h}{r}\right)$. Für $h = 5$ m würde, der mittlere Erdhalbmesser $= 6\,366\,189$ m gesetzt, die Gewichtsabnahme eines Kilogrammes sich schon zu 1,57 mg berechnen.

Die experimentelle Bestimmung von $\frac{Q_1}{Q_2}$ unterliegt keiner Schwierigkeit. Die Waage Nr. 2, dieselbe welche bei einem Uebergewicht von 0,182 mg eine Zunahme des Ausschlages von einem Scalentheil zeigte, wurde in einer Höhe von 5,5 m über dem Fussboden des Laboratoriums auf einem an der Wand befestigten Tische aufgestellt. Der Boden des Waagekastens war durchbohrt und an Haken der Schalen waren Drähte aufgehangen, die an ihren unteren Enden Waagschalen trugen. An jedem Hebelarm bestand also das Gehänge aus zwei Waagschalen, einer oberen und einer unteren. Der Abstand beider Schalen betrug 5,29 m. Die herabhängenden Drähte waren gegen Bewegung durch Luftzug durch hölzerne Canäle geschützt, die in verschliessbaren Kästen zur Aufnahme der unteren Waagschalen endeten.

Die Gewichtsvergleichungen wurden in der Art ausgeführt, dass zunächst die Kilogrammstücke in den oberen Schalen sich befanden, dass in einem zweiten Versuche das eine Kilogrammstück in einer der oberen, das andere in einer der unteren Schalen aufgelegt wurde. Die Methode der Wägung war die der Vertauschung der Gewichtsstücke rechts und links. Nach einer jeden Wägung, in welcher ein Gewichtsstück sich oben, das andere sich unten befand, wurden beide Gewichtsstücke in den oberen Schalen aufgelegt und verglichen, um in dieser Weise

etwaige Aenderungen, welche die Kilogrammstücke durch atmosphärische Einflüsse erfahren haben könnten, zur Wahrnehmung zu bringen. Die Versuche wurden zehnmal wiederholt und ebenso viele Gewichtsvergleichungen der Gewichtsstücke bei gleicher Entfernung vom Erdmittelpunkte wurden in der bezeichneten Ordnung ausgeführt. Die Messungen und Beobachtungen wurden sämmtlich in frühen Morgenstunden vollzogen, weil nur auf diese Weise eine genügende Unveränderlichkeit der Temperatur gesichert erschien. Die Gewichtsverluste der Gewichtsstücke in den oberen und unteren Schalen sind um so unerlässlicher in Rechnung zu ziehen, als die Temperaturen unten und oben, auch in nicht geheizten Zimmern, nicht unbedeutend voneinander abweichen. Thermometer im oberen Waagekasten und im Kasten, der die unteren Schalen einschloss, dienten zur Ablesung der Temperatur. Beide Thermometer waren vorausgehend nach dem Gange eines Luftthermometer abgeaicht, und waren in Zehntel Grade getheilt. Die Resultate der Beobachtungen sind in folgenden Tabellen niedergelegt.

Erste Versuchsreihe.

I. Beide Kilogrammstücke K_1 und K_2 in den oberen Schalen.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	255,1	K_2	$K_1+0{,}005$	251,1

Unter Berücksichtigung, dass ein Zulagegewicht von 0,182 mg in der Schale rechts den Ausschlag um einen Scalentheil erhöht, erhält man:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,640.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_2	$K_1 + 0{,}005$	9,6	10,8	721,9	721,45	253,9
K_1	$K_2 + 0{,}003$	9,6	10,8	721,9	721,45	251,0

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0.0\,007\,361\,.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 und K_2 berechnet sich, unter Zugrundelegung des specifischen Gewichts des Messings zu 8,4, in bekannter Weise zu 0,0 006 864. Die Hygrometerstände waren notirt, ihr Einfluss auf die Differenz der Gewichtsverluste macht sich aber erst in den Tausendsteln der Milligramme geltend, und wurde daher in dieser wie in allen folgenden Berechnungen ausser Acht gelassen.

Da die Gewichtszunahme von K_1 im leeren Raume um 0,0 006 864 grösser ist als die von K_2, so hat man im leeren Raume:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0\,000\,497\,.$$

Die Differenz der Drucke von K_1 unten und K_1 oben ist demnach:

$$-\,0.0\,000\,497 + 0{,}0\,013\,640 = 0.0\,013\,143.$$

Zweite Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0.003$	251,9	K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0.0\,013\,549\,.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	9.5	10.8	721.9	721,45	250,2
K_2	$K_1 + 0.005$	9.5	10.8	721.9	721,45	252.5

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0.0\,006\,992\,.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben ist 0.0 007 371. Da K_1 im leeren Raume um den

gleichen Betrag mehr zunimmt als K_2, so hat man im leeren Raume:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0\,000\,379\,.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$-0{,}0\,000\,379 + 0{,}0\,013\,549 = 0{,}0\,013\,170.$$

Dritte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	249,3	K_2	$K_1+0{,}005$	245,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,913\,.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	12,4	13,2	716,32	715,87	246,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	12,4	13,2	716,32	715,87	252,4

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0\,004\,265\,.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben ist 0,00 048 195. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0{,}0\,000\,552\,.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$+ 0{,}0\,000\,552 + 0{,}013\,913 = 0{,}0\,014\,465.$$

Vierte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	255,1	K_2	$K_1+0{,}005$	251,3

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,457\,.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	11,3	12,1	723,38	722,73	245,5
K_2	$K_1 + 0{,}005$	11,3	12,1	723,38	722,73	252,8

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0\,003\,357.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben berechnet sich zu 0,0 005 204. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0{,}0\,001\,846.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$0{,}0\,001\,847 + 0{,}0\,013\,457 = 0{,}0\,015\,304.$$

Fünfte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	254,3	K_2	$K_1 + 0{,}005$	250,1

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,822.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	6,8	8,6	724,6	724,15	253,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	6,8	8,6	724,6	724,15	254,2

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0\,008\,998.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0 012 008. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0{,}0\,003\,010.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$0{,}0\,003\,010 + 0{,}0\,013\,822 = 0{,}0\,016\,832.$$

Sechste Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	252,2	K_2	$K_1+0{,}005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,640\,.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	7,8	9,4	725,4	724,95	257,5
K_2	$K_1 + 0{,}005$	7,8	9,4	725,4	724,95	246,4

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,020\,102\,.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0008971. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,029\,073\,.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0\,029\,073 - 0{,}0\,013\,640 = 0{,}0\,015\,397\,.$$

Siebente Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	251,2	K_2	$K_1+0{,}005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,012\,730\,.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	7,8	9,2	724,5	724,15	258,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	7,8	9,2	724,5	724,15	247,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,020\,010\,.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0 007 776. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,027\,786.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0\,027\,786 - 0{,}001\,273 = 0{,}0\,015\,056.$$

Achte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	252,0	K_2	$K_1+0{,}005$	247,6

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{\cdot}0\,014\,004.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	8,2	9,6	724,5	724.05	259,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	8,2	9,6	724,5	724,05	248,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,020\,192.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0 007 952. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,028\,150.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0\,028\,150 - 0{,}0\,014\,004 = 0.0\,014\,146.$$

Neunte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0.003$	252.0	K_2	$K_1+0.005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0\,013\,458.$$

II. K_2 oben, K_1 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	8,0	10,0	706,3	705,85	257,9
K_2	$K_1+0{,}005$	8,0	10,0	706,3	705,85	248,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0019009.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0010449. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0029458.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0029458 - 0{,}0013458 = 0{,}0016000.$$

Zehnte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale	Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2+0{,}003$	254,2	K_2	$K_1+0{,}005$	250,7

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013185.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	8,7	10,9	705,0	704,55	256,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	8,7	10,9	705,0	704,55	247,7

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0018463.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0011400. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0029863.$$

Die Differenz der Gewichte K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0029863 - 0{,}0013185 = 0{,}0016678.$$

Die zehn Gewichtsvergleichungen der Gewichtsstücke in gleichem Abstande vom Erdmittelpunkte ergaben nach der Reihe:

$K_2 = K_1 + 0{,}0013640$, 0,0013549, 0,0013913, 0,0013457, 0,0013822, 0,0013640, 0,0012730, 0,0014004, 0,0013458, 0,0013185, Mittel $K_2 = K_1 + 0{,}0013539$.

Die grösste Abweichung der einzelnen Versuche vom Mittel beträgt nur 0,08 mg, und spricht dafür, dass überhaupt die erhaltenen Abweichungen nur den unvermeidlichen Fehlern, nicht aber der Veränderlichkeit der Gewichtsstücke zuzuschreiben sind.

Die Gewichtsabnahmen, welche nach einer Zunahme der Entfernung von 5,29 m vom Erdmittelpunkte eintreten, zeigen nicht die gleiche Uebereinstimmung. In Milligrammen ausgedrückt ergab sich für diese Gewichtsabnahmen nach der Reihe:

1,3153, 1,3928, 1,4465, 1,5304, 1,6822, 1,5433, 1,5056, 1,4146, 1,6000, 1,6675, Mittel 1,5099.

Die Abweichungen treten hier schon in den Zehnten der Milligramme auf. Da sie nicht auf eine Veränderlichkeit der Gewichtsstücke zurückzuführen sind, so liegt der Grund wohl ohne Zweifel nur darin, dass Gewichtsvergleichungen von Gewichtsstücken, die in Luft ungleicher Temperatur und ungleichen Druckes aufgehangen sind, mit grösseren unvermeidlichen Beobachtungsfehlern sich behaftet zeigen. In der That macht auch ein Fehler von 0,2 ° C. in der Temperaturdifferenz der unteren und oberen Station sich schon in den Zehnteln der Milligramme geltend.

Nachdem die Versuche ergaben, dass am Ort München ein Gewichtsstück Q_1 von einem Kilogramm, von einer unteren Station auf eine um 5,29 m höhere Station gebracht, um 1,5099 mg abnimmt, so hat man:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1000000 - 1{,}5099}{1000000}.$$

Nach dem Gravitationsgesetze ist:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{2 \,.\, 5{,}29}{6366189} = \frac{1000000 - 1{,}662}{1000000}.$$

Man hätte also eine Abnahme von 1,662 mg erwarten sollen. Der Unterschied ist allerdings klein und beträgt nur 0,152 mg, auch ist auf die Fehlerquellen, die in der Reduction der Gewichte auf den leeren Raum auftreten, aufmerksam zu machen. Immerhin ist aber der Unterschied grösser, als man bei einer so ausgedehnten Versuchsreihe hätte erwarten sollen. Man könnte daher die Frage aufwerfen, ob die Art der Ausführung des Versuches auch vollkommen im Einklange stehet mit der unter Anwendung des Gravitationsgesetzes gemachten Voraussetzung. Das physikalische Institut liegt in einem der tieferen Stadttheile, ist massiv gebaut und ist von massiven Gebäuden umgeben oder denselben naheliegend, während in der Rechnung vorausgesetzt ist, dass keine störenden Ursachen einwirken. Versuche in einem isolirt stehenden Thurm würden durch die Lage selbst und würden dadurch, dass grössere Abstände der Waagschalen in Anwendung gebracht werden könnten, vielleicht auch durch mindere Veränderlichkeit der Temperaturen der unteren und oberen Stationen, exactere Resultate liefern. Ich werde nicht versäumen eine sich mir eben bietende Gelegenheit zur Wiederholung der Versuche zu benutzen.

Günstige äussere Verhältnisse würden auch erlauben einen Versuch der Wägung der Erde auszuführen, d. h. zu bestimmen, wieviel mal mehr materielle Punkte die Erde besitzt als ein Körper bekannter Grösse und bekannter Dichtigkeit. Bei gleicher Aufstellung der Waage und bei den eben erwähnten Versuchen würde eine unter der unteren Waagschale aufgestellte, aus Bleibarren gebildete Kugel eine entsprechende Vermehrung des Zuges, also Erhöhung des Gewichtes erzeugen. Unter Zugrundelegung der für die mittlere Dichtigkeit der Erde aufgefundenen Zahl lässt sich der Halbmesser einer Bleikugel bestimmen,

welche eine Gewichtszunahme eines Kilogrammstückes von 1 mg bewirken könnte. Es ist mir einige Aussicht zur Ausführung des Versuches gegeben, der dann rückwärts auf einem neuen Wege zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde benutzt werden könnte.

VII. *Ein neuer Satz in der Theorie der Diffraction und dessen Anwendung; von J. Fröhlich in Budapest.*

Der mathematische Ausdruck, welcher zur Berechnung der Intensität des gebeugten Lichtes dient, führt nach einigen einfachen Betrachtungen zu einem eigenthümlichen Zusammenhang zwischen der kinetischen Energie des von einem leuchtenden Flächenelemente ausgehenden, auf einen unendlich grossen auffangenden Schirm fallenden gebeugten Lichtes einerseits und der Energie des von einer sehr grossen leuchtenden Fläche herrührenden, jedoch nur auf ein Element des Schirmes fallenden gebeugten Lichtes andererseits.

Insbesondere ist dies Verhältniss seiner leichten Anwendbarkeit wegen beachtenswerth; es ergibt dieselbe eine einfache Beobachtungsmethode, welche die Frage der Gleichheit der kinetischen Energien des einfallenden und des gebeugten Lichtes für jede Oeffnung sofort experimentell zu entscheiden gestattet.

Zur Herleitung dieses Satzes machen wir folgende Voraussetzungen:

Es sei eine beugende Oeffnung $\mathfrak{F}$ (Fig. 1), welche durch eine beliebige, ebene oder räumliche Curve begrenzt ist, deren Dimensionen zur Lichtwellenlänge sehr gross sind, so dass die Amplitude des gebeugten Lichtes nur bei kleinen Beugungswinkeln endlichen Werth besitze, sonst aber verschwinde. Ferner sei eine gleichmässig leuchtende Licht-

quelle von der Gestalt einer Kugeloberfläche FF, von welcher das Licht nach der Beugung durch $\mathfrak{F}$ zu dem ebenfalls kugelflächenförmigen auffangenden Schirme ff gelangt; die Radien der Flächen FF und ff, ϱ_1 und ϱ_0 sind sehr gross im Verhältniss zu den Dimensionen der Oeffnung und liegt deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt O in der Oeffnung oder deren unmittelbarer Nähe.

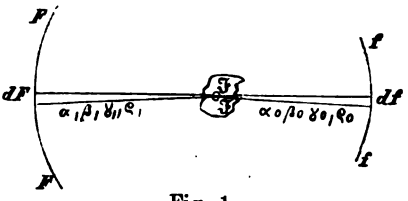


Fig. 1.

Die Amplitude der Lichtbewegung, welche vom Elemente ∂F ausgeht, sei in der Entfernung Eins: $(\mathfrak{A}_0^2 \partial F)^{\frac{1}{2}}$ (da jedes Element ∂F von den anderen gänzlich unabhängig schwingt), somit gelangt zur beugenden Oeffnung eine Bewegung, deren Amplitude $\frac{(\mathfrak{A}_0^2 \partial F)^{\frac{1}{2}}}{\varrho_1}$, welche wir hinfort mit $\mathfrak{A}_i$ bezeichnen; dieselbe ist daher die von ∂F herrührende Amplitude des einfallenden Lichtes.

Die Bewegung des gebeugten Lichtes ist von der Form $A \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$; der allgemeine Ausdruck, welcher die Amplitude derselben sowohl für Fresnel's als auch für Fraunhofer's Erscheinungen enthält, ist:

$$A^2 = \mathfrak{A}_i^2 K^2 \left\{ \left(\iint \frac{\partial \varrho_1}{\partial n} \cos p \partial \mathfrak{F} \right)^2 + \left(\iint \frac{\partial \varrho_1}{\partial n} \sin p \partial F \right)^2 \right\}^{1)},$$

dabei ist:

$$p = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2} \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_0} \right) - (x\alpha + y\beta + z\gamma) \right\},$$

und es sind xyz die Coordinaten des Elementes $\partial \mathfrak{F}$ der fictiven Fläche, welche die beugende Oeffnung bedeckt

1) Der Factor $\frac{\partial \varrho_1}{\partial n} = \cos(\varrho_1 n)$ folgt aus dem Principe der Gleichheit der kinetischen Energieen, wie dies in einer späteren Arbeit gezeigt werden soll. Denselben leitete auch W. Voigt aus der Fresnel'schen Theorie ab (Wied. Ann. IV. p. 542 etc.); ebenso aus der Elasticitätstheorie des Lichtes; doch ist derselbe auf die Herleitung oder Gültigkeit des folgenden Satzes von gar keinem Einfluss.

und deren Begrenzung besitzt, n die Normale dieses Elementes und:

$\alpha = \cos\alpha_0 - \cos\alpha_1$, $\beta = \cos\beta_0 - \cos\beta_1$, $\gamma = \cos\gamma_0 - \cos\gamma_1$, wenn $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$, $\alpha_0\ \beta_0\ \gamma_0$ die Richtungswinkel des einfallenden und des gebeugten Strahles bedeuten.

Die Gleichung der Fläche $\mathfrak{F}$ kann jedenfalls $z = \varphi(x, y)$ gesetzt werden, woraus $\frac{\partial \varrho_1}{\partial n} = \cos(\varrho_1 n)$ als Function von x und y folgt; ausserdem ist $\partial\mathfrak{F} = \frac{\partial x\, \partial y}{\cos(nz)}$, wo der Nenner ebenfalls durch x und y ausgedrückt werden kann, so dass unter den Integralzeichen obigen Ausdruckes eine Function von nur x und y steht und die Integration selbst nach x und y ausgeführt werden kann.

Die Amplitude A ist von der Lage des Coordinatensystemes gänzlich unabhängig; geben wir demselben in Zukunft eine solche Lage, dass der einfallende Strahl, also die $\alpha_1\beta_1\gamma_1$-Richtung, sehr nahezu in die ZX-Ebene fällt, so vereinfachen sich dadurch die folgenden Betrachtungen.

Nach Ausführung der Integrationen in A verschwinden die Variabeln x und y; es treten an deren Stelle die Begrenzungsconstanten der Oeffnung ein, und hängt A ausser von diesen noch von ϱ_1 und ϱ_0, α, β, γ ab. Wir haben es jedoch nur mit unendlich kleinen Beugungswinkeln zu thun, so dass wir schreiben können:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= (\alpha_1 - \alpha_0)\sin\alpha_0 = (\alpha_1 - \alpha_0)\sin\alpha_1 \\ \beta &= (\beta_1 - \beta_0)\sin\beta_0 = (\beta_1 - \beta_0)\sin\beta_1 \\ \gamma &= (\gamma_1 - \gamma_0)\sin\gamma_0 = (\gamma_1 - \gamma_0)\sin\gamma_1 \end{aligned}\right\}, \text{ und ausserdem:}$$

$$\cos^2\alpha_0 + \cos^2\beta_0 + \cos^2\gamma_0 = 1$$
$$\cos^2\alpha_1 + \cos^2\beta_1 + \cos^2\gamma_1 = 1.$$

Schreibt man in vorletzter Gleichung:

$\alpha_0 = \alpha_1 + (\alpha_0 - \alpha_1)$, $\beta_0 = \beta_1 + (\beta_0 - \beta_1)$, $\gamma_0 = \gamma_1 + (\gamma_0 - \gamma_1)$

und entwickelt, so hat man:

$$\cos\gamma_1 \sin\gamma_1(\gamma_0 - \gamma_1) = -\cos\alpha_1 \sin\alpha_1(\alpha_0 - \alpha_1) - \cos\beta_1 \sin\beta_1(\beta_0 - \beta_1),$$

oder:

$$\gamma = -\alpha\frac{\cos\alpha_1}{\cos\gamma_1} - \beta\frac{\cos\beta_1}{\cos\gamma_1} = -\alpha\frac{\cos\alpha_0}{\cos\gamma_0} - \beta\frac{\cos\beta_0}{\cos\gamma_0},$$

somit ist γ eine lineare Function von α und β, daher hängt A, da nach unserer Voraussetzung ϱ_0 und ϱ_1 constant, nur von α und β ab; wir schreiben dies:

$$A^2 = \mathfrak{A}_i^2 K^2\, \Phi(\alpha, \beta).$$

Bei der gewählten Lage des Coordinatensystemes sind die in Betracht kommenden Flächenelemente:

$$\partial F = \varrho_1^2\, \partial\alpha_1\, \partial\beta_1, \quad \partial f = \varrho_0^2\, \partial\alpha_0\, \partial\beta_0,$$

daraus folgt:

$$\mathfrak{A}_i = \left(\frac{\mathfrak{A}_0^2 \partial F}{\varrho_1^2}\right)^{\frac{1}{2}} = (\mathfrak{A}_0^2\, \partial\alpha_1\, \partial\beta_1)^{\frac{1}{2}},$$

und es ist die Amplitude des von ∂F herrührenden gebeugten Lichtes:

$$A^2 = K^2 \mathfrak{A}_0^2\, \partial\alpha_1\, \partial\beta_1\, \Phi(\alpha, \beta).$$

Es ergibt sich sonach die kinetische Energie desselben Lichtes, welches auf das Element ∂f fällt:

$$(0) \quad CA^2 \varrho_0^2\, \partial\alpha_0\, \partial\beta_0 = CK^2 \mathfrak{A}_0^2 \varrho_0^2\, \partial\alpha\, \partial\beta_0\, \Phi(\alpha,\beta)\, \partial\alpha_1\, \partial\beta_1.$$

Von diesem Ausdrucke aus können wir nach zwei Richtungen weiter entwickeln: die Integration nach $\alpha_0\beta_0$ gibt die auf den ganzen Schirm fallende Energie, welche von ∂F herrührt; die Integration nach $\alpha_1\beta_1$ gibt die von der ganzen leuchtenden Fläche F auf das Element ∂f fallende Energie. Führen wir beide Operationen aus.

1. $\alpha_0\beta_0$ sind die Variabeln; es ist dann $\alpha = (\alpha_1 - \alpha_0)\sin\alpha_1$, $\beta = \beta_1 - \beta_0$, weil bei der mehrfach erwähnten Lage des Coordinatensystemes β_1 und β_0 sehr nahezu $\frac{\pi}{2}$; $\partial\alpha_0 = -\frac{\partial\alpha}{\sin\alpha_1} = -\frac{\partial\alpha}{\cos\gamma_1}$; $\partial\beta_0 = -\partial\beta$; $\partial\alpha_0\,\partial\beta_0 = \frac{\partial\alpha\,\partial\beta}{\cos\gamma_1}$; wir erhalten daher für die kinetische Energie des von ∂F herrührenden, auf den ganzen Schirm fallenden gebeugten Lichtes:

$$(I) \qquad CK^2 \mathfrak{A}_0^2 \varrho_0^2\, \partial\alpha_1\, \partial\beta_1\, \frac{1}{\cos\gamma_1} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\alpha,\beta)\, \partial\alpha\, \partial\beta.$$

2. Die Variabeln sind α_1, β_1; dann wird $\alpha = (\alpha_1 - \alpha_0) \sin \alpha_0$, $\beta = \beta_1 - \beta_0$ (aus demselben Grunde wie vorhin), $\partial \alpha_1 = \frac{\partial \alpha}{\sin \alpha_0}$ $= \frac{\partial \alpha}{\cos \gamma_0}$; $\partial \beta_1 = \partial \beta$; $\partial \alpha_1 \partial \beta_1 = \frac{\partial \alpha \partial \beta}{\cos \gamma_0}$; daher ist die kinetische Energie des von der ganzen leuchtenden Fläche *FF* herrührenden, jedoch nur auf das Element ∂f fallenden gebeugten Lichtes:

$$(II) \qquad C K^2 \mathfrak{A}_0^2 \varrho_0^2 \partial \alpha_0 \partial \beta_0 \frac{1}{\cos \gamma_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\alpha, \beta) \, \partial \alpha \, \partial \beta.$$

Die Integrationsgrenzen konnten bis $-\infty$ und $+\infty$ ausgedehnt werden, da ja $\Phi(\alpha, \beta)$ nur bei sehr kleinen Werthen von $\alpha_1 - \alpha_0$, $\beta_1 - \beta_0$ endlich bleibt, sonst aber verschwindet.

Nennen wir nun zwei Elemente ∂F und ∂f etwa conjugirte, wenn deren Kegelecken in der Oeffnung $\mathfrak{F}$ gleich sind, also $\partial \alpha_0 \partial \beta_0 = \partial \alpha_1 \partial \beta_1$, so wird Ausdruck (I) und (II) identisch; in Worten ausgedrückt führt dies zu folgendem Satz:

Die kinetische Energie des von einer grossen, gleichmässig leuchtenden Kugelfläche *FF* ausgehenden, auf das Schirmelement ∂f fallenden gebeugten Lichtes ist gleich der kinetischen Energie des vom conjugirten leuchtenden Element ∂F herrührenden, auf den ganzen kugelflächenförmigen Schirm *ff* fallenden gebeugten Lichtes; vorausgesetzt, die Verbindungslinie der conjugirten Elemente durchstösst die Fläche $\mathfrak{F}$ der Oeffnung oder geht in unmittelbarer Nähe derselben vorbei, so dass $\gamma_0 - \gamma_1$ immer ausserordentlich klein sei.[1])

Wir können dies Resultat sofort verwerthen.

1) Diesen Satz fand ich zuerst nur für Fraunhofer'sche Erscheinungen, nach brieflicher Mittheilung desselben an Prof. Réthy in Klausenburg machte derselbe darauf aufmerksam, dass der Satz auch auf Fresnel's Erscheinungen ausgedehnt werden könne.

Nehmen wir vorläufig nur an, dass die kinetischen Energieen des einfallenden und des gebeugten Lichtes gleich seien, so wird, wenn wir nur das von $\partial\mathfrak{F}$ ausgehende Licht betrachten, aus dem Ausdrucke (I) folgende Gleichung:

$$\mathfrak{A}_0^2\,\partial\alpha_1\,\partial\beta_1\iint\frac{\partial\varrho_1}{\partial n}\,\partial\mathfrak{F}=C\mathfrak{A}_0^2\varrho_0^2\,\partial\alpha_1\,\partial\beta_1\frac{1}{\cos\gamma_1}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\alpha,\beta)\,\partial\alpha\,\partial\beta;$$

daraus:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\alpha,\beta)\,\partial\alpha\,\partial\beta=\frac{\cos\gamma}{K^2\varrho_0^2}\iint\frac{\partial\varrho_1}{\partial n}\,\partial\mathfrak{F}.$$

Suchen wir andererseits die Intensität der Beleuchtung im Elemente ∂f, hervorgebracht durch die ganze FF Fläche, so hat man nur den Ausdruck (II) mit $C\partial f=C\varrho_0^2\,\partial\alpha_0\,\partial\beta_0$ zu dividiren, und es ergibt sich das Quadrat dieser, durch A_∞ bezeichneten Amplitude:

$$A_\infty^2=\frac{\mathfrak{A}_0^2K^2}{\cos\gamma_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\alpha,\beta)\,\partial\alpha\,\partial\beta.$$

Substituirt man den Werth des soeben gefundenen Doppelintegrales, und beachtet, dass γ_1 und γ_0 sehr nahezu gleich sind, so wird:

$$A_\infty^2=\frac{\mathfrak{A}_0^2}{\varrho_0^2}\iint\frac{\partial\varrho_1}{\partial n}\,\partial\mathfrak{F}=\frac{\mathfrak{F}_p}{\varrho_0^2}\,\mathfrak{A}_0^2,$$

wo $\mathfrak{F}_p$ das andere Doppelintegral bedeutet.

Es ist dies ein merkwürdiges Resultat und sagt aus, dass die Beleuchtung des mittleren Theiles des Beugungsbildes einer sehr grossen gleichmässig leuchtenden Kugelfläche dem Flächeninhalte $\mathfrak{F}_p$ der Projection der beugenden Oeffnung auf die einfallende Wellenfläche direct proportional, hingegen von der Gestalt und Lage der beugenden Oeffnung gänzlich unabhängig sei.

Wir können jedoch mit vollem Rechte die letzte Gedankenfolge umkehren und sagen: Bestätigt sich die Proportionalität dieser Beleuchtung mit $\mathfrak{F}_p$, so ist auch die

Voraussetzung aus welcher sich diese Proportionalität ergab, richtig oder, das Princip der Gleichheit der Energieen ist erwiesen, sobald dies Princip für eine dieser Oeffnungen verificirt war.

Die Ausführung der dazu nöthigen Beobachtungen geschah nach folgender Methode: In der Nähe des Brennpunktes des Collimators *CC* (Fig. 2) befand sich ein aus gefettetem feinem Papiere verfertigter Theil einer Kugelfläche *FF*, dessen Symmetrieaxe in die des Collimators fiel; hinter *FF* befand sich eine mit grosser Flamme stetig brennende Petroleumlampe, welche die Fläche *FF* sehr gleichmässig beleuchtete (die geringen Intensitätsdifferenzen am Rande derselben haben auf die Beobachtung keinen Einfluss, da für diese $\Phi(\alpha, \beta)$ schon verschwindet); die scheinbare Grösse von *FF* betrug für die Mitte des Collimators etwa 8^0, daher deren Dimensionen vollkommen genügten.

Vor der einen Halblinse H_1 eines Heliometers war eine quadratische Oeffnung angebracht, welche während

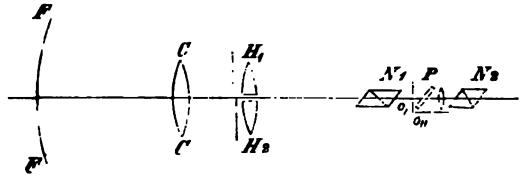


Fig. 2.

der ganzen Beobachtung dort verblieb, vor die andere Halblinse H_2 wurden nacheinander ebene und räumliche Oeffnungen der verschiedensten Gestalt, sowohl aus ein, als auch aus mehreren Oeffnungstheilen bestehend, befestigt, deren Dimensionen und Lagen genau bestimmt waren. Beide Halblinsen blieben während der Beobachtung unbeweglich und ihre Axen fielen mit der von *CC* genau zusammen.

Vor dem Brennpunkte des Heliometers polarisirte das drehbare Nikol N_1 das gebeugte Licht und das im Brennpunkte des Oculares befindliche kreisförmige Diaphragma *o*, gestattete nur die Beobachtung des mittleren Theiles des Beugungsbildes, während die planparallele Glasplatte *P*,

die unter 45° zur Rohraxe geneigt war, das Bild der von der constanten Lichtquelle S beleuchteten, ebenfalls kreisförmigen kleinen Oeffnung $o_{''}$ genau so reflectirte, dass $o_{'}$ und das Bild von $o_{''}$ im Oculare unmittelbar nebeneinander zu stehen kamen. Das vor dem Ocular angebrachte zweite Nikol N_2 blieb während der Beobachtung in unveränderter Lage.

Bei der eigentlichen Beobachtung wurde eine der Halblinsen des Heliometers bedeckt und die andere freigelassen, und nun N_1 so weit gedreht, bis beide im Oculare sichtbare Bilder von $o_{'}$ und $o_{''}$ dieselbe Intensität besassen; nun wurde die erstere Halblinse freigelassen, die andere verdeckt, und durch abermaliges Drehen von N_1 die Gleichheit der Intensität von $o_{'}$ und $o_{''}$ wieder hergestellt. Diese beiden Lagen von N_1 gaben die relative Intensität der Beleuchtung von $o_{'}$ im ersten und im zweiten Falle.

Da nun schon in einer früheren Untersuchung[1]) die Gleichheit der kinetischen Energieen für rectanguläre Oeffnungen als thatsächlich bestehend nachgewiesen wurde, brauchte sich gegenwärtige Untersuchung nur mit der Erforschung der Proportionalität der Beleuchtung in $o_{'}$ mit $\mathfrak{F}_P$ zu befassen.

Es zeigte sich hier, wie dies schon nach obiger Arbeit als wahrscheinlich zu erwarten war, eine bis auf die Grenze der Beobachtungsfehler genaue Uebereinstimmung zwischen den theoretischen Folgerungen und den Resultaten der Beobachtung.

Auf Grund dieser Untersuchungen ist man berechtigt als experimentell bestätigten Satz auszusprechen: Bei kleinen Beugungswinkeln ist die kinetische Energie des einfallenden Lichtes für jede beliebig geformte Oeffnung gleich der kinetischen Energie des gebeugtes Lichtes.

Phys. Inst. d. Univ. Budapest, am 15. Juni 1878.

1) Wied. Ann. III. p. 568.

VIII. *Ueber die Beziehung zwischen Refractionsäquivalent und Weglänge; von E. Wiedemann.*

Herr Stefan[1]) hat auf eine Beziehung zwischen zwei ganz verschiedenen physikalischen Constanten der Gase aufmerksam gemacht. Es sollte das Product aus der molecularen Weglänge λ mit dem Refractionsäquivalent $n-1$, wo n der Brechungsexponent ist, für eine Reihe von Gasen nahezu constante Werthe besitzen, ein Satz, der von Hrn. Puluj[2]) dahin beschränkt wurde, dass den Gasen und Dämpfen mit grösserem Brechungsexponent, also auch grösserem Refractionsaequivalent, kleinere Weglängen entsprechen.

Dass die letztere Beziehung nur sehr unvollkommen, die erste dagegen so gut wie gar nicht statt hat, dürfte die folgende Zusammenstellung der Grössen $n-1$ nach Mascart[3]) ($n-1$ ist für Luft gleich Eins gesetzt) und der molecularen Weglängen λ nach O. E. Meyer[4]) in Centimetern, so wie von $(n-1)\lambda\,10^7$ zeigen.

	$\lambda.10^8$	$n-1$	$(n-1)\lambda 10^7$		$\lambda.10^8$	$n-1$	$(n-1)\lambda$
Wasserstoff . .	1855	0,4740	87,94	Kohlensäure . .	680	1,5443	105,0
Sauerstoff . . .	1059	0,9245	97,90	Wasser	649	0,88	57,1
Stickstoff . . .	986	1,0164	100,2	Schwefelwasserst.	628	2,12	133,1
Kohlenoxyd . .	985	1,0446	112,7	Aethylen	582	2,46	143,2
Stickoxyd . . .	959	1,0164	97,4	Schwefelige Säure	485	2,4038	116,5
Sumpfgas . . .	848	1,51	128,0	Chlor	474	2,63	124,7
Ammoniak . .	737	1,29	95,09	Chlormethyl . .	459	2,96	135,8
Chlorwasserstoff	734	1,52	111,5	Cyan	419	2,807	117,6
Stickoxydul . .	681	1,7626	120,0	Chloräthyl . . .	373	4,01	149,6

Für Aether und Schwefelkohlenstoff findet Mascart $n-1$ zu 3,03 und 5,05, Puluj $\lambda.10^8$ zu 220 und 290 (bei Luft 820). Es ist dann für diese drei Gase $(n-1).\lambda.10^7$ resp. 66,65, 146,4, 82,00. Einfache Beziehungen zwischen den obigen beiden Grössen sind schon deshalb nicht zu erwarten, da λ und $n-1$ für die verschiedenen Gase von der absoluten Temperatur in ganz verschiedener Weise abhängen[5]), so dass, wenn eine solche Relation auch für eine bestimmte Temperatur gültig wäre, es für eine andere nicht mehr der Fall sein würde.

Leipzig, Juli 1878.

1) Wien. Ber. LXV. 2. Abth. April 1872.
2) Wien. Anz. 1878. p. 140.
3) Ann. de l'Ec. Norm. (2) VII. p. 9—78. 1877. Beibl. I. p. 257. C. R. LXXXVI. p. 1182—1185. 1878. Beibl. II. p. 255 und 406.
4) Kinetische Theorie der Gase. p. 142.
5) E. Wiedemann, Arch. sc. phys. (2) LVI. p. 277. 1876. — J. Puluj, Wien. Ber. LXXX. 2. Abth. Mai 1876. — O. E. Obermeyer, Carl. Rep. XIII. p. 156. 1877. (Vorläufige Anzeige im Wien. Anz. 1876).

IX. *Ueber die Erregung der Electricität durch Druck und Reibung; von H. Fritsch in Königsberg i/Pr.*[1])

1. Bekannt ist, dass viele krystallinische Körper durch Druck sich kräftig electrisch erregen lassen. Indess tritt diese Erregung nur unter einer ganz bestimmten Bedingung ein. Kalkspath wird nur da durch Druck electrisch, wo er gegen einen anderen Körper, nie da, wo er wieder gegen Kalkspath drückt. 3 Stücke Kalkspath wurden aufeinander gelegt; dann wurde auf das oberste ein Druck ausgeübt, der jedes der Stücke einzeln deutlich electrisch gemacht hätte; das mittelste Stück zeigte sich ganz ohne Erregung, nur die beiden äusseren hatten die gewöhnliche Electricitätsmenge. — Wurden zwei Kalkspathe gegeneinander gepresst, so zeigten ihre Flächen, die mit den drückenden fremden Körpern in Berührung gewesen waren, deutlich Electricität; die beiden inneren, wo Kalkspath gegen Kalkspath gelegen hatte, waren ohne Erregung. Denselben Versuch für andere Körper durchzuführen ist mir bisher nicht gelungen.

2. Nach früheren Beobachtungen soll einem bestimmten Körper bei der Reibung mit einem anderen immer eine gewisse, von den Nebenumständen der Reibung unabhänge unveränderliche Electricitätserregung zukommen und demgemäss die Art der dabei erregten Electricität ganz unveränderlich sein. Um die Richtigkeit dieses Satzes zu prüfen, wurden folgende Versuche angestellt, bei denen die Nebenumstände möglichst wechselten.

a) Ich strich mit einem Violinbogen Platten von Zink, Kupfer, Messing und 4 verschiedene Gläser so an, dass sie transversal schwangen; sie wurden nur negativ; wurde derselbe Bogen ohne Bildung eines Tones längs derselben Stelle der Platte hin und hergeführt, so wurde sie nur positiv.

b) Kupferplatten von 4 und 7 cm Durchmesser wurden mit weisser Seide auf verschiedene Weise gepeitscht. Traf der Schlag nahezu senkrecht auf, so wurde die Platte stark positiv, traf er mehr streifend, so wurde sie ebenso stark negativ. Ob die Platte frisch mit Salzsäure gereinigt oder durch längeres Liegen an der Luft blind geworden war, schien gleichgültig; ebenso die Grösse der Platte. Ferner wurde durch leichtes Reiben des ganzen Randes,

1) Mit Kürzungen. Die Red.

am besten durch ein in Form eines Kegelmantels übergestreiftes Seiden- oder Wollenzeug, die Platte stets negativ, durch kräftiges Reiben mit derselben Seide und an derselben Stelle stets positiv. Grobes Wollenzeug schien nur weniger stark zu erregen. Zink gab denselben Erfolg.

c) Bei Messing schienen Nebenumstände von Einfluss zu sein. Eine zu Chladni'schen Klangfiguren bestimmte quadratische Platte verhielt sich genau so wie die Kupferplatte. Die flach gewölbte messingene Schale einer Tafelwaage aber gab nur beim Klopfen mit Seide beide Electricitäten und auch nur bei gut gereinigter Oberfläche. Ein altes Pfundgewicht endlich liess sich auch nicht einmal mit Seide verschieden erregen; bei ihm gab erst das Anstreichen mit dem Violinbogen verschiedene Erregung, je nachdem der Bogen an den dicken Haupttheil oder an den dünnen Hals desselben angesetzt wurde.

d) Ein Feinsilberschälchen gab nur mit Seide beide Electricitäten, mit Wolle wurde es nur negativ.

e) Eine Hartgummiplatte wurde durch einen langsamen Strich mit einem fest gefalteten Leinentuche stets negativ, durch einen schnellen unter sonst gleichen Umständen positiv. Dasselbe wie Leinwand bewirkte die Handfläche, nur musste zur positiven Erregung der Strich sehr schnell sein.

f) Weisse Seide macht den Hauptblätterdurchgang von Gyps stets positiv, den zweiten dagegen, welcher Glasglanz zeigt, negativ, wobei es gleichgültig ist, ob die Flächen dieses zweiten Durchganges an dem Gypsstücke schon vorhanden oder dadurch künstlich hervorgerufen sind, dass man eine Fläche des Hauptblätterdurchganges rauh kratzt.

Noch viele andere Körper geben bei der Reibung je nach den Umständen entgegengesetzte Erregung, z. B. Glimmer mit Seide geschlagen, Hartgummi mit Kupfer gerieben, Hartgummi mit Seide gepeitscht, Glas mit Seide geschlagen; indess ist mir nicht gelungen, sichere Regeln hierfür aufzufinden. Die wenigen oben von a) bis f) angeführten Erfahrungen zeigen schon die Unmöglichkeit, eine Spannungsreihe für Reibungselectricität[1]) aufzustellen. Werden zwei Körper aneinander gerieben, so kann die in jedem derselben erregte Electricität in die entgegengesetzte überspringen, sowie der Druck, die Geschwindigkeit, die Richtung der reibenden Bewegung etc. sich ändert.

1) Vgl. P. Riess, Pogg. CLX.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1878. ANNALEN № 10.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND V.

I. *Ueber das Verhalten der Electricität in verdünnten Gasen; von F. Narr in München.*

I. In den letzten zwanzig Jahren sind vielfache Anstrengungen gemacht worden, um das Verhalten der Electricität in gasförmigen, vor allen sehr verdünnten Medien näher kennen zu lernen. Das Interesse gerade an diesen Erscheinungen musste seit dem Auftreten der mechanischen Theorie über die Constitution der Gase bedeutend wachsen. Indess ist die bisher gewonnene Einsicht in die Rolle, welche die Gastheilchen bei diesen Vorgängen spielen, noch immer ziemlich unbestimmt.

Besonders günstig für das Studium des Verhaltens der Electricität in gasförmigen Medien schien mir der Process der Zerstreuung derselben zu sein. Die erste und meines Wissens wenigstens zugleich einzige genauere und umfassendere Untersuchung dieses Vorganges verdanken wir Warburg.[1]) Derselbe wurde unter anderem zu dem Resultate geführt, dass die Zerstreuung der Electricität in Gasen von 70 bis 760 mm Druck erstens von der Art der Electricität unabhängig sei, zweitens mit der Dichte des umgebenden gasförmigen Mediums abnehme und endlich drittens in Wasserstoff kleiner sei, als in atmosphärischer Luft und Kohlensäure, bei denen nahezu keine Unterschiede zu constatiren waren. Warburg bemerkt hierbei aber zugleich, dass die beobachteten Aenderungen auch von Aenderungen des Staubgehaltes herrühren könnten, und dass es ihm nicht gelungen sei, für oder gegen diese

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 578.

Ansicht einen entscheidenden Versuch zu finden. Rücksichtlich des Verhaltens in dünneren Gasen finde ich die Angabe, dass bei ungefähr 50 mm Druck und bei einer durch den Drehungswinkel $\theta = 45^0$ charakterisirten Electricitätsmenge die Electricität anfange auszuströmen, der an einer späteren Stelle nur noch die Bemerkung hinzugefügt wird: „Verdünnt man, bis Ausströmen der Electricität erfolgt, so tritt dieses, wenn die erforderliche Verdünnung hergestellt, nicht sofort ein, sondern gewöhnlich erst nach einigen Minuten. Durch ein gelegentlich vorbeifliegendes Staubtheilchen scheint die Entladung vermittelt zu werden."

Nach diesen Ergebnissen schien mir die Wiederaufnahme einer Untersuchung über den eben besprochenen Vorgang, wie auch schon Warburg zugibt, in hohem Grade angezeigt. Ich ging zunächst auf die Idee desselben ein, den Apparat, in welchem die Zerstreuung stattfindet, von dem Messapparat zu trennen. Bei einer solchen Anordnung geht indess auch ausserhalb des eigentlichen Zerstreuungsraumes eine Zerstreuung der Electricität und zwar unter Verhältnissen, die von den in jenem Raume herrschenden verschieden und überdies nicht wohl regulirbar sind, vor sich, und ist zugleich eine ausgedehntere Benutzung von unvollkommen isolirenden Körpern nicht zu umgehen. Gelingt es in der That auch nicht, die angegebenen störenden Einflüsse genau zu bestimmen, so ist doch eine solche Verminderung derselben möglich, dass sie unter Umständen die Erscheinung, die im Zerstreuungsraume näher verfolgt werden soll, nicht wesentlich entstellen. Dies ist der Fall, wenn der letztgenannte Vorgang dieselben an Intensität weit überragt, also vor allem unter denjenigen Druckverhältnissen, unter denen die Electricität auszuströmen beginnt.

II. Bei der Construction des Apparates zur Untersuchung des gedachten Vorganges musste mein Hauptaugenmerk auf eine möglichste Verringerung des Zerstreuungsprocesses ausserhalb des Zerstreuungsraumes und

Zurückführung der Anzahl der isolirenden Stützen auf ein Minimum gerichtet sein. Da derselbe Stoff nicht immer in derselben Weise isolirt, so unterzog ich die von mir verwendeten Isolatoren erst einer vorgängigen genauen Prüfung.

Als Zerstreuungsraum diente der Hohlraum einer Glasglocke mit abgeschliffenem Rande, deren cylindrischer Theil eine Höhe von 180 mm und einen Querschnittsdurchmesser von 170 mm hatte. Diese Glocke besass oben einen Tubulus mit eingeschliffenem Glasstöpsel, der einerseits dieselbe mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung setzen oder auch durch einen Glashahn luftdicht abschliessen liess, andererseits an einem ausgezeichnet isolirenden Seidenfaden eine Messingkugel von 30 mm Durchmesser in der Mitte der Glocke trug. In der Seitenwandung der Glocke, und zwar in derselben Höhe wie die Kugel, war in eine kreisförmige Oeffnung ein kurzes offenes Glasrohr von einem lichten Durchmesser von 10 mm luftdicht eingekittet. An die Messingkugel war ein etwa 500 mm langer, sehr feiner Platindraht sorgfältig angelöthet, der mitten durch das Glasrohr hindurchging, in dasselbe in dieser Lage vermittelst Siegellack und Schellack nach dem trefflichen von Kohlrausch[1]) angegebenen Verfahren luftdicht und gut isolirt eingekittet war und endlich zu einem Sinuselectrometer lief; dieser Draht war zur Vermeidung eines weiteren Isolators und zur Herstellung einer vollkommen sicheren Verbindung in das Electrometer eingeschraubt. Die Glockenwandung mit Ausnahme eines genügenden, die Eintrittsstelle des Drahtes umgebenden Kreises, der gleich dem Glasrohre mit Schellack bedeckt war, und der Luftpumpenteller waren mit Stanniol belegt, das beständig mit der Erde gut leitend verbunden blieb. Wurde das aus der Kugel, dem Drahte und dem Electrometer bestehende Leitersystem bei vollem Luftdrucke in der Glocke geladen, so war der im Laufe

1) Pogg. Ann. LXXXVIII. p. 497.

der Zeit eintretende Electricitätsverlust zwar natürlicher Weise etwas grösser als in dem vorzüglich isolirten Electrometer für sich, aber doch so mässig, dass die Isolirung von Draht und Kugel sehr gut genannt werden konnte.

Mit diesem Apparate ergab sich, dass bei dem Ausströmen der Electricität zwei Processe zu unterscheiden seien, nämlich ein sehr rasch verlaufendes starkes Ausströmen, dessen Intensität mit der Natur und Dichte des Gasmediums sehr bedeutende Abänderungen zu erleiden schien, und ein daran sich anschliessender, weit langsamerer und schwächerer Electricitätsverlust, der mit dem gewöhnlichen Zerstreuungsprocesse vergleichbar war. Um zunächst in Betreff des Einflusses der Natur und Dichte des Gasmediums auf die Intensität des ersten Theiles dieses Vorganges genau vergleichbare Resultate zu erhalten, musste ich immer von derselben Ladung des Leitersystems auszugehen suchen und ihre Aenderung innerhalb eines und desselben Zeitabschnittes, der durch den ersten Theil meiner Untersuchungen gegeben wurde, bestimmen; da aber der rasche Verlauf des Ausströmens eine Benutzung des Sinuselectrometers hierzu ausschloss, so wurde zunächst unter Drucken, bei denen kein Ausströmen eintritt, die gleiche Ladung in folgender Weise hergestellt.

Als Electricitätsquelle diente eine Influenzmaschine, durch die eine Leydener Flasche mit Hülfe eines eingeschalteten Funkenmikrometers durch eine bestimmte Anzahl von Funken geladen wurde. In dem Augenblicke, in dem der letzte Funke überschlug, wurde eine Secundenuhr in Gang gesetzt und die geladene Flasche isolirt eine bestimmte Zeit sich selbst überlassen. Beim Schlage der vorletzten Secunde dieses Zeitabschnittes brachte ich die innere Belegung der Flasche immer in derselben Weise mit dem Platindrahte des bis zu diesem Augenblicke mit der Erde leitend verbundenen Leitersystems in Verbindung, die ich beim Schlage der letzten Secunde wieder unterbrach; nach zwei weiteren Minuten endlich wurde die Einstellung und Ablesung des Sinuselectrometers vor-

genommen. Diese Methode, bei deren Prüfung ich die Anzahl der Funken von 20 bis 30 und den Zeitraum, während dessen die geladene Flasche sich selbst überlassen blieb, von 20 bis 30 Minuten variiren liess, lieferte an demselben Tage nur 1 bis 4%, an verschiedenen Tagen unter den ungünstigsten Verhältnissen, die bei den Hauptversuchen nach Möglichkeit und sicher nicht ohne Erfolg zu vermeiden gesucht wurden, nur 5 bis 10% Ladungsdifferenzen. Die Glocke war hierbei mit trockener Luft von 380 mm Druck gefüllt; ich zog dies dem Arbeiten bei wesentlich höherem Drucke vor, da sonst der luftdichte Verschluss am Glockenrande auf die Dauer weniger gesichert erschien.

Sehen wir von dem geringen Einflusse ab, den die Zerstreuung mit sich abändernder Dichte und Natur des Gasmediums während der wenigen Minuten ausüben kann, so würde das eben beschriebene Verfahren auch bei einem jeden anderen Zustande, also auch bei grösseren Verdünnungen des Gases im Zerstreuungsraume dieselbe Electricitätsmenge dem Leitersysteme zuführen, so lange nicht etwa der Process des Ausströmens störend einwirkt. Nach meinen Versuchen macht sich dieser letztere aber schon während des nicht momentan zu bewerkstelligenden Ladeprocesses geltend. Beginnt hierbei das Ausströmen schon während der Ladezeit, so wird die Electricitätsmenge, welche während derselben von der Flasche auf das Leitersystem übergeht, eine grössere werden, und zwar wird dieselbe um so mehr wachsen müssen, je intensiver der Ausströmungsprocess ist; lässt sich also die unter solchen Verhältnissen dem Leitersysteme thatsächlich mitgetheilte Electricitätsmenge nicht angeben, so ist sie doch jedenfalls bei einer grösseren Intensität des Ausströmungsprocesses mindestens ebenso gross wie bei einer geringeren. Untersuchen wir daher den Einfluss der Natur und Dichte des Gasmediums auf die Intensität des Ausströmungsprocesses, indem wir stets das Leitersystem nach dem oben angegebenen Verfahren laden, nach einer gewissen unveränderlichen

Zeit die vorhandene Ladung beobachten und die (positiven) Differenzen, welche sich bei diesen letzteren bei verschiedenen Zuständen des Gasmediums ergeben, als den Ausdruck der entsprechenden Verschiedenheit der Intensität des Ausströmungsprocesses betrachten, so werden wir damit das Wachsen dieser letzteren nur etwas zu gering angeben, was unsere Schlüsse nicht wesentlich einschränken wird.

Den bekannten Lichterscheinungen, welche die untersuchten Vorgänge begleiten, wandte ich nur insofern meine Aufmerksamkeit zu, als dadurch meine Versuchsanordnung controlirt wurde. Da meine früheren Versuche keine bemerkenswerthen Unterschiede zwischen den beiden Electricitäten hervortreten liessen, so arbeitete ich nur mit einer Electricität und zwar mit negativer.

Die Darstellung der verwandten Gase geschah nach den bekannten Methoden unter Anwendung chemisch reiner Stoffe; mein besonderes Augenmerk richtete ich dabei auf die vollständige Austreibung der Luft. Zur Trocknung bediente ich mich concentrirter Schwefelsäure und wasserfreier Phosphorsäure, durch die ich die Gase sehr langsam strömen liess; die Trocknungsapparate waren mit Ausschluss des ersten Schwefelsäuregefässes, durch das ich die verdrängte Luft austreten liess, durch einen Hahn luftdicht abgeschlossen und in den Evacuirungsraum aufgenommen. In diesem letzteren wurde bei einem jeden Wechsel des Gases dreimal das Vacuum hergestellt und zwar einmal mit dem vorher gebrauchten und zweimal mit dem zu verwendenden Gase. Jedes Vacuum blieb ungefähr 16 Stunden stehen, wobei aber zur Verhütung einer jeden Verunreinigung die Quecksilberluftpumpe, die mit der äusseren Luft nur durch eine Chlorcalciumröhre communicirte, abgeschlossen und vor ihrer Wiedereinschaltung mehrmals ausgepumpt wurde.

III. Nachdem der gewünschte Druck in der Glocke hergestellt und diese letztere mindestens 45 Minuten ab-

geschlossen gewesen war, theilte ich dem Leitersysteme nach dem oben angegebenen Verfahren, indem ich hierbei die Flasche mit 30 Funken lud und sie 20 Minuten lang sich selbst überliess, eine gewisse Electricitätsmenge mit und bestimmte dann die Ladung im allgemeinen am Ende einer jeden folgenden Minute bis zur neunten, im Vacuum aber nur alle zwei Minuten. So erhielt ich in Luft und Wasserstoff die in den folgenden zwei Tabellen enthaltenen Resultate, zunächst bei grösserer Verdünnung.

A. Atmosphärische Luft.

Druck in mm.	Zeit in Minuten.	Beobachtete Ladung.	Differenzen.
10,9	1	0,4569	(0,3108)
„	2	0,4084	0,0485
„	3	0,3911	0,0173
„	4	0,3754	0,0157
„	5	0,3629	0,0125
„	6	0,3512	0,0117
„	7	0,3390	0,0122
„	8	0,3330	0,0060
„	9	0,3269	0,0061
2,0	1	0,2873	(0,4804)
„	2	0,2703	0,0170
„	3	0,2482	0,0221
„	4	0,2387	0,0095
„	5	0,2325	0,0062
„	6	0,2262	0,0063
„	7	0,2184	0,0078
„	8	0,2164	0,0020
„	9	0,2102	0,0062
Vacuum	1	0,1343	(0,6334)
„	3	0,1287	0,0056
„	5	0,1206	0,0081
„	7	0,1157	0,0049
„	9	0,1157	—

B. Wasserstoff.

Druck in mm.	Zeit in Minuten.	Beobachtete Ladung.	Differenzen.
10,6	1	0,3433	(0,4244)
„	2	0,3091	0,0342
„	3	0,2962	0,0129
„	4	0,2770	0,0192
„	5	0,2717	0,0053
„	6	0,2663	0,0054
„	7	0,2569	0,0094
„	8	0,2535	0,0034
„	9	1,2482	0,0053
6,0	1	0,2962	(0,4715)
„	2	0,2641	0,0321
„	3	0,2471	0,0170
„	4	0,2399	0,0072
„	5	0,2313	0,0086
„	6	0,2288	0,0025
„	7	0,2223	0,0065
„	8	0,2184	0,0039
„	9	0,2102	0,0082
Vacuum	1	0,1525	(0,6125)
„	3	0,1386	0,0139
„	5	0,1354	0,0032
„	7	0,1343	0,0011
„	9	0,1310	0,0133

In diesen Tabellen bedeuten die nicht eingeklammerten Zahlen der vierten Columnen die Differenzen von

je zwei nacheinander beobachteten Ladungen, die eingeklammerten dagegen die Differenzen der in derselben Zeile angegebenen Ladungen gegen die Maximalladung, die nach den folgenden Versuchen in Kohlensäure von 41,5 mm Druck beobachtet wurde. Diese letzteren Zahlen sollen, was nach dem Früheren nur möglich ist, nur ein ungefähres, aber sicher verjüngtes Bild von der Differenz zwischen der ursprünglichen und der am Ende der ersten Minute beobachteten Ladung geben.

Bei anderen Versuchen über den Einfluss der Natur und Dichte des Gasmediums auf die Intensität des Ausströmeprocesses wurden auf die gleichmässige Herstellung des Vacuum eine besondere Sorgfalt verwandt. Zur gleichartigen Herstellung derselben wählte ich immer einen bestimmten Druck als Ausgangspunkt und verdünnte dann durch eine bestimmte Anzahl von Huben, wobei alle Operationen nach der Uhr vorgenommen wurden. Das Leitersystem wurde hierbei nach dem oben angegebenen Verfahren, indem die Flasche wieder mit 30 Funken geladen wurde, aber zur Erzielung einer etwas kleineren und zugleich gleichmässigeren Ladung 30 Minuten sich selbst überlassen blieb, mit einer gewissen Electricitätsmenge versehen, und die Einstellung des Electrometers, gemäss den gewonnenen Erfahrungen, nach 2 Minuten vorgenommen.

C. Kohlensäure.

Druck in Millimetern.	Beobachtete Ladung.	Aeussere Verhältnisse. Luftdruck.	Temperatur.	Feuchtigkeit.
41,8	0,7677	719,8	19,3	0,39
27,0	0,6244	719,6	19,5	0,38
20,3	0,5463	719,3	19,5	0,39
15,1	0,4858	719,1	18,9	0,40
9,3	0,4174	720,0	17,5	0,36
5,5	0,3512	719,9	20,0	0,37
2,8	0,2862	720,0	20,0	0,36
1,8	0,2517	724,3	20,1	0,34
Vacuum	0,1375	724,2	18,9	0,34
Vacuum	0,1332	724,2	19,9	0,34

D. Atmospärische Luft.

Druck in Millimetern.	Beobachtete Ladung.	Aeussere Verhältnisse. Luftdruck.	Temperatur.	Feuchtigkeit.
59,2	0,7244	726,7	17,0	0,44
41,2	0,6551	713,7	19,4	0,40
27,0	0,5065	726,7	17,5	0,44
20,2	0,4332	724,1	17,8	0,46
18,9	0,4222	726,7	17,8	0,44
15,0	0,3765	723,7	18,3	0,45
10,7	0,3317	723,3	19,5	0,44
9,3	0,3105	726,7	18,3	0,44
7,5	0,2962	722,8	20,1	0,42
6,7	0,2811	725,4	19,7	0,41
5,5	0,2546	718,7	20,0	0,42
3,4	0,2344	725,4	19,7	0,41
2,7	0,2223	717,8	19,6	0,42
1,8	0,2039	725,4	19,4	0,42
1,0	0,1884	716,9	19,6	0,42
0,9	0,1722	711,9	19,3	0,43
0,7	0,1671	712,3	19,5	0,42
0,4	0,1563	712,7	20,6	0,41
Vacuum	0,1364	713,5	19,0	0,39
Vacuum	0,1332	713,5	18,5	0,39

E. Wasserstoff.

Druck in Millimetern.	Beobachtete Ladung.	Aeussere Verhältnisse. Luftdruck.	Temperatur.	Feuchtigkeit.
59,2	0,5164	715,1	17,8	0,44
41,1	0,4710	721,1	16,1	0,41
29,5	0,3715	715,4	18,2	0,43
21,1	0,3282	714,6	16,6	0,44
14,5	0,3215	715,8	19,0	0,42
10,6	0,2738	721,6	19,3	0,40
7,5	0,2356	716,7	20,0	0,41
5,6	0,2344	714,3	17,1	0,44
3,9	0,2053	717,1	20,6	0,41
2,3	0,1922	713,9	17,0	0,44
1,1	0,1747	717,5	20,0	0,42
0,7	0,1516	719,0	17,4	0,40
0,5	0,1506	719,3	17,4	0,40
Vacuum	0,1375	714,9	17,0	0,42
Vacuum	0,1332	714,9	17,0	0,42

Die folgende kleine Tabelle enthält die Differenzen Δ der Ladungen, die bei gleichem Drucke in Wasserstoff, Kohlensäure und Luft beobachtet wurden. Da der Druck nur bis auf 0,1 mm genau zu bestimmen ist, so habe ich eine derartige Druckdifferenz hierbei nicht beachtet; die auf das Vacuum bezüglichen Zahlen stützen sich auf die arithmetischen Mittel der entsprechenden Zahlen in den Tabellen *C*, *D* und *E*.

F.

Wasserstoff		Kohlensäure	
Druck.	Δ	Druck.	Δ
59,2	−0,2080	27,0	+0,1179
41,1	−0,1841	20,3	+0,1131
10,7	−0,0579	15,1	+0,1039
7,5	−0,0606	9,3	+0,1069

Wasserstoff		Kohlensäure	
Druck.	Δ	Druck.	Δ
5,5	−0,0202	5,5	+0,0966
1,0	−0,0137	2,8	+0,0639
0,7	−0,0155	1,8	+0,0478
Vacuum	+0,0005	Vacuum	+0,0005

IV. In den vorstehenden Zahlenreihen erkennen wir ohne weiteres die folgenden gesetzmässigen Beziehungen:

1. Bei einem jeden der untersuchten Gase nimmt die nach der gleichen Zeit vorhandene Ladung mit dem Drucke, d. h. mit der Dichte desselben ab.

2. Bei gleichem Drucke ist die nach der gleichen Zeit vorhandene Ladung bei verschiedenen Gasen verschieden, und zwar ist dieselbe in Kohlensäure am grössten, in Wasserstoff am kleinsten (Tabelle C, D, E).

3. Die eben erwähnten Ladungsdifferenzen nehmen mit dem Drucke, d. h. mit der Dichte der Gase ab und fallen im Vacuum in die Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler (Tab. F).

4. Die beobachteten Ladungsdifferenzen entstehen im Wesentlichen sofort nach dem Ladeprocesse; der weitere Verlauf des Entladungsvorganges ist ein stetiger und langsamer und lässt rücksichtlich der verschiedenen Natur und Dichte der Gase nur Unterschiede hervortreten, auf die vor der Hand noch kein Gewicht gelegt werden soll (Tab. A, B).

Es kommt nun darauf an, die Factoren aufzusuchen, welche die beobachteten Erscheinungen und Unterschiede bedingt haben müssen. Ein Blick auf die gewonnenen Zahlen zeigt uns Differenzen in den Ladungen, welche schon mit Rücksicht auf ihre Grösse und ihren Sinn nicht aus dem Ladeprocesse selbst, auch wenn er weit weniger genau, als geschehen, durchgeführt worden wäre, ihre Erklärung finden können. Derselbe Schluss ergibt sich aber auch aus der Betrachtung der unverkennbaren Gesetzmässigkeit in diesen Zahlen, die, wie die zu diesem Behufe angefügten Angaben über den Stand des Barometers, des Thermometers und des Psychrometers lehren, in bunter Folge und unter regellos, aber mässig wandelnden äusseren Verhältnissen gewonnen worden sind. Damit erscheinen wir aber gezwungen, die beobachteten Ladungsdifferenzen als Electricitätsverlustdifferenzen aufzufassen und auf Rechnung der gleichzeitig im Zerstreuungsraume

aufgetretenen Aenderungen der Natur und Dichte des gasförmigen Mediums zu setzen, und nehmen die oben angegebenen Sätze die folgende Form an:

1. Der Electricitätsverlust, den ein isolirter geladener Körper in verdünnten Gasen innerhalb einer mit der Erde leitend verbundenen Hülle erfährt, tritt infolge zweier zeitlich getrennter und der Intensität nach durchaus verschiedener Processe ein, von denen der anfängliche sehr rasch verlaufende und sehr intensive kurz der Ausströmungsprocess, der darauf folgende stetige und langsame aber wegen seiner geringen Intensität der Zerstreuungsprocess genannt werden möge.

2. Die Intensität des Ausströmungsprocesses ist von der Natur und Dichte des verdünnten Gases abhängig, und zwar wächst dieselbe bei einem jeden der untersuchten Gase mit abnehmender Dichte und zugleich bei gleich bleibender letzterer, wenn man von Kohlensäure über Luft zu Wasserstoff übergeht.

3. Die bezüglichen Differenzen zwischen den untersuchten Gasen nehmen mit der Dichte ab und fallen im Vacuum in die Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

Hiernach kann man die beobachteten Erscheinungen entweder durch die Gase selbst und deren Aenderungen erzeugt denken oder aber auf Ursachen zurückführen, die nebenbei im Zerstreuungsraume wirksam sind und in einer bestimmten gesetzmässigen Beziehung zur Natur und Dichte des gasförmigen Mediums stehen müssen.

Unter den letztgenannten Ursachen wäre wohl nur der Gehalt des Zerstreuungsraumes an Staub, Quecksilber- und Wasserdampf zu nennen. Für den ersteren zunächst, dem Warburg eine besondere Rolle zuzulegen geneigt war, könnte wohl für das Maximum des in einem Gasraume möglicher Weise schwebenden Staubes eine feste Relation zur Natur und Dichte des Gases bestehen, dagegen erscheint mir dieselbe Annahme für mittlere Staubquantitäten, wie sie doch wohl in Versuchen der vor-

liegenden Art vorauszusetzen sind, in keiner Weise zu rechtfertigen. Ueberdies würde die Erklärung meiner Resultate durch eine derartige Relation eine Gestaltung derselben fordern, welche der von Warburg supponirten geradezu widersprechen würde und wohl durch keine Thatsache zu stützen wäre. Der Quecksilberdampf ferner würde freilich bei fortschreitender Verdünnung zunehmen, indess dürfte er sich, wie unter anderem Hittorf[1]) nachwies, wenn man ihm, wie bei meinen Versuchen, die nöthige Zeit gibt und zugleich eine Neubildung desselben durch Abschluss der Glocke von der Pumpe verhindert, mit den vorhandenen amalgamirbaren Metallen verbinden und somit verschwinden. Den Wasserdampf endlich habe ich durch sorgfältige Trocknung der Gase und Ausspülung des Evacuirungsraumes von der Glocke, die während meiner monatelangen Vorarbeiten schon immer nur mit trockenem und häufig erneutem Gase gefüllt war, mit Erfolg ferne zu halten gesucht. Auch müsste man den Theilchen des Staubes oder Dampfes ohne jegliche sonstige Anhaltspunkte ganz ausserordentliche Eigenschaften beilegen; denn sonst wäre es, wie aus meinen Versuchsreihen *A* und *B* hervorgeht, ganz unerklärlich, dass die Theilchen schon nach der ersten Minute einen starken Electricitätsverlust nicht mehr zu erzeugen vermögen. Auf weitere Einwürfe in dieser Beziehung wollen wir noch später eingehen. Demnach scheinen wir also genöthigt, die beobachteten Erscheinungen und Unterschiede auf Rechnung des gasförmigen Mediums selbst zu setzen, wobei wir auch die auf dem Leitersysteme vorhandene condensirte Gasschicht in der Glocke mit zu berücksichtigen haben. Zunächst erhellt daraus, dass weder die naheliegende Theorie, welche die Entladung eines isolirten electrischen Leiters in einem gasförmigen Medium einfach in Analogie bringt mit der Erkaltung eines warmen Körpers in einem solchen Raume, noch die Anschauung, dass ein sehr verdünntes Gas überhaupt wie ein metallischer

1) Pogg. Ann. CXXXVI. p. 1.

Leiter oder ein Electrolyt die Electricität leite, den beobachteten Doppelvorgang zu erklären vermag.[1]) Derselbe ist überhaupt durch einen unveränderlich wirkenden Factor nicht begreifbar zu machen, sondern zwingt vielmehr zur Annahme, dass gerade an seinem Beginne besondere Verhältnisse herrschten, die mit der Natur und Dichte des Gasmediums im Zusammenhange standen und nach kurzer Zeit ausser Action traten.

Zunächst könnte man an eine anfänglich eintretende und sich rasch wieder verlierende Aenderung des Zustandes (Erwärmung etc.) der Gastheilchen denken, durch den ihre Ladungsfähigkeit und vielleicht auch andere Eigenschaften in einem die Entladung begünstigenden Sinne verändert würden; da jedoch diese Aenderung nach meinen Versuchen nur bei dem anfänglichen starken Eletricitätsverluste, nicht mehr aber bei dem sich daran anschliessenden weniger intensiven zu Stande käme, so könnte sie doch nur eine Folge des ersteren genannt werden und mithin eine Erklärung desselben nicht bieten. Macht man die Leitungsfähigkeit des Gases etwa von seiner Temperaturerhöhung selbst abhängig, so müsste, wie Wiedemann an der oben angezogenen Stelle mit Recht hervorhebt, da das Gas nach jeder einzelnen Entladung, nach dem Ausströmungsprocesse wiederum völlig dunkel, also kalt wird, zuerst erklärt werden, in welcher Weise das Gas vor der Erwärmung bis zu den Temperaturen, bei denen es metallisch zu leiten beginnt, die Electricität fortführt und wie es dabei erwärmt wird. Das Gleiche würde natürlich auch für eine Aenderung des Zustandes der Staub- und Dampftheilchen gelten, wenn man etwa eine solche anzunehmen geneigt wäre. Erwärmungsvorgänge etc. können hiernach zwar nicht als die primären Ursachen des Ausströmungsprocesses angesehen werden, dagegen ist ihre secundäre Mitwirkung als eine offene Frage zu behandeln. Da sonach alle Versuche, den beobachteten Doppelvorgang aus dem Zustande des freien

1) S. hierüber auch G. Wiedemann, Pogg. Ann. CLVIII. p. 254.

Gases zu erklären, als vollkommen gegenstandslos angesehen werden müssen, so erscheinen wir endlich auf die Betrachtung der condensirten Gasschicht auf dem Leitersystem in der Glocke angewiesen.

V. Zunächst ist eine Entscheidung darüber zu treffen, ob die condensirte Gasschicht relativ als ein das Leitersystem umhüllender Leiter oder als ein Isolator aufgefasst werden solle. Dient die Gasschicht als Leiter und schreiben wir ihr eine gewisse Beweglichkeit und Veränderlichkeit zu, so wird, wenn dem Leitersysteme Electricität mitgetheilt wird, dieselbe theilweise oder ganz auf die Theilchen der condensirten Gasschicht übergehen. Diese letzteren suchen sich von der Leiterfläche zu entfernen, dem aber die Molecularanziehung entgegenwirkt. So lange diese letztere ersteres verhindert, werden nur die Theilchen des freien Gases infolge ihrer fortschreitenden Bewegung eine allmähliche Entladung und also den gewöhnlichen Zerstreuungsprocess herbeiführen, da eben die Anzahl der gleichzeitig an die Oberfläche des Leitersystems anlangenden Theilchen gegen die Anzahl der in der condensirten Gasschicht enthaltenen als sehr klein angesehen werden darf. Ueberwiegt aber die abstossende Kraft innerhalb der Gasschicht, so wird sie sich ganz oder theilweise loslösen und hiebei, vermöge der grossen Anzahl ihrer Theilchen, einen starken Electricitätsverlust herbeiführen.[1])

Der an diesen Ausströmungsprocess sich anschliessenden Zerstreuungsprocess lässt sich nun in doppelter Weise erklären. Einmal könnte ein jedes in der Folge auf die Leiteroberfäche auffliegende Gastheilchen nicht mehr in die Wirkungssphäre der Molecularanziehung, in der sich die vorher abgestossenen Theilchen der condensirten Gasschicht befanden, eintreten, sondern sofort wieder abge-

1) Diese Erklärung stimmt vollständig mit der Theorie des langsamen Electricitätsverlustes und der Entladung in der Abhandlung von G. Wiedemann und R. Rühlmann (Pogg. Ann. CXLV. p. 394 u. flgde. 1872) überein.

stossen werden; da in dieser Weise die Bildung der condensirten Gasschicht oder eines besonders beweglichen Theiles derselben nicht mehr zu Stande käme, so wären damit nach dem Obigen die Bedingungen des Zerstreuungsprocesses gegeben. Gegen diese Erklärung sprechen aber meine zahlreichen Erfahrungen, dass das Leitersystem auch nach aufeinander folgender gleicher Electrisirung, ohne dass inzwischen entladen wurde, eine nennenswerthe grössere Ladung nicht aufwies; so entsprachen z. B. primären Ladungen 0,1487, 0,1506, 0,1516, als nach beziehungsweise 6, 7 und 8 Minuten wieder die gleiche Electricitätsmenge zugeführt wurde, die Ladungen 0,1544, 0,1654, 0,1525.

Es lässt sich jedoch das Eintreten des Zerstreuungsprocesses noch in einer zweiten Weise zurecht legen, bei der die eben angeführten Versuche nicht mehr entscheidend wären. Die abgestossene condensirte Gasschicht könnte sich nach dem Ausströmungsprocesse wieder bilden oder es könnten gewisse, ebenfalls noch bewegliche Theile derselben auch nach jenem Processe noch vorhanden, jedoch die abstossende Kraft der zurückbleibenden Electricität zu schwach sein, um die Molecularanziehung zu überwinden: hierdurch wären also auch die Voraussetzungen des Zerstreuungsprocesses und zugleich eines wiederholten Ausströmungsprocesses bei erneuter Ladung gegeben. Aber auch diese Modification einer Erklärung des Zerstreuungsprocesses kann meinen Erfahrungen gegenüber nicht Stand halten, da auch eine continuirliche starke Zufuhr von Electricität an das Leitersystem eine übereinstimmende Ladung desselben herbeiführte. Die Ladung des Leitersystems konnte bei einer bestimmten Beschaffenheit des Gasraumes, insbesondere bei grösserer Verdünnung über einen bestimmten Werth nicht erhöht werden, jeder Ueberschuss über denselben musste sofort ausströmen, da die Magnetnadel des Electrometers nur sehr kleine Oscillationen um den entsprechenden fixen Stand machte. Gerade diese Versuche widerlegen zugleich schlagend die Annahme, als

ob etwa der auf dem Leitersysteme auflagernde Staub etc. bei dem Ausströmungsprocesse eine wesentliche Rolle spiele. Nach alle dem bleibt wohl nichts anderes übrig, als die condensirte Gasschicht als eine isolirende Hülle aufzufassen. Gemäss unseren Erfahrungen über die Isolatoren müssen wir annehmen, dass sie immer eine gewisse, von ihrer Natur und Beschaffenheit abhängige Electricitätsmenge zu isoliren vermögen; wird jedoch der durch sie isolirte Körper mit einer dieselbe übertreffenden Electricitätsmenge versehen, so findet anfänglich, bis jene erstere Ladung erreicht wird, ein starker Abfluss der Electricität über die Isolatoren statt. Die von mir gewonnenen Resultate bilden geradezu eine Bestätigung dieser Sätze, wenn wir noch gewisse Annahmen über die Veränderlichkeit der condensirten Gasschicht machen, die auch durch die Erfahrung eine besondere Stütze erhalten.

Die allgemeine Consequenz, dass die condensirte Gasschicht in dieser Auffassung nur eine gewisse, von ihrer Natur und Beschaffenheit abhängige Electricitätsmenge zu isoliren im Stande sei, dass also ein jeder Ueberschuss über dieselbe rasch abfliessen müsse, habe ich noch durch besondere Versuche zu prüfen gesucht. Da in diesem Falle der Abfluss der überschüssigen Electricität eine gewisse Zeit, und zwar um so länger andauert, je grösser die mitgetheilte Electricitätsmenge und je geringer die Intensität des Ausströmungsprocesses ist, so werden wir, um nach der früher angegebenen Methode die Ladungen, die das Leitersystem bei verschiedener Electricitätszufuhr nach der gleichen Zeit aufweist, vergleichen zu können, eine grössere Verdünnung des Gasmediums in Anwendung zu bringen haben, wenn zwischen den gewonnenen Zahlen nur geringere Differenzen hervortreten sollen. Dem entsprechend wurde das Leitersystem in Luft von 0,3 mm und 8,3 mm Druck mit stark wachsenden Electricitätsmengen versehen, indem die Flasche mit einer wachsenden Anzahl von Funken geladen wurde und nur 5 Minuten lang sich selbst überlassen blieb; die Einstellung des Sinuselectro-

meters zwei Minuten nach der Ladung ergab folgende Resultate:

Anzahl der Funken.	Beobachtete Ladung	
	0,3 mm	8,3 mm
5	0,1600	0,2267
10	0,1554	—
15	—	0,2313
20	0,1618	—
25	—	0,2482

Die in dieser Tabelle enthaltenen Zahlen sind infolge einer etwas veränderten Aufstellung des Sinuselectrometers wohl unter sich, nicht aber mit den früher angegebenen vergleichbar. Die letzte Zahl in der ersten Zeile stellt das Mittel aus den in vier Versuchen gewonnenen Ladungen 0,2236, 0,2275, 0,2268, 0,2288 dar. Die beobachteten Ladungsdifferenzen können vermöge ihrer geringen Grösse und ihrer Abnahme mit abnehmendem Drucke mit Recht auf Rechnung des oben angegebenen Umstandes geschrieben werden; einen directen Beweis hiefür lieferte mir auch das Verhalten der Magnetnadel bei der zweiten Versuchsreihe, indem das Electrometer bei der Ladung mit 5 Funken fast sofort einstellbar war, während diese Operation bei den übrigen Versuchen, also bei wachsender ursprünglicher Ladung, immer mehr Zeit in Anspruch nahm.

Die fundamentale Forderung, welche die vorliegenden Versuchsresultate stellen, ist die, dass die condensirte Gasschicht mit dem Drucke und bei einem durch das Luftpumpenvacuum vermittelten Wechsel des freien Gases zunächst überhaupt Aenderungen erleidet. Mit abnehmendem Drucke könnte wohl nur eine Verminderung der Dicke oder Dichte oder auch beider und damit der Isolirfähigkeit der condensirten Gasschicht eintreten; zugleich müsste ein Wechsel der Gastheilchen innerhalb jener Schicht stattfinden können. Bei verschiedenen Gasen

wären specifische Unterschiede in der Isolirfähigkeit der ihnen entsprechenden condensirten Gasschicht anzunehmen, die mit der Natur der Gastheilchen selbst im Zusammenhange ständen, die jedoch wenigstens unter den Verhältnissen meiner Versuche mit abnehmendem Drucke abnehmen und im Vacuum verschwinden müssten.

In der That erleidet eine condensirte Gasschicht[1]) nicht bloss durch gewisse machanische Processe, durch Erwärmung und durch den Durchgang von Electricität, sondern auch durch die Verdünnung des umgebenden Gasmediums Aenderungen, wenn auch in geringerem Maasse, aber jedenfalls nach einer der Richtungen, die oben gefordert wurden. Adoptirt man ferner die naheliegende Anschauung, dass die Grösse der Molecularanziehung, welche die Bildung der condensirten Gasschicht bedingt, proportional den aufeinander wirkenden Massen sei, so würde auf ein Wachsen derselben, also auch auf eine Zunahme der Dicke oder Dichte der beiden Qualitäten der Gasschicht nnd mithin endlich auch auf eine Erhöhung der Isolirfähigkeit derselben zu schliessen sein, wenn man unter den gleichen Druckverhältnissen von einem leichteren Gase zu einem schwereren überginge, was mit den in den Tabellen C, D und E enthaltenen Resultaten sehr wohl übereinstimmt. Endlich wird nach den angezogenen Erfahrungen auch durch ein sehr weitgehendes Evacuiren die einmal vorhandene condensirte Gasschicht nicht völlig losgelöst; wir werden es daher bei abnehmendem Drucke immer mehr mit der ursprünglich nicht entfernten Gasschicht aus Lufttheilchen zu thun haben, da die anderen Gastheilchen in demselben Maasse, in dem sie mit steigendem Drucke in dieselbe aufgenommen wurden, mit abnehmendem Drucke wieder aus derselben heraustreten werden.

Wenn daher auch die vorhandenen Kenntnisse über die condensirte Gasschicht eine auch nur angenäherte

1) Quincke, Pogg. Ann. CVIII. p. 326.

ziffermässige Verfolgung meiner Resultate, sowie auch eine eingehendere Erklärung der bei den verschiedenen Gasen aufgetretenen Unterschiede nicht ermöglichen, so lassen sie doch erkennen, dass die von mir vertretene Auffassung dieser Gasschicht als isolirende Hülle zu keiner Consequenz führt, deren Zulässigkeit nicht durch die Erfahrung entweder direct belegt oder doch in hohem Grade wahrscheinlich gemacht würde. Allein dieselbe bietet zugleich eine einfache und natürliche Erklärung aller Abänderungen, die der Vorgang der Entladung der Electricität im allgemeinsten Sinne dieses Wortes unter wechselnden Bedingungen erfährt.

VI. Zunächst lässt sich hiernach die früher angegebene, von Warburg constatirte sonderbare Thatsache ohne Weiteres begreifen. Wie eine jede Aenderung in der Natur, so wird auch die Aenderung der condensirten Gasschicht bei sich änderndem Drucke eine gewisse Zeit beanspruchen. Evacuirt man daher — insbesondere in der raschen Weise, wie es die gewöhnlichen Luftpumpen erlauben — von einem höheren Drucke aus bis zu einem gewissen niedrigeren Drucke, bei dem die entsprechende Beschaffenheit der condensirten Gasschicht ein Ausströmen der Electricität erlaubte, so wird sich jene erstere und damit auch dieses letztere nicht sofort, sondern erst im Laufe einer gewissen Zeit einstellen, deren Grösse durch die Höhe des Ausgangsdruckes und die Schnelligkeit des Auspumpens bedingt wird, im allgemeinen aber natürlich nicht anzugeben ist.

Bisher haben wir erst die primäre Bedingung des Ausströmungsprocesses, die einen raschen und beträchtlichen Austritt der Electricität aus dem Leitersysteme überhaupt, und zwar in die condensirte Gasschicht ermöglicht, in Betracht gezogen; es muss sich nun die Frage erheben, wie sich von dort aus die Electricität weiter verbreite und zur Erde abfliesse. Hier könnten nun zwei verschiedene Factoren in Betracht kommen, nämlich der leere Raum,

beziehungsweise der Aether oder aber die Theilchen des freien Gases.

Man scheint ziemlich allgemein geneigt zu sein, anzunehmen, dass sich die Electricität im leeren Raume, also auch im Aether nicht fortpflanzen könne; allein eine genaue Prüfung der vorliegenden Versuche, sowie gewisser, von uns beobachteter Erscheinungen, die ich noch weiter zu verfolgen gedenke, haben mich zu dem Schlusse geführt, dass man diese Frage noch nicht als erledigt erachten dürfe. Indess haben wir es nicht nöthig, dem Aether eine den bisherigen Ansichten widersprechende Rolle beizulegen. Wenn wir nämlich auch die condensirte Gasschicht als Isolator auffassen, so sind wir doch dadurch noch keineswegs genöthigt, den Theilchen des freien Gases die gleiche Eigenschaft zuzusprechen; betrachtet man aber diese letzteren, wie es auch der herrschenden Ansicht entspricht, als Halbleiter, so wird die beobachtete rasche Abfuhr der nicht mehr isolirten Electricität durch die grosse Anzahl der Stösse der Gastheilchen gegen die Oberfläche des Leitersystems durchaus erklärlich. Hierzu kommt aber noch der Umstand, dass bei dem Durchgange der Electricität durch die condensirte Gasschicht gerade in unserer Auffassung ein gewisser Widerstand überwunden, also auch eine äquivalente Wärmemenge erzeugt werden muss, die sich den Theilchen des freien Gases mittheilen und hierdurch den Entladungsvorgang aller Wahrscheinlichkeit nach fördern wird.

Nach der dargelegten Anschauung isolirt die condensirte Gasschicht eines Leiters, etwa einer metallischen Kugel unter gewöhnlichen Verhältnissen die derselben mitgetheilte Electricitätsmenge, so lange diese letztere eine gewisse Grenze nicht überschreitet; im Einklange mit den allgemeinen Erfahrungen über die Isolatoren wird sich jedoch auch unter dieser Voraussetzung ein langsamer Uebertritt der Electricität durch die condensirte Gasschicht an die Theilchen des freien Gases, also der Zerstreuungsprocess vollziehen. Wächst jedoch die Dichtigkeit der

Electricität unter denselben Umständen über diese Grenze, so muss, insofern die electrischen Verhältnisse nach allen Seiten gleich sind, ein allseitiger Austritt, ein Ausströmen der Electricität bis zu jenem Grenzwerthe und wahrscheinlich noch darüber hinaus eintreten, da eben die condensirte Gasschicht nur eine gewisse, von ihrer Beschaffenheit abhängige Electricitätsmenge zu isoliren vermag und der sich vollziehende Ausströmungsprocess überdies dieselbe gleichzeitig verändern wird; dieser Vorgang wird, je geringer der Druck des umgebenden Gasmediums ist, durch eine desto geringere Dichtigkeit der Electricität schon herbeigeführt. Denken wir uns endlich an der Kugel eine metallische Spitze angebracht, so wird an dieser stets ein Ausströmen eintreten müssen, weil die Dichtigkeit der Electricität an derselben einen sehr grossen Werth erhält, andererseits aber zugleich die an ihr vorhandene condensirte Gasschicht wegen der relativ geringen Anzahl von Molecülen, welche die Spitze bilden und Anziehungskräfte auf die umgebenden Lufttheilchen ausüben, eine geringere Dicke oder Dichte besitzen muss. Wird ferner der vorhandenen electrisirten Kugel eine zweite metallische und mit der Erde verbundene Kugel zunächst in einer solchen Entfernung gegenübergestellt, dass die Anziehungskraft der Electricitäten die isolirende Kraft der condensirten Gasschicht nicht zu überwinden vermag, so geht keine merkbare Entladung vor sich. Sobald aber durch Annäherung der Kugel die Anziehungskraft entsprechend vergrössert ist, wird diese letztere den Widerstand der isolirenden Gasschicht überwinden und vermöge der besonderen Richtungen der Anziehungskräfte ein Austritt der Electricität wesentlich in den Raum zwischen den beiden Kugeln, die Funkenentladung erfolgen. Die Schlagweite muss in Uebereinstimmung mit der Erfahrung mit wachsender Electricitätsmenge, mit abnehmendem Drucke des umgebenden Gasmediums und endlich, wenn wir als letzteres der Reihe nach Kohlensäure, Luft, Wasserstoff wählen, zunehmen, da hierdurch einerseits bei unveränderter con-

densirter Gasschicht die Anziehungskraft wächst, andererseits bei gleichbleibender letzterer die Isolirfähigkeit der ersteren abnimmt.

Auch gewisse besondere Versuchsresultate, wie z. B. die von Snow Harris[1]), lassen sich hiernach nur im allgemeinen, wie es wohl auch die Natur dieser Versuche nur erfordert, erklären. Derselbe brachte die beiden Metallkugeln, zwischen denen die Entladung einer Leydener Flasche stattfinden sollte, in eine verschliessbare Glaskugel und bestimmte zunächst die kleinste Electricitätsmenge, die noch zwischen den beiden Kugeln überging, als die sie umgebende Luft eine Temperatur von 10° C. besass; als er dann die Glaskugel abschloss und die in ihr enthaltene Luft auf 148° erwärmte, geschah die Entladung mit derselben Menge und mit keiner kleineren: in diesem letzteren Falle führten die beiden gleichzeitig wirksamen Factoren, die Erwärmung und der erhöhte Druck entgegengesetzte, sich einander compensirende Aenderungen der Gasschicht herbei. Wurde dagegen die Glaskugel geöffnet und wieder in der gleichen Weise erhitzt, so genügte zur Entladung eine bedeutend kleinere Electricitätsmenge, was die infolge der Erwärmung eingetretene nicht compensirte Veränderung der condensirten Gasschicht erklärlich macht; der Umstand endlich, dass die Entladungsverhältnisse die gleichen blieben, als die Glaskugel gleich nach der Erwärmung verschlossen und dann bis 10° abgekühlt worden war, wird aus der infolge dessen eintretenden Druckerniedrigung begreifbar.

Bisher habe ich nur die Uebereinstimmung der Erfahrungen über die Abänderungen, welche der Entladungsvorgang im grossen und ganzen unter wechselnden Bedingungen erfährt, mit den Consequenzen meiner Anschauung darzuthun gesucht; dieselbe gibt jedoch auch einen durchaus befriedigenden Einblick in den Mechanis-

1) Riess, die Lehre von der Reibungselectricität. II. p. 95. Vgl. übrigens auch G. Wiedemann, Pogg. Ann. CLVIII. p. 68.

mus jenes Vorganges. Denken wir uns nämlich die beiden bisher betrachteten Metallkugeln in den Schliessungsbogen einer Batterie eingeschaltet, so wird bei einer gewissen Entfernung derselben aus dem früher angegebenen Grunde die Entladung beginnen müssen; da aber hierdurch die Dichtigkeit der Electricität auf den Kugeln sofort unter den erforderlichen Werth sinken muss, so könnte die Entladung nur eine sehr kurze Dauer haben. Allein bei diesem Processe selbst muss wohl infolge der oben erwähnten Wärmeentwickelung und unter Mitwirkung der Luftverdünnung zwischen den Kugeln eine solche Aenderung der condensirten Gasschicht auf den einander zugekehrten Theilen derselben eingetreten sein, dass hierdurch der von den Belegungen aus wieder vermehrten Electricität auf den Kugeln, obwohl sie die frühere Dichtigkeit nicht erreichen kann, eine neue Entladung gestatten wird. Hiernach ist aber eine jede Entladung in der Schlagweite als eine Reihe von Partialentladungen aufzufassen. Da aber einerseits im Verlauf dieser letzteren die Bedingungen einer allmählichen Rückbildung der condensirten Gasschicht gegeben sind und die successive neu eintretenden Aenderungen derselben sich verringern müssen, so wird eine jede folgende Einzelentladung eine immermehr wachsende und daher eine längere Zeit beanspruchende Electricitätszufuhr von den Belegungen aus nothwendig machen; infolge dessen werden die die aufeinander folgenden Partialentladungen trennenden Zeiträume immer grösser werden und schliesslich der ganze Process seinen Abschluss finden, wenn die in der Batterie noch disponible Electricität unter einen gewissen Werth gesunken ist.

Die Folge von Partialentladungen wird einen continuirlicheren Charakter erhalten, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens relativ sehr gering und infolge dessen die jeweilig nöthige Electricitätszufuhr fast eine momentane wird. Dies gilt jedoch hiernach nur so lange, als die disponible Electricität und damit die jenen Widerstand überwindende Kraft eine relativ bedeutende Grösse

behält. Die die einzelnen Partialentladungen trennenden Zeiträume müssen mit diesem Widerstande wachsen, da hierdurch die Electricitätszufuhr immer mehr verzögert wird; da hierdurch aber gleichzeitig die theilweise Rückbildung der condensirten Gasschicht in erhöhtem Maasse ermöglicht wird, so muss die Anzahl der Partialentladungen gleichzeitig abnehmen. Bei Vergrösserung der Schlagweite werden die Partialentladungen erst bei grösseren Dichtigkeiten der Electricität auf den Kugeln eintreten, und also zunächst sich die Dauer der Entladung vergrössern, die infolge dessen aber wachsenden Aenderungen der condensirten Gasschicht bei den einzelnen Partialentladungen werden im entgegengesetzten Sinne einwirken und also theilweise den erstgenannten Effect compensiren. Die allmähliche Entladung der Batterie durch eine Reihe von Partialentladungen in sich vermindernden Schlagweiten endlich bedarf hiernach wohl keiner besonderen Erklärung.

Die im Vorstehenden gezogenen Consequenzen meiner Anschauung stimmen vollkommen mit den Sätzen überein, die Riess, Feddersen und Andere aus ihren Untersuchungen gewonnen haben. Ich hoffe meine Versuche hierüber in nicht zu ferner Zeit mittheilen zu können, bei denen ich die Veränderungen in Betracht ziehen werde, welche möglicher Weise die condensirte Gasschicht durch mechanische Mittel erfährt.

Endlich will ich noch betonen, dass es mir weder durch die bisherigen Versuche zwingend dargethan noch theoretisch wahrscheinlich zu sein scheint, dass nach irgend einer Methode eine vollständige Ablösung der condensirten Gasschicht zu bewerkstelligen sei.

II. *Ueber die Coercitivkraft des Magneteisensteines und des glasharten Stahles; von Dr. A. L. Holz.*

§. 1. Die ausführlichsten Bestimmungen über die magnetischen Eigenschaften des Magneteisensteins hat E. Becquerel gemacht, nach welchen der durch gleiche magnetisirende Kraft erregte specifische Magnetismus 0,48 von dem des Eisens sein soll.

Wir wissen über dieses Mineral in Bezug auf seine magnetischen Eigenschaften bis jetzt nur noch im allgemeinen, dass es einen bedeutenden permanenten und temporären Magnetismus anzunehmen vermag, aber unbekannt ist die Grösse des Verhältnisses des Verlaufes der Magnetisirungen desselben und des Stahles unter Einwirkung gleicher magnetisirender Kräfte.

Die vorliegende Abhandlung soll den Zweck haben, die Resultate meiner Untersuchungen über diesen Gegenstand und die daraus hervorgegangene Einwendung gegen die bisherige Hypothese der Coercitivkraft mitzutheilen.

§. 2. Bei allen Erscheinungen, welche einen permanenten Magnetismus im Gefolge haben, sind wir gewöhnt, eine Coercitivkraft anzunehmen, ohne deren Auftreten nach dem gegenwärtigen Stande unserer Theorien der permanente Magnetismus nicht erklärt werden könne.

Es soll bekanntlich beim Auftreten des permanenten Magnetismus eine Kraft hervorgerufen werden, welche nach der Scheidungstheorie die beiden magnetischen Fluida verhindert, in ihre frühere unmagnetische Lage zurückzukehren, und nach der Theorie der Drehung der Molecularmagnet soll diese Kraft der völligen Rückkehr der aus der früheren Lage herausgedrehten Molecüle entgegen wirken. Diese Kraft wurde die Coercitivkraft genannt und soll bei der Scheidungstheorie sowohl, als auch bei der Drehungstheorie wie eine Art Reibung angesehen werden, die in der Richtung der Verbindungslinie der getrennten Fluida oder in der Richtung wirkt,

nach welcher die magnetisirende Kraft die Axe der Elementarmagnete zu drehen strebt; man sieht deshalb auch die Coercitivkraft als die Grösse des Widerstandes an, welcher gegen die Vereinigung der beiden Fluida oder gegen das Aufheben der magnetischen Lage des herausgedrehten Molecularmagnets wirkt. Findet man nun, dass bei gleich grossen Massen, die gleichen magnetisirenden Kräften unterworfen sind, verschieden grosse, permanente Magnetismen hervortreten, so legt man demjenigen Körper die Eigenschaft bei, eine grössere Coercitivkraft anzunehmen, welcher den grösseren Magnetismus zurückzubehalten fähig ist.

Diese Annahmen stimmen mit den Erscheinungen der Magnetisirungen des Eisens und Stahles in ihren verschiedenen Härtezuständen überein, und es dürfte demnach keine Schwierigkeit haben, das Gleichgewicht dieser Retentionskraft wie folgt auszudrücken:

Es sei durch dp die Grösse der Spannung oder der Coercitivkraft dargestellt, welche den Molecularmagnet m in der magnetischen Lage festzuhalten strebt, in welche er durch magnetisirende Kräfte gebracht wurde; ferner sei durch dq diejenige entmagnetisirende Kraft bezeichnet, welche erforderlich ist und gerade hinreicht, den Molecularmagnet m in seine frühere neutrale Lage zurückzudrehen; so können wir setzen:

$$(1) \qquad m\,dp - m\,dq = 0.$$

Bezeichnen wir jetzt für eine andere magnetische Masse die entsprechenden Grössen mit m_1, dp_1 und dq_1, so ist analog:

$$(2) \qquad m_1\,dp_1 - m_1\,dq_1 = 0,$$

dabei können wir noch als bekannt voraussetzen, dass die Grössen dp und dp_1 so beschaffen sind, dass grössere, äussere magnetische Kräfte erforderlich sind, sie hervorzurufen, als sie aufzuheben. Die Theorie erklärt diese zuletzterwähnte Eigenthümlichkeit dadurch, dass sie annimmt, die Molecüle werden durch relativ grössere magnetisirende Kräfte beweglicher gemacht und dann erst können

sie leichter durch entmagnetisirende Kräfte zurückgedreht werden; wir haben also jetzt zur Feststellung der Gleichgewichtsbedingung nur diejenige Kraft zu beachten, mit welcher das Molecül oder die getrennten Fluida nach der Magnetisirung in der neuen Lage festgehalten werden und dürfen demnach denjenigen Werth der Magnetisirungskraft unberücksichtigt lassen, welcher das Molecül beweglicher gemacht hat. Die Ursache, weshalb kleinere äussere Kräfte erforderlich sind, die Magnetisirung aufzuheben, ist offenbar in der bereits überwundenen Reibung und in der Anziehung der vorhandenen entgegengesetzten Magnetisirung zu suchen; beide Vorgänge begünstigen die Entmagnetisirung.

Wir wollen nun für die Gleichungen (1) und (2) folgende mögliche Fälle unterscheiden: 1) In dem Falle, in welchen die beiden Glieder linker Seite der vorstehenden Gleichungen verschiedene Werthe annehmen, also etwa $m\,dp > m_1\,dp_1$, ist klar, dass $m\,dq > m_1\,dq_1$.

Wenn jedoch 2) der Fall eintreten würde, dass zwei magnetische Körper ein anderes Verhalten zeigten, etwa $m\,dp > m_1\,dp_1$, und für welche zu gleicher Zeit $m\,dq < m_1\,dq_1$ stattfindet, so würden die beiden Gleichungen (1) und (2) den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügen, welche wir aus der Annahme der Coercitivkraft als hinreichend ansehen durften. Die Ungültigkeit der aufgestellten Gleichungen (1) und (2) würde zeigen, dass die totale äussere, einwirkende Kraft nicht diejenige Grösse darstellt, welche erforderlich ist und gerade hinreicht, die Coercitivkraft aufzuheben, oder, wenn eine solche Kraft existirt, dass sie wiederum nicht durch die Grösse des permanenten Magnetismus ausgedrückt werden darf.

§. 3. Es existiren in der That zwei derartige Körper, deren Verhalten in Bezug auf die Coercitivkraft den im vorigen Abschnitte angedeuteten Widerspruch an den Tag legen, der Magneteisenstein und der glasharte Stahl; für beide Körper sind in den Tabellen I, II und III die relativen, magnetischen Bestimmungen angegeben, deren

graphische Darstellung durch Curven (Taf. II Fig. 1, 2) eine bequemere Uebersicht gestattet.

Aus einem ganz unregelmässig geformten Stücke von Magneteisenstein liess ich drei parallelepipedische Stäbe schneiden, deren mittlere Dimensionen folgende waren:

I 95,5, 22 u. 22 mm; II 90, 21 u. 22 mm; III. 83,5, 22 u. 25 mm;

ferner erhielt ich durch die Güte des Hrn. Prof. Websky aus dem mineralogischen Institut der hiesigen Universität einen Magneteisenstein, welcher von ziemlich unregelmässiger Gestalt war, dessen Grundform ich jedoch am deutlichsten mit der eines Parallelepipedons bezeichnen darf; die Ecken dieses Körpers waren ganz verschieden abgeschliffen und die Seitenflächen nur geebnet, um Armaturen anbringen zu können; die drei mittleren Dimensionen dieses Minerals waren: 47,5 mm, 34 mm und 40 mm. Hr. Websky hat mir gestattet an diesem Körper beliebige Magnetisirungen vorzunehmen, wodurch ich im Stande war, meine Resultate zu vervollständigen und theilweise zu verificiren.

Um relative Maassbestimmungen an diesen vier Magneten vornehmen zu können, liess ich dieselben aus Stahl in natürlicher Grösse modelliren, welcher, nachdem er die vorerwähnte Form erhalten hatte, glashart gemacht wurde; eine vollkommene Uebereinstimmung der Form hat bei dem Modelliren nicht erzielt werden können, es wurden nur die hauptsächlichsten Brüche, Abspaltungen und gröberen Unregelmässigkeiten, die im Magneteisenstein sich befanden, copirt und so weit berücksichtigt, als dieselben auf die Resultate von erheblichem Einflusse hätten sein können.

Die Stahlkörper besassen vor der Magnetisirung keinen nennenswerthen Magnetismus, dagegen hatten die Magneteisenstäbe durchweg solchen aufzuweisen, welcher vor jeder Magnetisirung bestimmt wurde und unter Rubrik *m* als Anfangswerth jeder Versuchsreihe in der Tabelle I sich befindet. Im Interesse zuverlässiger Resultate wollte

ich weder durch kräftige, mechanische Einwirkung noch durch electromagnetische Kräfte den molecularen Zustand verändern und glaubte, meine Resultate mit mehr Sicherheit ziehen zu können, wenn die grössten, denselben anhaftenden Fehlern bis zum Schlusse der Untersuchung bekannt bleiben würden.

Ich habe die Grösse der Magnetisirung durch Fernrohr, Scala und Galvanometer abgelesen, ganz in derselben Art, wie dies bei meinen bisherigen Messungen[1]) geschehen; während ich indess früher aus den Ablenkungen die magnetischen Momente berechnete, habe ich bei den vorliegenden Bestimmungen nur die Grösse der Ablenkung in Scalentheilen angegeben, welches genügt, wenn absolute Maassbestimmungen keinen besonderen Werth haben.

Die Tabelle I enthält die Grössen der aufsteigenden permanenten Magnetisirungen; unter m befinden sich dieselben für den Magneteisenstein, unter s diejenigen für den glasharten Stahl; J bedeutet die Intensität des Stromes, welche zur Magnetisirung angewandt wurde und welche vermittelst einer besonderen Spirale, die im Stromkreis vor einem Spiegelgalvanometer eingeschaltet war, bestimmt wurde. In der Tabelle II finden sich die Werthe der Quotienten $\frac{m}{s}$, welche angeben, um wieviel mal grösser das permanente magnetische Moment des Magneteisensteins als das des Stahles ist.

I.

	I.		II.		III.		J
	m	s	m	s	m	s	
30. Oct.	2,25	—	3,50	—	1,50	—	—
31. „	25,25	23,75	27,25	20	20,5	13,5	7
1. Nov.	37,75	29,75	35	24,5	27	18,5	10,5
2. „	53,5	41	47,75	32,75	40,25	23,75	14
3. „	67,35	45,25	59	58	50	31,25	17
4. „	70,5	48,25	62,75	42,5	54,5	34,25	18,25

1) Pogg. Ann. CLI. u. CLIV. Ergbd. VIII. 1876.

Die drei Linienpaare auf Taf. II Fig. 1 stellen den Verlauf der permanenten Magnetisirung des Magneteisens in der oberen und des glasharten Stahles in der unteren Linie dar; die Abscisse ist durch die Magnetisirungsintensität und die Ordinate durch den permanenten Magnetismus bestimmt worden.

II.

I.	1.063	1,269	1,305	1,486	1,461
II.	1.362	1,428	1,458	1,553	1,477
III.	1,518	1,459	1,694	1,6	1,591
J	7	10,5	14	17	18,25

Um die in letzter Reihe angeführte Intensität 18,25 zu erhalten, habe ich eine Batterie von 24 Bunsen'schen Elementen angewandt, wodurch die Magnetisirungsspirale so erheblich erwärmt wurde, dass ich von weiter steigender Magnetisirung vermittelst der Spirale absehen musste; die Werthe der Maximalmagnetisirung, welche in folgender Versuchsreihe III enthalten sind, erhielt ich an einem grossen Electromagnet, und um die Zuverlässigkeit der höchsten permanenten Magnetisirung prüfen zu können, habe ich eine Verstärkung der Stromintensität mehrfach benutzt, ohne erhebliche Veränderung der Resultate zu erzielen.

III.

	I.		II.		III.	
	m	*s*	*m*	*s*	*m*	*s*
6. Nov.	105.50	106,55	92,25	88	90,75	67
7. „	102	99	94,25	82,75	90,25	62,25

Aus diesen Versuchsreihen darf festgestellt werden, dass:

1) bei gleichen, successiven, aufsteigenden Magnetisirungskräften der permanente Magnetismus im Magneteisenstein grösser ist als im glasharten Stahl und dass demnach der Magneteisenstein das Maximum des permanenten Magnetismus bei gleichen magnetisirenden Kräften früher erreicht, als Stahl desselben Volumens;

2) das Maximum des permanenten Magnetismus für den Magneteisenstein ergibt sich in den untersuchten Fällen theils nahezu so gross und theils grösser wie das des Stahls; die grösste Ueberlegenheit an permanentem Magnetismus zeigt der Magneteisenstein bei den relativ mittleren magnetisirenden Kräften 14 bis 17 und zwar für I $\frac{m}{s} = 1{,}486$, II $\frac{m}{s} = 1{,}553$ und III $\frac{m}{s} = 1{,}694$; demnach wäre das durchschnittliche Verhältniss an diesen Stellen 1,58, d. h.: der permanente Magnetismus des Magneteisens ist bei dieser Intensität ungefähr $1^1/_2$ mal so gross wie der des Stahles. Dies Verhältniss nähert sich jedoch nach dem Erreichen der Maximalmagnetisirung der Einheit.

Die Beobachtungsreihe III zeigt, dass vom 6. bis 7. November, während 24stündigen, ruhigen Liegens sämmtlicher Magnete, ein erheblicher Verlust des Magnetismus im Stahl stattgefunden hat.

Das Resultat wird hierdurch vereinfacht, denn nach diesem Vorgange erscheint der permanente Magnetismus in allen Fällen grösser im Mineral wie im Stahl.

Folgende drei Reihen enthalten den totalen, den permanenten und den verschwindenden Magnetismus:

IV.

	I.		II.		III.		
	m	*s*	*m*	*s*	*m*	*s*	
total:	21,50	23	20,75	24,25	17,25	22,50	J.:
perm.:	15,25	10	13,25	8,75	12,75	7	15,75
verschw.	6,25	13	7,50	15,50	4,50	15;50	

Diese Ablenkungen sind bei einer grösseren Entfernung der Magnete vom Magnetspiegel erhalten, und zwar um die Spirale, welche bisher zur Messung der Stromesintensität gedient hat, zugleich an ihrem bisherigen Platze zur Bestimmung der temporären Magnetisirung benutzen zu können.

Die hierauf folgenden Werthe, welche ich aus den Beobachtungen für den Magneteisenstein IV erhalten habe, bestätigen hinlänglich die schon mitgetheilten Resultate:

V.

	IV. *m*	IV. *s*	*J*
perm.:	12	4,50	17,50
„	35,75	5	19,25
total	22,25	36,75	17,75

IV. *m*	IV. *s*	*J*	
Das permanente Maximum.			
64	26		am grossen Electrom.

Nach allen vorangehenden Ergebnissen könnte man bis hier behaupten, dass die Coercitivkraft im Magneteisenstein grösser ist als im Stahl; um jedoch zu untersuchen, ob dies auch bei Umkehrung der Pole der Fall ist, müssten wir entmagnetisirende Kräfte einwirken lassen, welche zuerst die Molecularmagnete oder nach der Scheidungstheorie die getrennten Fluida aus ihrer magnetischen Lage in die neutrale zurückführen; demjenigen Körper werden wir alsdann die grössere Coercitivkraft zuerkennen müssen, für welchen die grössere von beiden angewandten Kräften erforderlich ist, um die Molecularmagnete aus ihrer magnetischen Lage herauszudrehen, oder in welchem dann von beiden Körpern der grössere Widerstand gegen die Drehung des Elementarmagnets ausgeübt werden wird, wobei zugleich vorher der grössere permanente Magnetismus vorhanden gewesen sein müsste.

Nach der Hypothese der Moleculardrehung könnten wohl im neutralen Zustande, welcher durch die Entmagnetisirung erhalten wird, andere Lagen der Elementarmagnete als vor der Magnetisirung vorhanden sein, doch das Resultat 6, p. 183, auf welches es bei dieser Untersuchung hauptsächlich ankommt, wiederholt sich auch selbst dann, wenn man von demjenigen neutralen Lagensystem der Elementarmagnete ausgeht, welches man durch die Magnetisirung erhält.

Diese Entmagnetisirung habe ich für eine genügende Reihe von magnetisirenden Kräften an den bis zum Maximo magnetisirten Körpern durchgeführt und die erhaltenen Werthe in Tab. VI wie in Tab. I geordnet; das positive Zeichen soll ausdrücken, dass die Pole des betreffenden Magnets noch in ihrer ursprünglichen Lage sich befinden, während das negative Zeichen die Umkehrung der Pole bezeichnet; die Rubrik $-J$ enthält die Stromesintensität, welche zur Erreichung der Umkehr diente.

Sämmtliche Werthe, auch die der ersten Tabellen mit inbegriffen, wurden erst unter Beobachtung der bekannten Vorsichtsmaassregel der wiederholten Stromesunterbrechungen erhalten. Die Anzahl derselben belief sich auf 100, welche sich durch hinreichende Voruntersuchungen als genügend erwiesen hatte, um das Maximum der electromagnetischen Wirkung auf die in der Spirale befindlichen Körper hervorzurufen; die ganze Dauer der hundertmaligen Stromesöffnungen, welche vermittelst eines im Stromkreise eingeschalteten Schlüssels bewirkt wurden, währte etwa 50 bis 55 Secunden. Ich erhielt hierdurch bei allen Magnetisirungen vollkommen zuverlässige Werthe, was durch die Magnetisirungsspirale, welche aus 8 Lagen bestand und mehr als die doppelte Länge der zu magnetisirenden Körper hatte, wesentlich unterstützt wurde.

Die Versuchsreihen reichen zuerst bis zur völligen Entmagnetisirung und geben von da ab weiter die Zunahme des Magnetismus an, welchen die Magnete nach überschrittener Umkehr der Pole zeigten, bis zur etwas grösseren magnetisirenden Kraft, als die grösste war, die in der Tabelle I enthalten ist. Der Vergleich beider Tabellen lässt einige der charakteristischen Eigenschaften der untersuchten magnetischen Körper erkennen. Wir finden, dass bei der Intensität 11 die erste Umkehr der Magnetisirung bei den Stäben I_m und II_m stattgefunden hat und aus dem Verlauf der Werthe der 7. und 8. Reihe bei den Intensitäten 12 und 13,25 folgt, dass die Umkehr auch beim Stabe III_m früher als bei III, erreicht

wurde, denn III_m zeigt den Werth von $-3{,}25$, während III_s bei $-0{,}75$ zurückbleibt. Wir finden ferner die Umkehr der Pole des Stahles III bei der Intensität 13,25 zuerst, dann folgt der Stahlstab I bei $J=14{,}75$ mit dem Magnetisirungswerthe $-0{,}75$, während I_m bis $-22{,}5$ gestiegen ist; endlich erlangt II_s das Minimum des permanenten Magnetismus $+0{,}75$ bei $J=14{,}75$ und die erste Umkehr seiner Pole findet erst nach Vergrösserung letztgenannten Werthes statt.

VI.

	I.		II.		III.		J
	m	s	m	s	m	s	
7. Nov. Maximum.	+102	+99	+94,25	+82,75	+90,25	+62,25	
7. Nov.	+62,25	+66,5	+51,25	+57	+62,25	+40,25	4
8. „	+61,75	+66,75	+52,25	+58.25	+62,25	+40,75	
	+34,25	+47,5	+26	+40,25	+40,5	+26,75	6,5
	+11,5	+27,75	+ 7	+26.75	+23,75	+16,25	9
9. „	+12,75	+30,5	+ 6,75	+27	+24	+16.25	
	− 1,75	+20	− 5,75	+17,5	+12	+ 9.75	11
10. „	− 9	+11,25	−13,75	+11	+ 3,75	+ 3,75	12
11. „	−17,5	+ 4,5	−20,75	+ 5,25	− 3,25	− 0,75	13,25
12. „	−22,5	− 0,75	−25,5	+ 0,75	− 7,75	− 3,25	14,75
13. „	−43,25	−22,75	−44	−17,25	−27,75	−14,75	18,75
14. „	−53,75	−35,75	−53,25	−28	−39,25	−23	21,5

Die Curven auf Tafel II Fig. 2 stellen den Verlauf der Entmagnetisirung dar, die Ordinaten sind wiederum durch den Magnetismus und die Abscissen durch die Intensität des magnetisirenden Stromes bestimmt.

VII.

Maxim.	I.		II.		III.		
	m	s	m	s	m	s	
15. Nov.	−102,5	−105	−87	−87,5	−95,5	−67,25	Am grossen Electromagnet.

Die erste Beobachtungsreihe der Tabelle VI und die der Tabelle VII liefern nicht diejenigen Maximalwerthe, welche

wir gewöhnt sind, durch entgegengesetzte Magnetisirungen zu beobachten; ich glaube, dass (wenn solche an einem Electromagneten vorgenommen) durch die schädlichen Einflüsse, welche infolge ungleichmässigen Abziehens vom Anker entstehen, unzuverlässige Werthe der Maximalmagnetisirung erhalten werden können; besonders ist dies sehr leicht möglich, wenn die magnetisirende Kraft sehr gross ist, dann entstehen durch die geringsten Erschütterungen, welche während des Abziehens in dem magnetisirten Körper erzeugt werden, Veränderungen des permanenten Magnetismus, die um so grösser hervortreten werden, je näher derselbe Körper den Polen des Electromagnets sich befindet. Die nicht übereinstimmenden Maxima haben jedoch auf die Resultate dieser Untersuchung keinen erheblichen Einfluss, denn es wird ein vollkommen constantes Verhältniss im allgemeinen für die zwei verschiedenartigen Körper, wegen der grossen Abweichungen der magnetischen Eigenschaften des Stahles innerhalb einer Anzahl von Stäben einer und derselben Stahlsorte, nicht bestimmt werden können; aber wir können bei Berücksichtigung der specifischen Gewichte des Magneteisens 5,09 und Stahls 7,86 bis 8,0 mit aller Evidenz nach diesen Messungen angeben, dass der specifische Magnetismus des Magneteisensteins der grösste aller bekannten magnetischen Körper ist.

Die zunächst folgende Tabelle VIII enthält die Werthe für Entmagnetisirungen der Körper IV_m und IV_s; jede Reihe ist ebenfalls stets nach 100 Stromunterbrechungen bestimmt worden:

VIII.

r.	m 64	+10,50	+10,25	−3	−6,25	−7,5	−8	−11,5	−12	−12,5
	s 26	+11,5	+11,75	+7,75	+7,25	+7,25	+7,25	+6	+ 6	+ 6,25
	J Maxim.	13,75	13,75	18	18	18	18	21,25	21,25	21,25

§. 4. Die Veränderlichkeit des magnetischen Zustandes beim Magneteisenstein durch Wiederholung der

Stromesunterbrechungen bei constanter Magnetisirungskraft ist nach Tabelle VIII grösser als beim Stahl. Während eine einmalige Magnetisirung hinreicht, durch $J = 18$ den Stahl von $+ 11{,}75$ auf $+ 7{,}75$ und $+ 7{,}25$ zu bringen, geht bei gleicher Intensität das Magneteisen von $+ 10{,}25$ auf $- 3$ zurück und verändert diesen Werth bei weiterer Einwirkung der Stromunterbrechungen bis $- 8$, während die Werthe für den Stahl constant bleiben, auf welchen dieselbe Kraft gewirkt hatte, wie auf das Mineral.

Die vorliegenden Resultate über die Magnetisirung des Magneteisens stimmen jedoch nicht überein mit den vorhergehenden Voraussetzungen, welche über die Retentionskraft gemacht wurden; diese Behauptung zu begründen, füge ich jetzt noch die weiteren Ergebnisse hinzu:

3) Der temporäre Magnetismus des untersuchten Stahles ist stets grösser, als der des Magneteisens; es verschwindet nach Entfernung der äusseren magnetisirenden Kraft im ersteren mehr Magnetismus als im Magneteisen. 4) Bei der Entmagnetisirung wird im Magneteisen bei gleich grossen äusseren Kräften in allen Fällen mehr permanenter Magnetismus aufgehoben, als im Stahl; die Pole des Magneteisens werden schon bei solchen Kräften umgekehrt, bei welchen im Stahl die Pole noch in der ursprünglichen Lage unter Anwesenheit eines nicht unbedeutenden Magnetismus beharren.

Soll nach allen erwähnten Ergebnissen jetzt festgestellt werden, welcher von beiden Körpern die grössere Coercitivkraft besitzt, so finden wir, dass eine directe Entscheidung, wie wir sie bei weichen und harten Eisen- und Stahlsorten ausgesprochen sehen, hier nicht stattfinden kann: denn einmal ist die Coercitivkraft bei der aufwärts steigenden Magnetisirung im Magneteisenstein grösser und das andere Mal wieder kleiner in demselben Körper bei der Entmagnetisirung.

Zur Erklärung des Auftretens des permanenten Magnetismus können wir die Annahme einer Retentionskraft in ihrer bisherigen Definition ganz entbehren, wenn wir jedem magnetischen Körper die Eigenschaft zuschreiben, dass er, sobald die magnetisirende Kraft auf ihn zu wirken aufhört, durch die eigene Art der Stoffbeschaffenheit im Stande ist, das ganze oder theilweise Quantum des inducirten Magnetismus zu vernichten.

Die experimentellen Resultate dieser Untersuchung sind folgende:

1. Das Maximum des permanenten Magnetismus des Magneteisensteins ist für gleich grosse Volumina nahezu so gross und theils grösser, als das des glasharten Stahles.

2. Der specifische Magnetismus des Magneteisensteins ist der grösste aller bisher untersuchten magnetischen Körper.

3. Bei den untersuchten kürzeren Stäben ist der remanente Magnetismus des Magneteisensteins überwiegender, dasselbe gilt auch von dem specifischen Magnetismus des Magneteisensteins dem Stahl gegenüber. (Dasselbe Resultat hat früher Elias erhalten.)

4. Der permanente Magnetismus wird im Magneteisenstein bei der Entmagnetisirung unter Einwirkung gleich grosser äusserer Kräfte früher aufgehoben, als im Stahl.

5. Der nach Entfernung der äusseren Magnetisirungskraft verschwindende Magnetismus ist im untersuchten Magneteisen geringer, als im Stahl.

6. Nach der bisherigen Definition der Coercitivkraft ist es unmöglich zu bestimmen, welcher von beiden Körpern die grössere Coercitivkraft besitzt, da dieselbe bei der Entmagnetisirung der beiden Körper ein vollkommen umgekehrtes Verhalten gegenüber der vorher stattgefundenen Magnetisirung in allen untersuchten Fällen zeigt. Aus diesen Resultaten ergeben sich leicht folgende zwei Sätze:

I. Die Hypothese, dass die Grösse der Coercitivkraft der Grösse der remanenten Drehung oder Scheidung der

Fluida des magnetisirten Elements proportional sei, befindet sich im Widerspruche mit der Erfahrung.

II. Der remanente Magnetismus ist bekanntlich nur derjenige Theil des temporären Magnetismus, welcher nach Entfernung der äusseren magnetisirenden Kraft im magnetisirten Körper zurückbleibt, es ist deshalb der I. Satz auch für den temporären Magnetismus gültig.

Berlin, im Juli 1877.

III. *Ueber die Electricitätsentwickelung als Aequivalent chemischer Prozesse; von F. Braun.*

(Aus dem Sitzungsber. der naturw. Ges. zu Marburg vom 10. Mai 1878, mitgetheilt vom Herrn Verfasser).

In dem folgendem Aufsatze erlaube ich mir auf einige Punkte hinzuweisen, welche die Theorie der Electricitätsentwickelung durch galvanische Elemente (einschliesslich der Polarisation) betreffen und für welche die seither übliche Erklärungsweise noch eine wesentliche Differenz zwischen Theorie und Erfahrung liess. Wenn die folgenden Betrachtungen auch nicht dahin führen, diese Lücke in der Weise auszufüllen, dass es auf Grund der uns seither bekannten empirischen Daten möglich ist, die Vorgänge a priori zu berechnen, so weisen sie doch, wie mir scheint, auf den Grund der seitherigen Nichtübereinstimmung von Theorie und Erfahrung hin und gestatten — wenn anders die Betrachtungen richtig sind — umgekehrt aus den Abweichungen zwischen beiden einen Schluss zu ziehen auf gewisse intramoleculare Vorgänge, welche vielleicht für die physikalische Chemie von Interesse sein können. Der Inhalt des folgenden Aufsatzes ist im wesentlichen die Ausführung der Betrachtungen, welche

ich gelegentlich einer früheren Experimentaluntersuchung[1]) schon angedeutet und zu Schlussfolgerungen benutzt habe. Wenn ich mit der Veröffentlichung derselben so lange zurückgehalten habe, so geschah es, weil ich hoffte, sei es durch weitere theoretische, sei es durch experimentelle Studien der Arbeit eine grössere Vollendung geben zu können; ohne die Möglichkeit für numerische Vergleichungen einen besseren Anhalt zu geben, fürchtete ich nicht mehr bringen zu können, als vielleicht schon von anderer Seite gegeben sei. Indessen ist mir in der Zwischenzeit von ähnlichen Deductionen nichts bekannt geworden; mit den mittlerweile von Edlund[2]) publicirten Auffassungen berühren sich zwar die meinigen oberflächlich, aber auch dies zunächst nur scheinbar. Im Interesse möglichst übersichtlicher Darstellung werde ich auf die Literatur nur in wenigen Fällen zurückgreifen; sind dieselben oder ähnliche Ansichten bereits mit derselben Bestimmtheit von anderer Seite ausgesprochen, so versteht es sich von selbst, dass mir nichts ferner liegt als etwa eine Priorität für mich in Anspruch zu nehmen. Dieselbe Rücksicht auf die Uebersichtlichkeit der Darstellung veranlasst mich in den folgenden Entwickelungen im allgemeinen keinen Versuch zu machen, dieselben an der Erfahrung zu prüfen. Da die Betrachtungen zeigen, wie viel uns noch in den zur Zeit bekannten empirischen Daten fehlt, um eine wirklich ausreichende Prüfung vorzunehmen, so wird eine solche — und auch nur eine annähernde — zunächst nur in der Weise möglich sein, dass vielleicht eine Reihe von Thatsachen, welche den verschiedensten Gebieten der Physik angehören, durch das Mittelglied dieser Betrachtungen miteinander in innere causale Beziehung gebracht werden. Ich gebe daher die folgenden Betrachtungen, welche von einem theoretischen

1) Ueber die galvanische Leitungsfähigkeit geschmolzener Salze, Pogg. Ann. CLIV. 1875. §. 3. p. 170, 171.

2) Pogg. Ann. CLIX. p. 420.

Principe ausgehen und, soweit ich sehe, in sich selbst widerspruchslos durchgeführt sind, nicht mit der Prätension, für alle Erfahrungen eine genügende Erklärung aufstellen zu wollen, sondern vielmehr in der Absicht einer kritischen und vorbereitenden Untersuchung, welche stets die Frage im Auge behält: wieweit stimmen unsere Anschauungen bis jetzt mit den Thatsachen überein, wo und in welchem Sinne sind vielleicht Abänderungen an denselben nöthig?

§. 1. Bisherige Behandlungsweise, Gründe gegen dieselbe. Stellung der Aufgabe.

Die gebräuchlichen Schlussfolgerungen, aus denen man die electromotorische Kraft von Elementen ableitet, sind:

a) Es handele sich um eine constante Kette, z. B. ein Daniell'sches Element. Ein Strom von der Intensität 1, welcher das Element durchfliesst, bringt in demselben eine chemische Aenderung hervor, deren Wärmetönung gegeben ist als $W(Zn, SO_4) - W(Cu, SO_4)$. Diese Wärmetönung stellt vor das Maass für die electromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes. — Ob dieser Schluss zulässig ist, lasse ich einstweilen dahin gestellt; ich komme auf denselben bald zurück.

b) Man denke sich eine Kette, welche geschlossen die Intensität 1 erzeugen würde, compensirt durch einen Inductionsstrom, welcher auf mechanischem Wege entstanden und dessen Arbeitsäquivalent gegeben ist. Die im Kreise des Inductionsstromes bewegte Electricitätsmenge würde eine bekannte Wärmemenge erzeugen; folglich würde der Strom der Kette dieselbe Wärmemenge erzeugen, wenn er in dem Kreise zu Stande kommen könnte. — Diesem Schlusse liegen aber implicite die folgenden Voraussetzungen zu Grunde: Aus der factisch bestehenden entgegengesetzten Gleichheit der electromotorischen Kräfte schliesst man, dass dieselben auch, wenn jede einzeln vorhanden wäre, entgegengesetzt gleiche Ströme hervorrufen würden. Dies — was nicht von vorn-

herein nöthig ist (cfr. p. 212 ff.) — zugegeben, schliesst man weiter, dass die im gesammten Stromkreis des Hydroelementes auftretende Wärmemenge genau dieselbe Function (mit denselben Constanten) von der Stromintensität wäre, wie im Inductionsstrome, so dass die beiden — graphisch dargestellt gedachten — Functionen in ihrem ganzen Verlaufe zusammenfallen, wenn ihre gleichen Abscissen zusammenfallen und ihre Ordinaten für die Abscisse Null beide gleich Null sind. Diese Voraussetzung ist durch Nichts bewiesen.

c) Man schliesst — es handele sich z. B. um die Berechnung der Combination $Zn \mid SH_2O_4 \mid Cu$ — folgendermaassen: Der Strom, welcher entsteht, gewinnt die Wärmemenge $W(Zn, SO_4) + W(H_2, Cu)$ und verliert $W(H_2, SO_4)$, folglich bleibt die Wärmetönung:

$$W(Zn, SO_4) - W(H_2, SO_4) + W(H_2, Cu)$$

als Maass der electromotorischen Kraft der Combination. — Dieselbe würde also unabhängig von der Natur des Metalles des positiven Poles. Die Erfahrung ergibt dagegen je nach der Natur des letzteren Werthe von 105 (Zn | Ag) bis 54 (Zn | Fe). Diese Differenzen durch Aenderungen in der Constitution des auftretenden Wasserstoffes oder dessen Lösungswärme im Metalle der Kathode zu erklären, erscheint — wenigstens das letztere — um so weniger thunlich, als auch Amalgame, welche keine nachweisbare Menge Wasserstoff auflösen, solche Unterschiede zeigen. Es bleibt ferner unerklärt, weshalb der Schluss, dass $Zn \mid SH_2O_4 \mid Zn$ auch einen Strom gibt, nicht gestattet ist.

d) Wird ein Strom durch eine polarisirbare Combination, z. B. $Pt \mid SH_2O_4 \mid Pt$ geleitet, so ist die durch den Strom 1 zur Zersetzung der Flüssigkeit verbrauchte Wärmemenge ein Maass für die electromotorische Kraft der Polarisation. — Die Bedingung dafür, dass die electromotorische Kraft einer Combination als constant, d. h. von der Stromintensität unabhängig erscheint, besteht aber

darin, dass die im Elemente electrolysirten Flüssigkeitsmengen der Stromintensität proportional sind. Dies ist — für grosse electromotorische Kräfte des polarisirenden Stromes — bei kleiner Intensität nun sicher auch in der polarisirten Zelle Pt | SH_2O_4 | Pt der Fall. Weshalb steigt die Polarisation aber anfangs mit der Intensität und nähert sich erst mit steigender Intensität einem constanten Werthe? Wie erklärt es sich, dass bei gleicher Intensität, also demselben Wärmeverbrauch für Electrolyse, aber verschiedener Grösse der polarisirten Electroden die Polarisation verschieden ausfällt?

Will man derartigen Widersprüchen entgehen, so ist zu beachten, dass zunächst gar kein zureichender Grund da ist, aus den chemischen Wärmetönungen, welche eine Combination in ihrem Schliessungskreise hervorbringt, auf die electromotorische Kraft der Combination zu schliessen. Der einzige Schluss, welchen das Princip der Erhaltung der Arbeit gestattet und fordert, ist: Bringt ein galvanischer Strom (willkürlichen Ursprungs) eine chemische Zersetzung hervor, so muss die Wärmemenge, welche der Zersetzung entspricht, dem übrigen Stromkreise entzogen werden. Diese Entziehung der Wärme wird sich, wenn es sich um einen auf mechanischem Wege erzeugten Inductionsstrom handelt, dessen electromotorische Kraft constant bleibt, darin zu erkennen geben, dass aus dem übrigen Stromkreise metallischer Widerstand auszuschalten ist, um die frühere Intensität wieder herzustellen; ist der Strom von einer Hydrokette erzeugt, so würde sogar — sofern es sich nur um die allgemeinen Principien der Erhaltung der Arbeit handelt — denkbar sein, dass die in der polarisirenden Kette bei gleicher Intensität für die Stromerzeugung verbrauchte Wärmemenge eine andere wird, je nach der Natur der polarisirten Zelle.

Man darf daher z. B. nicht schliessen, wenn die electromotorische Kraft von Zn | SH_2O_4 | Cu berechnet werden soll, dieselbe sei:

$$W(Zn, SO_4) - W(H_2, SO_4) + W(H_2, Cu).$$

Vielmehr darf man nur sagen: Wenn durch die Combination Zn | SH_2O_4 | Cu ein Strom von der Intensität 1 in der Richtung Zn ➡ Cu geleitet wird, so wird dem Kreise dieses Stromes 1 willkürlichen Ursprungs die Wärmemenge:

(I) $$Q = W(Zn, SO_4) - W(H_2, SO_4) + W(H_2, Cu)$$

entzogen, während diese Quantität Energie (Wärmemenge) als Wärme im Stromkreise auftreten würde, wenn derselbe bei derselben Intensität 1 die Combination nicht enthielte. Denn nur diese Aenderung tritt durch den Strom selbst ein[1]); das Andere, die vorhergehenden Contacte waren schon vorhanden und bildeten gewissermaassen schon eine polarisirte Zelle. Der Schluss ist also dahin zu beschränken, dass die dem Stromkreise mit der Intensität 1 durch eine polarisirte Combination Zn | SH_2O_4 | Me entzogene Wärmemenge dieselbe bleibt, welches auch das Metall Me der Kathode sein mag, sofern die Wärmemengen $W(H_2, Me)$ dieselben sind; ob die durch die Gleichung (I) ausgedrückte Wärmemenge Q als eine ihr proportionale electromotorische Gegenkraft im Kreise auftritt, ist eine ganz andere Frage, zu deren Beantwortung ich bis jetzt noch keine Hülfsmittel herangezogen habe, ebensowenig wie zur Lösung der Frage, ob es möglich ist, a priori die electromotorische Kraft von Zn | SH_2O_4 | Cu zu berechnen. Um der Beantwortung dieser Frage näher zu treten, muss zuvor erörtert werden

§. 2. Das Verhältniss, in welchem electrische potenzielle Energie, mechanische Arbeit und Wärme in Bezug auf ihren Verwandlungswerth zueinander stehen.

Während mechanische Arbeit ihrem ganzen Betrage nach in Wärme umgewandelt werden kann, ist bekannt-

1) Dieser Einwand gegen die obige Ableitungsweise ist, wie ich aus dem mündlichen Verkehre (z. B. von Hrn. v. Zahn) weiss, auch schon von ihm und vielleicht auch schon von anderen Physikern gemacht worden.

lich das Umgekehrte im allgemeinen nicht, und unter den durch uns realisirbaren Bedingungen nie der Fall. — Als Vorfrage zu den späteren Untersuchungen wirft sich die folgende auf:

Lässt sich mechanische Arbeit vollständig in potenzielle electrische Energie umsetzen und umgekehrt oder bleibt ein Theil stets unverwandelt, oder endlich geht dabei stets ein gewisser Bruchtheil in eine andere Bewegungsform, in Wärme, über?

Ich setze der Einfachheit halber folgenden speciellen Fall voraus. Ein kugelförmiger Leiter, welcher die Electricitätsmenge $+ Q$ enthalte, sei umgeben von einer concentrischen Kugelfläche, welche für einen Augenblick zur Erde abgeleitet war. Nennt man r den Radius der inneren Kugel, $r + c$ denjenigen der äusseren; V und Q resp. V' und Q' Potentialfunction und Electricitätsmenge auf der resp. inneren und äusseren Kugelfläche, so ist:

$$V = Q\left\{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+c}\right\} = Q\,\frac{c}{r(r+c)},$$

$$V' = 0\colon\ Q' = -Q.$$

Das Gesammtpotential W des ganzen Systems[1]) ist:

$$W = -\frac{1}{2}\,\frac{c}{r(r+c)}\cdot Q^2. \tag{1}$$

Für $c = 0$ wird $W = 0$ und $V = 0$, d. h. lässt man die beiden Belegungen, nachdem sie mit einer, nun constant bleibenden, entgegengesetzt gleichen Electricitätsmenge geladen sind, näher und näher rücken, so vermindert sich fortwährend die Potentialfunction sowohl der inneren Belegung als auch der Werth des Gesammtpotentiales und strebt der Null zu.

Dieser Aenderung des Gesammtpotentiales muss äquivalent sein die im System entwickelte Energie; ich will,

1) Vgl. Clausius, Abhandlungen II. p. 109.

obschon es für den Augenblick überflüssig erscheinen mag — da es direct aus dem mechanischen Principe der lebendigen Kraft gefolgert werden kann — durch eine elementare Rechnung, welche sich nur auf das Coulomb'sche Gesetzt stützt, nachweisen, dass in der That die ganze Energie als mechanische Arbeit auftreten kann.

Die äussere, als contractil vorausgesetzte Belegung denken wir uns in einer Anzahl kleiner Elemente zerlegt. Die ganze Fläche und damit ihre Electricität sei in n solcher Elemente getheilt: jedes derselben hat dann die Electricitätsmenge $-\frac{Q}{n}$. Nähern sich alle gleichzeitig der Kugel mit gleicher Geschwindigkeit, so ändert sich die Vertheilung der Electricität auf derselben nicht; jedes einzelne wird daher angezogen mit der Kraft:

$$-Q \cdot \frac{Q}{n} \cdot \frac{1}{(r+c)^2}.$$

Die elementare Arbeit, welche bei Annäherung eines jeden einzelnen um das Wegelement dc geleistet wird, ist daher:

$$-\frac{Q^2}{n} \cdot \frac{dc}{(r+c)^2}$$

und für alle n und den ganzen Weg daher:

$$(2) \qquad -Q^2 \int_{c_0}^{0} \frac{dc}{(r+c)^2} = -Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)}.$$

Hiervon geht ab die Arbeit, welche geleistet wird durch die Bewegung der Elemente der äusseren Belegung gegeneinander. Nennt man ε die Dichtigkeit auf einem Elemente $d\sigma$ der Kugelfläche, ϱ den Abstand zweier Elemente $d\sigma$, so ist die in die Richtung der inneren Kugelnormale N fallende Componente der Kraft:

$$(3) \quad \varepsilon d\sigma \int \frac{\varepsilon d\sigma}{\varrho^2} \cos(\varrho, N) = \varepsilon d\sigma \int \frac{\varepsilon d\sigma}{\varrho^2} \frac{\varrho}{2(r+c)} = \frac{\varepsilon d\sigma}{2(r+c)} \int \frac{\varepsilon d\sigma}{\varrho}.$$

Das Integral ist die Potentialfunction der Belegung

der äusseren Kugelfläche auf sich selbst und daher, da die Belegung gleichförmig ist, gleich der Potentialfunction der Belegung in Bezug auf den Kugelmittelpunkt, d. h.:

$$= \frac{Q}{r + c}.$$

Daher wird (3):

$$\frac{1}{2} \frac{Q}{n} \cdot \frac{Q}{(r + c)^2}.$$

Die daraus bei der Bewegung um dc entspringende Arbeit ist daher für ein Element:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{n} \cdot \frac{dc}{(r + c)^2}$$

und somit für alle n Elemente und den ganzen Weg:

$$+ \frac{1}{2} Q^2 \frac{c_0}{r(r + c_0)}. \tag{4}$$

Die ganze gewonnene Arbeit ist daher [Addition von (2) und (4)]:

$$- \frac{1}{2} Q^2 \frac{c_0}{r(r + c_0)}$$

und somit, wie die Vergleichung mit (1) zeigt, ist:

die gesammte electrische potenzielle Energie umgesetzt in mechanische Arbeit, in lebendige Kraft ponderabeler Massen.

Der Rechnung liegen aber die Voraussetzungen zu Grunde: 1. dass kein Theil der Arbeit in Wärme übergeht, was auch wahrscheinlich ist, da gar keine Bewegung der electrischen gegen die benachbarten materiellen Theilchen eintritt, und 2. dass die mit Electricität belegten Flächen sich unendlich nähern können, ohne dass dabei ein electrischer Funke und damit eine entsprechende Wärmemenge, deren Aequivalent dann von der gewonnenen Arbeit abginge, entsteht. Dies wird in der That nahezu der Fall sein, da die Potentialfunction auf beiden Belegungen mit abnehmendem c sich dem gleichen Werthe

Null nähert. Will man aber auch dies berücksichtigen und annehmen dem Gesetze der Schlagweite entsprechend, dass bei einer Entfernung $c_1 = f \cdot Q$, wo f eine Constante wäre, die beiden Electricitäten sich durch einen Funken vollständig ausgleichen, so wäre nur zu integriren von $c = c_0$ bis $c = f \cdot Q$. Die auf diesem Wege entstandene mechanische Arbeit wäre:

$$-\frac{1}{2} Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)} \frac{\left\{1 - \frac{c_1}{c_0}\right\}}{\left\{1 + \frac{c_1}{r}\right\}},$$

oder angenähert:

$$-\frac{1}{2} Q^2 \cdot \frac{c_0}{r(r+c_0)} \left\{1 - \frac{f}{c_0} Q\right\}.$$

d. h. der procentische Betrag der in mechanische Arbeit umsetzbaren potenziellen Energie ist um so geringer, je grösser unter sonst gleichen Umständen die Electricitätsmenge, d. h. die Spannung ist.

Unter den eben discutirten Bedingungen wird man wohl kaum annehmen, dass bei der Bewegung der beiden Kugelflächen gegeneinander Wärme entsteht. Auch wenn man sich vorstellt, vor einem isolirten Leiter pendele ein electrisirter, so wird man, wie mir scheint, nicht der Ansicht sein, dass auf einem oder beiden Leitern Wärme entstehe (welche sich durch eine Vergrösserung des logarithmischen Decrements des pendelnden Körpers kundgeben müsste), obschon das Gesammtpotential des Systems sowohl als auch die electrische Vertheilung sich periodisch ändert, und zwar wird man eine Erwärmung deshalb nicht erwarten, weil auf jedem der Körper fortwährend die Potentialfunction constant ist. In einem offenen Stromkreise, in welchem ein Strom inducirt wird, nimmt man vielfach gleichfalls keine Erwärmung an, obschon die Potentialfunction an verschiedenen Stellen dann verschieden ist; doch dürfte hier die Erwärmung nur vernachlässigt, nicht principiell in Abrede gestellt sein. —

Dem gegenüber denke man sich folgenden Versuch: Bei einer Caskadenbatterie entsteht auch im äusseren Stromkreise, obschon derselbe stets zur Erde abgeleitet ist, eine Wärmemenge, die für denselben Widerstand des Drahtes fast ebenso gross ist wie im inneren Schliessungsbogen. Nun werde die Entladung durch sehr grosse Widerstände im inneren Bogen sehr verlangsamt, so wird im äusseren Bogen keine Wärme entstehen, obschon in beiden Fällen dieselbe Electricitätsmenge ihn durchströmt. Wenn man auch darauf hinweisen kann, dass im Falle einer schnellen Entladung die Potentialfunction im äusseren Bogen nicht stets und an allen Stellen gleich Null bleiben wird und die Arbeit, welche die bewegte Electricität leistet, auch wesentlich von der Potentialfunction abhängt, so entsteht doch — wenn man von den rein regulativen Principien und Schlüssen der mechanischen Wärmetheorie absieht — durch diese und erdenkbare ähnliche Versuche die Frage, welche sich in Betrachtungen wie den vorliegenden oft aufdrängt: Von welchen Bedingungen hängt es ab, ob bei der Scheidung der neutralen Electricität Wärme entsteht oder nicht? — und ich möchte mir erlauben, ein Beispiel anzuführen, welches die Art und Weise der Lösung wenigstens andeutet.

Es sei, ähnlich wie oben, ein electrischer Punkt, welcher die Electricitätsmenge Q enthalte, im Mittelpunkte einer contractilen Kugelfläche vom ursprünglichen Radius r gelegen, welche die Electricitätsmenge $-Q$ enthält. Man lässt dieselbe sich rasch mit der grossen, aber constanten Geschwindigkeit g zusammenziehen; gefragt ist nach der mechanischen Arbeit, welche dabei geleistet wird. Wir nehmen an, dass die Wirkung zweier bewegten electrischen Theilchen gegeben sei nach Weber's Gesetz durch:

$$\frac{e e'}{r^2}\left\{1 - a^2 g^2\right\}.$$

Zunächst findet sich die Arbeit, welche durch Annäherung der Kugelfläche an den Punkt entsteht, wenn

die Contraction wieder von einem Radius $r + c_0$ bis zu r stattgefunden hat, als:

$$-Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)} \left\{1 - a^2 g^2\right\}. \tag{5}$$

Die Arbeit, welche durch die Bewegung der Electricitätstheilchen der Kugelfläche gegeneinander geleistet wird, zerfällt in zwei Theile; der erste ist ebenso gross, wie wenn das von der Geschwindigkeit abhängige Glied fehlte und daher gleich:

$$+\frac{1}{2} Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)}. \tag{6}$$

Endlich ist das von der Geschwindigkeit abhängige Glied zu berechnen. Nennt man wieder ϱ die Entfernung zweier Elemente der Kugelfläche, ϑ den zu ϱ als Sehne gehörigen Centriwinkel, so ist:

$$\frac{d\varrho}{dt} = 2g \sin \frac{\vartheta}{2}.$$

Die zum Coulomb'schen Gesetz hinzukommende Ergänzungskraft ist daher:

$$-4 \frac{\varepsilon d\sigma \cdot \varepsilon' d\sigma'}{\varrho^2} \cdot a^2 g^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Wir bilden zunächst wieder von dieser Ergänzungskraft die Normalcomponente, welche die ganze Kugelfläche auf ein Element $\varepsilon d\sigma$ ausübt; es ist:

$$\varepsilon' = -\frac{Q}{4R^2\pi} = \varepsilon; \quad \varrho = 2R \sin \frac{\vartheta}{2}$$

und daher die gesuchte Normalcomponente:

$$-\frac{a^2 g^2}{2R^3} \varepsilon d\sigma \int \varrho \cdot \varepsilon' d\sigma'.$$

Führt man ein Kugelcoordinatensystem R, ϑ, φ ein so ist:

$$d\sigma' = R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi.$$

Das Integral geht dadurch über in:

$$\frac{QR}{2\pi}\int_0^{\pi} \sin\vartheta \sin\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{4}{3} QR.$$

Die Elementararbeit für ein einziges Element ist daher:

$$-\frac{a^2 g^2}{2R^3} \cdot \varepsilon d\sigma \cdot \frac{4}{3} QR.dR$$

und daher für sämmtliche Elemente der Kugel:

$$-\frac{2}{3} a^2 g^2 . Q^2 . \frac{dR}{R^2}$$

und daher die Arbeit für den ganzen Weg:

$$(7) \qquad -\frac{2}{3} Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)} . a^2 g^2.$$

Die Addition von (5), (6) und (7) ergibt die ganze Arbeit zu:

$$(8) \qquad -\frac{1}{2} Q^2 \frac{c_0}{r(r+c_0)} \left[1 - \frac{2}{3} a^2 g^2\right].$$

Die durch die Annäherung der Kugelschale gewonnene Arbeit ist also im zweiten Falle, wenn die Bewegung rasch erfolgt, kleiner als im ersten Falle. Trotzdem repräsentiren die electrischen Ladungen beider Systeme am Ende der Bewegung die gleiche potenzielle Energie (denn eine Aenderung der Electricitätsmenge infolge der Bewegung anzunehmen, erscheint durchaus unzulässig); es bleibt demnach nur übrig anzunehmen, dass bei der raschen Bewegung des Systems gleichzeitig Wärme in der äusseren Kugelfläche entstanden ist, d. h.

Eine rasche Dichtigkeitsänderung von freier Electricität muss mit Wärmeentwickelung verbunden sein, auch wenn keine Aenderung der relativen Vertheilung erfolgt. Erfolgt die Verdichtung mit constanter Geschwindigkeit, so ist die entwickelte Wärmemenge proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit.

Es ist bei den letzten Betrachtungen, in welchen die Geschwindigkeit der Theilchen willkürlich festgesetzt wird, zu beachten, dass ich die bei der Bewegung geleistete Arbeit, nicht die Zunahme der lebendigen Kraft der ponderablen Masse, berechne. Die letztere ist gleich Null; die Arbeit dagegen müsste sich unabhängig von der Art des Ueberganges ergeben, sobald die Kräfte nur Functionen der Entfernung sind.

Seither hatten wir Aenderungen der potenziellen Energie von bereits geschiedenen Electricitätsmengen vorausgesetzt. Bis zu welchem Betrage lässt sich mechanische Arbeit in potenzielle electrische Energie umsetzen, wenn die Electricitäten erst zu scheiden sind?

Wir setzen die folgende Versuchsanordnung voraus: Einer Drahtspirale werde ein constanter Magnet genähert; von den Enden der offenen Drahtspirale mögen zwei dicht nebeneinander gelegene Drähte nach einem entfernten Condensator führen, welcher ebenso, wie vorher angenommen, aus zwei concentrischen Kugelflächen besteht; der ganze Stromkreis kann dann als ein nahezu im Sinne der Geometrie geschlossener angesehen werden. Bei Bewegung des Magneten wird eine electrische Strömung in der Spirale entstehen und an den Enden derselben sich Electricität von einer gewissen Spannung V_1 resp. V_2 ansammeln; V_1 und V_2 stellen dann dar die Potentialfunction der freien Electricität auf den beiden Belegungen des Condensators; die Electricitätsmengen auf den beiden Belegungen sind, da die eine die andere ganz umschliesst, entgegengesetzt gleich; sie seien gleich $\pm Q$. Dann ist das Gesammtpotential der Ladung:

$$W = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)$$

und:

$$Q = \frac{r(r \pm c_0)}{c_0} (V_1 - V_2). \tag{9}$$

Daher ist:

$$W = \frac{1}{2} \frac{r(r+c_0)}{c_0} (V_1 - V_2)^2. \tag{10}$$

$V_1 - V_2$ misst die electromotorische Kraft des Integralstromes bei offenem secundären Kreise, wenn man so verfahren ist, dass die electromotorischen Kräfte der Differentialströme sich addirt haben. Zu dem Ende hat man nur nöthig. die Bewegung des Magneten so zu regeln, dass die electromotorische Kraft des in irgend einem Moment inducirten Differentialstromes gleich, beziehungsweise um eine unendlich kleine Grösse grösser ist als die electromotorische Kraft des ganzen bis dahin inducirten Integralstromes. Wäre nur ein einziger Magnetpol vorhanden und bezeichnete man mit K die Kegelöffnung, unter welchem einem im Magnetpol befindlichen Auge der Stromkreis erscheint zur Zeit t, K_0 die Kegelöffnung zu Anfang der Bewegung t_0, so wäre diese Bedingung erfüllt, wenn die Bewegung so regulirt wäre, dass stets:

$$\frac{dK}{dt} = \varepsilon \varkappa (K - K_0) + \delta,$$

wo $\varkappa$ die magnetische Flüssigkeit des Poles, ε die Inductionsconstante, δ eine Grösse bedeutet, welche sich dem unendlich Kleinen beliebig nähern kann.

Ist diese Bedingung nicht während der ganzen Bewegung erfüllt, so wird bei offenem Stromkreise alternirende Electricitätsbewegung eintreten schon während eines einzigen Inductionsactes; sobald nämlich die electromotorische Kraft des Integralstromes, welcher während der Zeit von t_0 bis t erregt wurde, grösser geworden ist als die electromotorische Kraft des Differentialstromes zur Zeit t, tritt eine Rückströmung ein, bis die noch vorhandene Differenz $V_1 - V_2$ entgegengesetzt gleich ist der electromotorischen Kraft des augenblicklichen Differentialstromes. — Es ist von Interesse, zu bemerken, dass die obige Bedingung für das Maximum der Erregung von freier Electricität von selbst erfüllt ist für den Inductionsstrom, welcher durch Oeffnen und Schliessen

einer Spirale entsteht. Man würde nur $\varepsilon \varkappa K = -\frac{W}{P}$ zu setzen haben, wo W den Widerstand, P das Potential der Spirale bedeutet.[1])

Die Formel (9) zeigt, dass der Ladungsstrom so beschaffen ist, als ob die electromotorische Kraft $V_1 - V_2$ des Integralstromes wirkte in einem geschlossenen Stromkreise von dem Widerstand:

$$\frac{c_0}{r(r+c_0)}.$$

Dass für $c = 0$ der Werth von Q unendlich wird, ist nur ein scheinbarer Widerspruch; denn sobald $c = 0$, der Stromkreis also geschlossen ist, muss dessen galvanischer Leitungswiderstand berücksichtigt werden.

Wir fragen noch nach der Wärme, welche der Ladungsstrom im Kreise hervorbringt. Bezeichnet w den Widerstand eines Kreises, E die electromotorische Kraft zur Zeit t, so ist die gesammte im Kreise entwickelte Wärme, während E von 0 bis E_0 ansteigt:

$$\int_0^{E_0} \frac{E^2}{w}\, dt.$$

Steigt der Strom an, wie hier verlangt, nach dem Gesetz:

$$\frac{dE}{dt} = E \text{ d. h. } dt = \frac{dE}{E},$$

so wird die gesammte Wärme:

$$(11) \qquad = \frac{1}{w} \cdot \frac{E_0^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{r(r+c_0)}{c_0} (V_1 - V_2)^2.$$

Die Vergleichung von (10) und (11) zeigt:

Wenn die Induction unter solchen Bedingungen vor sich geht, dass das Maximum von freier Electricität entsteht, so geht gleichzeitig die Hälfte der geleisteten Arbeit in Wärme über.

---

1) Helmholtz, Pogg. Ann. LXXXIII. p. 510. 1851.

Denkt man sich, dass in demselben Augenblicke, in welchem die Bewegung des Magneten aufhört, der Condensator von der Inductionsspirale getrennt werde, so würde durch seine Ladung eine gewisse potenzielle electrische Energie gegeben sein, welche nach dem Vorhergehenden wieder fast vollständig in mechanische Arbeit umgesetzt werden könnte.

Lässt man also mechanische Arbeit sich mittelst Stromerzeugung umsetzen in potenzielle Energie von freier Electricität und diese wieder in Arbeit, so wird höchstens die Hälfte der ursprünglichen Arbeit wieder gewonnen; die andere ist in Wärme übergegangen.

Ein ganz analoges Resultat erhält man, wie bekannt, für den Fall, dass eine electromagnetische Maschine mechanische Arbeit leistet. Ist der Gang derselben so beschaffen, dass sie in einer gegebenen Zeit das Maximum der mechanischen Arbeit leistet, so wird die Hälfte der chemischen Umsetzungswärme, welche in der nicht arbeitenden Maschine zur Stromerzeugung verwendet würde, aufgewendet für mechanische Arbeit, die andere Hälfte bleibt als Wärme im Schliessungsdrahte.

Ueberblickt man die Gesammtheit der Resultate dieses Paragraphen, so schliesse ich, und dies ist die Grundlage für die folgenden Deductionen, dass Wärme niemals ihrer ganzen Menge nach in electrische Strömung umgesetzt werden kann, sondern höchstens bis zu demselben Betrage, bis zu welchem sie auch in mechanische Arbeit überführbar ist.

Stellt man die drei Grössen, um welche es sich handelte, nach ihrem Verwandlungswerth geordnet, zusammen, so würden sie die Reihenfolge haben:

1) Electrische potenzielle Energie,
2) Mechanische Arbeit,
3) Wärme,

so dass 1) fast vollständig in 2) und vollständig in 3); 2) vollständig in 3) aber nur theilweise in 1); 3) im allge-

meinen niemals vollständig weder in 2) noch in 1) übergeführt werden kann.

§. 3. Anwendung der vorhergehenden Betrachtungen auf die Theorie der constanten Ketten.

Nach den Vorhergehenden kann man sagen:

Die electromotorische Kraft, welche man als höchsten Werth einer Kette beilegen darf, ist definirt durch den doppelten Werth der mechanischen Maximalarbeit, welche sie, unter näher zu bestimmenden für alle Ketten gleichen Bedingungen, zu leisten im Stande ist.

Damit ist auf die Vorgänge innerhalb der Kette der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie anwendbar.

Man denke sich zunächst, dass die Wärme, welche aus irgend einem chemischen Process entsteht, etwa aus der Auflösung von Zink in Schwefelsäure, verwendet werde zum Betrieb einer Maschine. Ist die absolute Temperatur der Wärmequelle T, die Temperatur des Körpers, auf welchen sich ein Theil der Wärme überträgt, t; die überhaupt ausgegebene Wärmemenge Q, die abgegebene q, so ist, falls ein umkehrbarer Process vorliegt, zur Arbeit verwendet der Bruchtheil:

$$Q - q = Q\left\{1 - \frac{t}{T}\right\}.$$

Wollte man den Versuch in der Weise machen, dass man die Mischung als Wärmequelle benutzte, so würde die höchste Temperatur T, welche man erzielen kann, sehr gering ausfallen; sie könnte höchstens der Siedepunkt der verdünnten Schwefelsäure sein. Bei der chemischen Vereinigung aber muss, wenn auch nur eine sehr kurze Zeit lang, das Molecül, welches sich eben gebildet hat, eine sehr hohe Temperatur besitzen. Wenn es gelänge, diese, die Verbindungstemperatur selbst, als höchste Temperatur einer arbeitenden Maschine zu verwenden, so würde man

ungleich günstigere mechanische Effecte erzielen. Dies scheint aber einzutreten, wenn man die chemische Umsetzung im Kreise eines geschlossenen Stromes vor sich gehen lässt. In diesem Falle wird das Molecül selbst zur arbeitenden Maschine; die Wärme von hoher Temperatur wird nicht erst übertragen auf Körper von niederer Temperatur, sondern sofort in diejenige Bewegungsform umgesetzt, welche man strömende Electricität nennt und welche ihrerseits dann Arbeit vollbringen kann.

Stellt man sich also vor, ein Atom Zn, welches sich in einem geschlossenen Stromkreis mit SO_4 vereinigt, erhitze sich durch die entstandene Wärmemenge Q so, dass die gebildete Gruppe $ZnSO_4$ die Temperatur T bekomme, und es gehe dann von Q ein Theil in Arbeit über, indem das Molecül sich abkühle auf die ursprüngliche Temperatur t, so ist der günstigsten Falles in Arbeit übergegangene Wärmebetrag $Q-q$ gegeben durch:

$$Q - q = Q\left\{1 - \frac{t}{T}\right\}.$$

Nur die Wärmemenge $Q-q$ tritt als electrische Bewegung, als electromotorische Kraft auf; dieselbe ist also nicht, wie man gewöhnlich annimmt, ohne weiteres identisch mit der Wärmetönung.

Wenn man mittelst einer Kette mechanische Arbeit erzeugen will, so ist danach der Vorgang folgender: Zunächst setzt man von einer durch die chemischen Umsetzungen gegebenen Wärmemenge von im allgemeinen freilich sehr hoher Temperatur einen Bruchtheil in eine Energieart um, von welcher dieselbe Quantität entsteht, wie wenn die Wärme in mechanische Arbeit verwandelt würde. Von dieser Energie wird wieder höchstens die Hälfte als mechanische Arbeit gewonnen, die andere bleibt als Wärme in der Leitung zurück. So bleibt durch die doppelte Umsetzung Wärme unverwandelt; den einen Bruchtheil derselben nannte man seither „Wärme durch secun-

däre Processe". Es wird daher eine Polarisationsbatterie in einer gegebenen Zeit höchstens halb so viel mechanische Arbeit liefern, wie, theoretisch genommen, eine mit derselben Menge Knallgas getriebene Gaskraftmaschine.

Will man sich von dem molecularen Vorgange eine, freilich ganz hypothetische, Vorstellung machen, welche aber keineswegs nöthig ist, um die allgemeinen Principien der Wärmetheorie auf die in Rede stehenden Erscheinungen anwenden zu können, so denke man sich beispielshalber, es bilde sich ein Molecül $CuSO_4$ aus Cu und SO_4. Bei gewöhnlicher Temperatur t würde das bereits gebildete Molecül $CuSO_4$ ein gewisses Volumen v besitzen, seine Aethertheilchen einen gewissen Druck p ausüben; der so durch v, p, t charakterisirte Zustand würde seinen normalen Zustand darstellen. Es werde derselbe, indem man wie bei anderen derartigen Darstellungen, den Zustand in einer Coordinatenebene p, v darstellt, durch den Endpunkt A der Coordinate p repräsentirt.

1) Denkt man sich, indem man von diesem Zustand A ausgeht, dass dem Molecül eine Wärmemenge plötzlich mitgetheilt werde, so steigt seine Temperatur auf T, sein Volumen kann sich so rasch nicht ändern, der Druck der Aethertheilchen steigt aber rasch.

2) Es wird bald ein Zustand B eintreten, in welchem alle Aethertheilchen dieselbe Geschwindigkeit angenommen haben, infolge davon das Molecül anfängt sich auszudehnen und gleichzeitig Bewegung, d. h. Arbeit nach aussen abgibt. Auf diesem Zustand wird es durch die nachgelieferte Wärmemenge, bei der Bildung des Molecüls infolge der weiter fortschreitenden Verbindung, erhalten, d. h. es dehnt sich bei der Temperatur T aus (bis zum Zustand C).

3) Die Vereinigung sei erfolgt, dem Molecül wird keine Wärme mehr nachgeliefert; es gibt seine Temperatur T ab, indem es allmählich auf die niedrigere Temperatur t zurückgeht mit dem zugehörigen Volumen und Druck. Dieser Rückgang CA kann stets in eine Reihe adiabatischer und adiathermaner Curven zerlegt werden.

Dieser Kreisprocess ist umkehrbar für alle diejenigen Combinationen, welche unpolarisirbar sind, wie sofort einleuchtet. Die nicht vollkommene Umkehrbarkeit liegt, glaube ich, an den Linien AC und AB, da BC ein für allemal durch die Natur des Electrodenmetalls und des Electrolyten bestimmt sein wird.

Das Faraday'sche Gesetz sagt dann aus, dass bei derselben Stärke der Aethererschütterungen (Stromintensität) für jedes beliebige Molecül eines Electrolyten und für jede beliebige Temperatur die Zeit, welche nöthig ist, für den ganzen Umgang des Kreisprocesses, dieselbe ist.

Da bei Umkehrung des Processes (Electrolyse) in der That Zersetzung der Flüssigkeit eintritt, so müssen wir ferner für unpolarisirbare Combinationen schliessen, dass die Temperatur T in der That zur unteren Grenze die Zersetzungs-(Dissociations-)temperatur des Electrolyten hat.

Diese Temperatur T ist aber keineswegs identisch mit derjenigen Temperatur, welche man sonst wohl „Verbindungstemperatur" nennen würde und welche sich aus der Wärmetönung und der als bekannt vorausgesetzten specifischen Wärme des Körpers berechnen würde; vielmehr wird sie im allgemeinen unterhalb derselben zu denken sein und somit zwischen der „Verbindungstemperatur" und der Zersetzungstemperatur liegen. Sie wird ferner, soweit die bisher angeführten hypothetischen Anschauungen hierzu eine Andeutung geben, auch abhängen von der Beschaffenheit der umgebenden Körper. Sie ist vielleicht unter sonst gleichen Umständen um so niedriger, je grösser die die galvanische Leitungsfähigkeit derselben ist, je leichter dieselben also die Erschütterungen, welche den electrischen Strom selbst ausmachen oder erst bilden helfen, aufnehmen. Es ist daher denkbar und im allgemeinen gefordert, dass bei denselben chemischen Processen die electromotorische Kraft trotzdem je nach der Beschaffenheit der Flüssigkeit und des festen Körpers verschieden ist.

Es schliesst sich hieran die schon früher aufgeworfene Frage, die electromotorische Kraft der Polarisation betreffend: Wenn ein galvanischer Strom eine Flüssigkeit, z. B. Wasser, electrolysirt, so ist die Polarisation keineswegs, wie die seitherige Theorie verlangte, eine von der Stromintensität unabhängige electromotorische Kraft, sondern für kleine Intensitäten derselben nahezu proportional, für grössere sich einem Maximum nähernd und ausserdem, sobald das Maximum noch nicht erreicht ist, bei derselben Intensität nicht dieselbe, sondern um so grösser, je grösser die Stromdichtigkeit d. h. die Dicke der abgeschiedenen Gasschicht ist.

Ich schliesse hieraus in Verbindung mit den vorhergehenden Betrachtungen:

Die höchste Temperatur T, welche die Atome bei der Electrolyse bekommen, in Gegenwart einer Flüssigkeit, ist abhängig von der Entfernung der nächstgelegenen Flüssigkeitstheilchen und nähert sich bei Zunahme dieser Entfernung rasch einem Maximalwerth.

Dabei braucht T, wie schon erwähnt, nicht die eigentliche Zersetzungstemperatur zu sein; aber selbst wenn sie mit derselben zusammenfiele, so würde der Schluss durchaus nicht ohne Analogie sein; ich darf nur daran erinnern, dass chlorsaures Kali in Gegenwart von Braunstein bei einer Temperatur zersetzt wird, welche um mehrere hundert Grad niedriger ist als die Zersetzungstemperatur desselben im reinen Zustande.

Es gehört hierher noch ein Beispiel, welches der seitherigen Auffassung widersprach und welches zwar durch die mitgetheilten Anschauungen nicht erklärt wird, aber doch nicht mehr als absoluter Widerspruch gegen die Theorie auftritt:

Ersetzt man in der Bunsen'schen Kette die Kohle durch Platin, so bleibt die electromotorische Kraft dieselbe; ersetzt man dagegen die Salpetersäure durch Chromsäure, so wird in der Bunsen'schen Kette die electromotorische

Kraft etwas erhöht (wie 100:102 bis 100:109), fällt dagegen in der Grove'schen Kette auf etwa $^2/_3$ ihres vorigen Werthes. Hier scheint es, nach den obigen Vorstellungen, als ob die bessere Leitungsfähigkeit des Platins die Temperatur T im letzten Falle weniger hoch steigen lasse (warum aber nicht auch bei Salpetersäure derselbe Einfluss?)

Bisher haben wir nur die Vorgänge an einer einzigen Electrode betrachtet. Handelt es sich um die electromotorische Kraft, welche durch mehrere Contactstellen hervorgebracht wird, wie es in der Wirklichkeit stets der Fall ist, z. B. um die Kraft des Daniell'schen Elementes in der Form:

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{CuSO_4} \mid \mathrm{ZnSO_4} \mid \mathrm{Zn} \mid \mathrm{Cu},$$

so ist zu beachten, dass $\mathrm{Zn} \mid \mathrm{ZnSO_4} \mid \mathrm{Zn}$ und $\mathrm{Cu} \mid \mathrm{CuSO_4} \mid \mathrm{Cu}$ nahezu unpolarisirbare Combinationen sind; d. h. bei der Zersetzung von 1 Aeq. $\mathrm{ZnSO_4}$ an einer Zinkelectrode wird dieselbe Electricitätsmenge verloren wie bei der Bildung gewonnen oder der obige Process ist umkehrbar. Man darf daher, um derartige Combinationen zu berechnen, sich gewissermaassen vorstellen, dass zwei Maschinen sich entgegenarbeiten und es würde daher die electromotorische Kraft des Daniells gegeben sein:

$$\text{Daniell} = W(\mathrm{Zn, SO_4}) \cdot f(t) - W'(\mathrm{Cu.SO_4}) \cdot \varphi(t),$$

wo $f(t)$ und $\varphi(t)$ unterhalb der Werthe liegen:

$$f(t) \text{ unterhalb } 1 - \frac{t_0}{T_1}, \qquad \varphi(t) \text{ unterhalb } 1 - \frac{t_0}{T_2},$$

wenn T_1 und T_2 die höchsten bei dem chemischen Vorgang vorkommenden Temperaturen sind. (Eigentlich ist zu setzen $Q[1 - \Sigma\psi(t, q)]$, wo Q die ganze entwickelte Wärmemenge, q die bei einem elementaren Carnot'schen Process als Wärme von niederer Temperatur abgegebene Wärmemenge bezeichnet und $\psi(t, q)$ für jeden dieser elementaren Carnot'schen Processe zu bilden ist).

Wenn die nach der seitherigen Theorie berechnete electromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes mit dem empirisch gefundenen sehr nahe übereinstimmt, der

direct gefundene sogar den berechneten übertrifft[1]), so deutet dies darauf hin, dass von obigen Functionen $\varphi(t) < f(t)$ ist, was auch a priori nicht unwahrscheinlich. Denn im allgemeinen darf man erwarten, dass diese Functionen um so grösser sind, je grösser die Wärmetönung selber ist.

Es erklärt sich aus der Beschaffenheit der Temperaturfunctionen der von Edlund[2]) aufgestellte Satz, wonach ein Strom, welcher eine electromotorische Combination in einer dem Strom der letzteren gleichen Richtung durchfliesst, geradezu Temperaturabnahme bewirkt; statt allgemeiner Behandlung wähle ich ein beliebig gedachtes numerisches Beispiel. Angenommen, die beiden sich für Stromerzeugung entgegenarbeitenden Wärmetönungen seien die eine gleich +2000 und ihre Temperaturfunction $= \frac{3}{4}$; die andere gleich 1000, ihre Temperaturfunction $= \frac{1}{4}$. Dann würde für Stromerzeugung verwendet die Wärmemenge:

$$2000 . \frac{3}{4} - 1000 . \frac{1}{4} = 1000 . \frac{5}{4},$$

während die in der Kette wirklich vor sich gehenden chemischen Processe nur eine Wärmemenge $= 1000$ erzeugen könnten.

Fliesst der Strom umgekehrt, so bringt er, da der Process umkehrbar ist, die Wärmemenge $1000 . \frac{5}{4}$ in der Kette hervor.

Auch dass im Daniell'schen Element diese Wärmemenge sehr gering ist (aber noch Erzeugung von Wärme für den Strom des Elementes selbst l. c. p. 431) stimmt mit dem eben über das Daniell'sche Element gesagten (nur muss die electrisch gemessene electromotorische Kraft desselben dann geringer sein als die nach der seitherigen Theorie aus den Wärmetönungen berechnete); desgleichen würde in dem Grove'schen Element ein Wärmeschwund

1) Wiedemann, Galvanismus II. 2. p. 489.
2) Pogg. Ann. CLIX. p. 420 ff.

durch seinen eigenen Strom wahrscheinlich (vgl. l. c. p. 431) wegen seiner grossen electromotorischen Kraft; überhaupt wird diese Wärmeabsorption um so stärker auftreten, je verschiedener die beiden Temperaturfunctionen sind. Wir bekommen durch derartige Messungen umgekehrt einen Anhalt zur Beurtheilung dieser Function für verschiedene chemische Processe.

Zum Schlusse dieses Paragraphen erlaube ich mir noch gelegentlich darauf hinzuweisen, dass dieselben Principien im allgemeinen auch Anwendung finden müssen auf Ströme, die aus anderweitigen Ursachen entstanden sind, so auf die Nervenströme, mögen dieselben in der That im lebenden unversehrten Organismus existiren oder erst bei dem Versuche selbst entstehen. Desgleichen werden ähnliche Schlussfolgerungen, welche übrigens direct aus den Entwickelungen von Clausius[1]) folgen, Anwendung finden auf die Muskelarbeit, wenn anders dieselbe in directem ursächlichen Zusammenhang mit den chemischen Processen steht, welche im arbeitenden Muskel vor sich gehen. Unter dieser Annahme würde man zu folgendem Schlusse kommen:

Quantitäten verschiedener Nahrungsmittel, welche beim Uebergange in diejenigen Producte, die aus ihnen im arbeitenden Muskel gebildet werden, gleiche Wärmemengen liefern würden, bedingen nicht dieselbe Arbeitsfähigkeit. Es wird vielmehr bei derselben möglichen Wärmemenge derjenige Stoff mehr Arbeit liefern können, dessen Molecüle bei der Zersetzung höhere Temperaturen annehmen. Diese Temperaturen werden aber wieder im allgemeinen um so höher sein, je einfacher die entstehenden Zersetzungsproducte constituirt sind.

Die Umkehrung des Satzes würde vielleicht auch über die Gültigkeit der Hypothese, an welche er geknüpft ist, entscheiden lassen.

1) Abhandlungen I. p. 242 ff.

§. 4. Ueber die electromotorische Kraft inconstanter Ketten.

Den Betrachtungen dieses Abschnittes muss ich die folgenden empirischen Sätze vorausschicken:

1) Die electromotorische Kraft einer constanten Kette ist im offenen Kreise gleich derjenigen im geschlossenen.

2) Leitet man einen electrischen Strom durch eine Zersetzungszelle, welche dadurch polarisirt wird, so wird, soweit bis jetzt mit Genauigkeit ermittelt wurde, die electromotorische Kraft der Polarisation gerade so gross gefunden, mag man den polarisirenden Strom dauernd geschlossen halten, oder die polarisirten Platten durch eine Wippe zu einem selbständigen Elemente schliessen oder endlich die electromotorische Kraft in einem stromlosen Kreise messen, vorausgesetzt, dass eine unendlich kleine Zeit zu den Umschaltungen und Messungen nöthig ist.

Mit anderen Worten: mögen wirklich chemische Umsetzungen vor sich gehen oder nicht, die electromotorische Kraft ist (wenn sonst alle Bedingungen gleich sind, d. h. die Contacte der Electroden und Flüssigkeiten sich nicht ändern) stets dieselbe. Ich glaube auf das, wie mir scheint, höchst Merkwürdige dieses bekannten Satzes aufmerksam machen zu müssen. Man übersieht sofort, dass er im Stande ist als Ausgangspunkt einer Deduction zu dienen, da er rein electrische Kräfte, entstanden und unterhalten ohne chemische Umsetzungen, in Beziehung bringt mit electrischen Kräften, welche entstehen durch den Strom; er vermittelt ohne weiteres den Uebergang vom stromlosen Zustande einer Combination zu dem Verhalten der vom Strom durchflossenen. Nach rein apriorischer Ueberlegung, scheint mir, würde es höchst sonderbar sein, wollte man die electromotorische Kraft der geschlossenen Kette, eine durch Wärmetönungen, wenigstens ihrer obersten Gränze nach, definirte Grösse als gleich annehmen mit der durch blossen Contact entstandenen electrischen Spannungsdifferenz. Auch wenn man diese letztere auffasst als das, was sie immer ist, als Ladungserscheinung, so hat zwar bei

einer Flüssigkeitskette die auf den Polen angesammelte Electricität ihr Aequivalent in der Zersetzungsarbeit von electrolytisch an der Gränzfläche ausgeschiedenen Bestandtheilen, sonderbar bleibt immer, dass die electrische Potentialdifferenz, welche überhaupt infolge des Contactes kann bestehen bleiben, proportional ist der Arbeitsfähigkeit der chemischen Wärmetönung, welche der Uebertritt der Electricitätsmenge 1 bewirkt. Dieser Satz ist wie das Faraday'sche Gesetz als eine Fundamentaleigenschaft aufzufassen, welche den inneren Zusammenhang zwischen Electricität und chemischen Umwandlungen andeutet.

Es erübrigt jetzt nur, und dies ist der ganze Kunstgriff, electromotorische Kräfte, welche durch strömende Electricität entstanden sind, auszudrücken, einerseits nach dem gewöhnlichen Verfahren der Contacttheorie, andererseits, ihre oberste Gränze, durch Wärmetönungen, um sofort durch Auswahl passender Combinationen auch über die electromotorische Kraft offener, inconstanter Ketten einige, wenigstens angenähert zutreffende, Schlüsse machen zu können.

Ehe ich hierzu übergehe, bemerke ich, dass aus dem Satz 2) folgt:

Mit derselben Annäherung, mit welcher die electromotorische Kraft einer polarisirten Combination, wenn sie zu einem eigenen, stromgebenden Element geschlossen wird, gleich ist der electromotorischen Kraft der Zelle im polarisirenden Strome, — mit derselben Annäherung sind in der Combination Zersetzung mit (man gestatte den unpräcisen Ausdruck) Electricitätsverbrauch und Electricitätsentwickelung infolge von chemischer Verbindung umkehrbar.

Erste Methode: Wir lassen die Combination, deren electromotorische Kraft gesucht ist, erst durch den Strom entstehen. Dann muss die bei der Entstehung verbrauchte Wärmemenge dem übrigen Stromkreis entzogen werden und ein durch die Temperaturfunction bestimmter

Theil der Wärme ist die obere Grenze der electromotorischen Kraft der Combination, welche andererseits noch nach der Contacttheorie ausgedrückt wird.

Ich gebe ein Beispiel. Denkt man sich durch die nicht electromotorische Combination:

$$Cu \mid ZnSO_4 \mid Cu$$

einen Strom von der Intensität 1 geleitet, so bringt derselbe hervor die Wärmetönungen:

$$W(Cu, SO_4) - W(Zn, SO_4) + W(Zn, Cu),$$

so dass:

$$W(Cu, SO_4)\,\varphi(t) - W(Zn, SO_4).f(t)$$

die höchste mögliche electromotorische Kraft der entstandenen polarisirten Zelle bestimmen. Nach der Contacttheorie wäre aber die electromotorische Kraft der Zelle:

$$\delta_1 . Cu \mid CuSO_4 + \delta_2 . Cu \mid ZnSO_4 + ZnSO_4 \mid Zn + Zn \mid Cu.$$

Die Grössen δ_1 und δ_2 sind ächte Brüche; sie sind hinzugefügt, weil man in Zweifel sein kann, ob die der Electrode nächste Schicht bis zu einer Dicke, welche man den Radius der Wirkungssphäre der electromotorischen Kräfte nennen könnte, blos aus $CuSO_4$ oder auch aus $ZnSO_4$ besteht. Im allgemeinen wird wohl der letztere Körper noch überwiegen. Man bekommt daher durch die obigen Wärmetönungen, aber nur angenähert, einen Ausdruck für die electromotorische Kraft der Combination $Cu \mid ZnSO_4 \mid Zn$.

Zweite Methode. Es handele sich um Berechnung der electromotorischen Kraft von $Cu|Zn|SH_2O_4|Cu$.

1) Durch die nicht electromotorische Combination $Cu \mid SH_2O \mid Cu$ leite man einen Strom von der Intensität 1. Der entstehende Polarisationsstrom hat die electromotorische Kraft:

a) durch Wärmetönungen ausgedrückt:

(1a) $$W(Cu, SO_4).\varphi(t) - W(H_2, SO_4).\psi(t) + W(H_2, Cu).\chi(t).$$

b) nach der Contacttheorie:

(1b) $$\delta_1 . Cu|H_2SO_4 + \delta_2 . Cu|CuSO_4 + \delta_3 . H_2SO_4|Cu + \delta_4 . H_2|Cu.$$

Was die ächten Brüche δ betrifft, so will ich annehmen, dass δ_2 sehr klein gegen δ_1 ist; physikalisch genom-

men heisst dies, dass der gebildete Kupfervitriol sofort von der Electrode entfernt werde. Diese Annahme bringt natürlich einen kleinen Fehler im Resultate mit sich; der Bruch δ_1 ist dann gleich 1 zu setzen; δ_4 ist, wenn die Polarisation im Maximum ist — was vorausgesetzt werden soll — gleich 1 und daher $\delta_3 = 0$.

2) Man leite durch die Combination Zn | SH_2O_4 | Zn einen Strom von der Intensität 1. Dann entsteht ein Polarisationsstrom:

a) durch Wärmetönungen ausgedrückt:

(2a) $W(Zn,SO_4).f(t) - W(H_2,SO_4).\psi(t) + W(H_2,Zn).\mu(t)$.

b) nach der Contacttheorie:

(2b) $\delta'_1.Zn|H_2SO_4 + \delta'_2.Zn\,ZnSO_4 + \delta'_3.H_2SO_4|Zn + \delta'_4.H_2|Zn$.

Ueber die Grössen δ' sollen dieselben Annahmen, wie oben über die Grössen δ, gemacht werden. Durch Subtraction der Gleichungen (2a) und (1a), resp. (2b) und (1b) bleibt daher:

(3a) $W(Zn,SO_4).f(t) - W(Cu,SO_4).\varphi(t) + W(H_2,Zn)\mu(t) - W(H_2,Cu)\chi(t)$.

(3b) $Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Cu + (Cu \mid H_2 + H_2 \mid Zn)$.

Von der Grösse Cu | $H_2 + H_2$ | Zn schliesse ich, dass sie gleich Cu | Zn ist, sobald nur in der That das Maximum der Polarisation erreicht ist, so dass kein Contact der mit Wasserstoff umgebenen Electroden mehr mit der Flüssigkeit eintritt.[1]) Es folgt der Schluss dann unmittelbar aus den Versuchen über die electromotorische Kraft von Metallen in verschiedenen Gasen.[2])

Dann ist durch (3b) die electromotorische Kraft der Combination Cu | Zn | SH_2O_4 | Cu ausgedrückt nach der Contacttheorie, durch (3a) dieselbe Grösse in Wärmetönungen.

Man wird aus diesen Gleichungen zu schliessen ge-

1) Die Methode von Svanberg (Pogg. Ann. LXXIII; vgl. Wiedemann, Galvanis. I. p. 688) macht die sicher nicht ohne weiteres zulässige Voraussetzung, dass die Combination Pt | H_2SO_4 | $ZnSO_4$ | Zn nach der Polarisation des Platins mit Wasserstoff gleich der electromotorischen Kraft der ursprünglichen Combination plus der electromotorischen Kraft der Polarisation H_2 | Pt sei.

2) v. Zahn, Sitzungsber. d. naturf. Ges. zu Leipzig. 1875. p. 59 ff.

neigt sein, dass die electromotorische Kraft der Combination Cu | Zn | Me SO_4 | Cu unabhängig sei von der Natur des Metalles Me. Doch ist dieser Schluss nicht zulässig. Denn wenn auch die Verbindungswärme Me, SO_4 vollständig aus der Gleichung herausfällt, so kann 1. die stets eingehende und leider noch ganz unbekannte Temperaturfunction von der Natur des Electrolyten abhängen; 2. wird sicher die Wärmemenge (Zn, SO_4) eine andere, wenn Zn sich vereinigt mit der Gruppe SO_4, je nachdem die letztere an andere Metalle gebunden ist oder — um es hypothetisch auszudrücken — je nachdem die Gruppe SO_4 einen grösseren oder kleineren anfänglichen Abstand von dem Zn hat (wobei die entgegengesetzt wirkende Affinität des Metalls Me gegen SO_4 gleich Null gesetzt sein soll, da sie vollständig aus den Betrachtungen herausgeht).

Das Resultat lässt sich — aber nur als ein angenähertes — in folgender Form aussprechen:

Bildet man die Summe der potenziellen Energieen (richtiger der mechanischen Arbeitsfähigkeit) des einen Metalles zu den beiden Ionen des Electrolyten, desgleichen die entsprechende Summe für das andere Metall, so ist die Differenz dieser Summen gleich der electromotorischen Kraft der offenen, einfachen Kette.

Denkt man sich also von den beiden möglichen Strömen, welche durch die Combination entstehen könnten, beide der Reihe nach entstanden und von gleicher Intensität, ferner für beide die Wärmetönungen gebildet, welche sie in der Kette hervorrufen würden, so ist der wirklich entstehende Strom gemessen durch die Differenz beider Wärmetönungen (beziehungsweise deren Arbeitsfähigkeiten) und seine Richtung bestimmt als diejenige, in welcher der von den beiden überhaupt möglichen, unter sonst gleichen Umständen, die grössere Wärmemenge in Arbeit umsetzt. Wir kommen so von ganz anderen Gesichtspunkten aus wieder auf den Satz zurück, dass auch die Entstehung electrischer Ströme dem allgemeinen Principe gehorcht, wonach alle Ver-

änderungen in der Materie das Bestreben haben, Wärme von hoher Temperatur und daher grosser Arbeitsfähigkeit, aber hier — und dies dürfte speciell die Electricitätsströmung charakterisiren — durch das Mittelglied von mechanischer Arbeit in Wärme von niederer Temperatur und daher geringer Arbeitsfähigkeit umzusetzen.

Dass die oben gegebene Bestimmungsweise der electromotorischen Kraft das Gesetz der Spannungsreihe und zwar in aller Strenge (mit Berücksichtigung der Natur des Lösungsmittels) ergibt, führe ich nur an, ohne den Beweis, welcher sich leicht hinschreiben lässt, zu geben. Ich betrachte dies nicht etwa als ein Verdienst dieser Betrachtungen, sondern nur als die Erfüllung einer Bedingung, welche in erster Linie zu fordern ist.

§. 5. Anwendungen der Betrachtungen.

Durch Verallgemeinerung der Gleichungen (1a), (1b), (2a), (2b) des vorigen Paragraphen ergibt sich leicht ein allgemeiner Satz. Angenommen, es solle berechnet werden die electromorische Kraft der Metalle M_1 und M_2 in einem binären Electrolyten, dessen Atomcomplexe E_1 und E_2 seien. Denkt man sich durch die unelectromotorischen Combinationen:

$$M_1 \mid E_1 E_2 \mid M_1 \text{ und } M_2 \mid E_1 E_2 \mid M_2$$

einen Strom von der Intensität 1 geleitet, so entstehen die Polarisationen p_1 und p_2, welche sich im Maximum befinden sollen. Dann ist angenähert die electromotorische Kraft der Combination:

$$M_1 \mid E_1 E_2 \mid M_2 = p_1 - p_2 .$$

Dieser Satz lässt sich noch in eine für die experimentelle Verwendung bequemere Form bringen:

Leitet man durch eine polarisirbare Combination $M_1 \mid E_1 E_2 \mid M_2$ einen Strom von der Intensität 1 erst in der Richtung $M_1 \rightarrow M_2$ und dann in der entgegengesetzten, so ist die Differenz der absoluten Werthe der beim Durchgange der Ströme bestehenden electromotorischen Kraft der Com-

bination nahezu gleich der electromotorischen Kraft der offenen inconstanten Kette.

Beweis. Die electromotorische Kraft der offenen Kette ist:

(α) $Cu \mid Zn \mid SH_2O_4 \mid Cu = Zn \mid SH_2O_4 + SH_2O_4 \mid Cu + Cu \mid Zn.$

Geht ein Strom, welcher das Maximum der Polarisation hervorruft, in der Richtung $Zn \rightarrow Cu$ durch dieselbe, so ist die electromotorische Kraft der Zelle:

(α_2) $Zn \mid SH_2O_4 + H_2 \mid Cu + Cu \mid Zn.$

Geht ein Strom in der entgegengesetzten Richtung, so ist die electromotorische Kraft der polarisirten Zelle:

(α_3) $-(Zn \mid H_2 + SH_2O_4 \mid Cu + Cu \mid Zn).$

Die Differenz $(\alpha_2) - (\alpha_3)$ gibt die electromotorische Kraft:

$$Zn \mid SH_2O_4 + SH_2O_4 \mid Cu + Zn \mid H_2 + H_2 \mid Cu + 2Cu \mid Zn$$
$$= Zn \mid SH_2O_4 + SH_2O_4 \mid Cu + Cu \mid Zn.$$

Diese Schlüsse stützen sich also nur auf die Contacttheorie, d. h. die unmittelbarste Erfahrung. Diese Beziehung würde daher anwendbar sein, um die, auch unter den Bedingungen unserer Versuche, gemachte Voraussetzung, dass:

$$Cu \mid H_2 + H_2 \mid Zn = Cu \mid Zn$$

ist, zu prüfen.

Andererseits übersieht man aber, dass auch für Ströme von geringer Intensität die Beziehung bestehen muss: Ein dem ursprünglichen hinzugefügter neuer Strom, welcher sich mit dem ursprünglichen und dem Polarisationsstrome zur Intensität 1 ergänzt, gewinnt dann in der Kette eine grössere Wärmemenge, ruft also eine kleinere Polarisation hervor, wenn er dem ursprünglichen Strome gleichgerichtet ist, als wenn er demselben entgegengerichtet ist.

Denn in beiden Fällen verliert er die Wärmemenge $W(H_2, SO_4)$; im ersten Falle dagegen gewinnt er $W(Zn, SO_4)$, im zweiten die geringere $W(Cu, SO_4)$. Im ersten Falle beträgt also die Schwächung der electromotorischen Kraft des ganzen Stromkreises nur:

$$W\,H_2.\,SO_4\ w\ t - W\,Zn.\,SO_4\ .f(t),$$

im zweiten dagegen:

$$W\,H_2.\,SO_4\ w\ t - W\,Cu.\,SO_4\ .\varphi(t).$$

Die Differenz beider Schwächungen der electromotorischen Kraft ist wieder proportional der electromotorischen Kraft der Combination, soweit dieselbe in chemischen Processen ihren Ursprung hat.

Auf diesen Schluss stützt sich unmittelbar eine Methode, um folgende Frage zu entscheiden: Befinden sich in verschieden warmen Theilen desselben Electrolyten Bleche aus demselben Metall, so entsteht im allgemeinen ein galvanischer Strom. Ist derselbe als Thermostrom aufzufassen oder rührt er ganz oder theilweise daher, dass die verschieden warmen Partien derselben Flüssigkeit sich wie zwei chemisch verschiedene Flüssigkeiten verhalten?

Ist das letzte der Fall, so müssen Ströme von gleicher gesammter electromotorischer Kraft (polarisirende Kette + Combination) in verschiedenen Richtungen durch dieselbe gehend verschiedene Intensität geben. Ich habe diese Methode in der schon eingangs erwähnten Arbeit[1]) benutzt und mittels derselben gezeigt, dass die Ströme, welche entstehen, wenn zwei gleiche Electroden in verschieden warme Partien desselben Salzes eintauchen, sich zusammsetzen aus einem Thermostrom, welcher, wie es scheint, stets von warm nach kalt durch das Salz fliesst; ihm entgegen bewegt sich ein Strom, welcher analog ist dem Strome einer Hydrokette. Auf die Bestätigung dieses Satzes, welche, wie ich schon damals anführte, mir in anderer Weise gelungen ist, sowie mehreres andere experimentelle und auch theoretische Detail gedenke ich in Kürze in einem anderen Aufsatze zurückzukommen.

Eine zweite Frage, auf welche ich dieselbe Methode schon früher anwenden wollte, ohne in der Zwischenzeit Gelegenheit zu finden, ist die ganz analoge: Verdanken

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 170.

die Ströme, welche beim Bestrahlen der einen von zwei gleichartigen Electroden entstehen, ihren Ursprung ganz oder theilweise chemischen Aenderungen? Die experimentelle Verfolgung mittels der erwähnten Methode ist mittlerweile — theilweise wenigstens — unnöthig geworden. Hankel[1]) hat gezeigt, dass eine bestrahlte Kupferelectrode in verdünnter Schwefelsäure gegen eine gleiche nicht bestrahlte derart electrisch wird, dass ein Strom von der nicht bestrahlten durch die Flüssigkeit zur bestrahlten fliesst. Dieser Strom rührt her von CuO, welches sich unter Einfluss des Lichtes bildet. Es kann dann keine Frage mehr sein, dass ein dem Bestrahlungsstrome gleichgerichteter in der Kette geringere Polarisation erfährt als auf dem umgekehrten Wege, da der erstere an dem Kupferoxyd Wasserstoff ausscheidet, welcher durch die Reduction des Oxydes eine Wärmemenge gewinnt, welche theilweise für Electricitätserzeugung zu Gunsten der bestehenden Stromesrichtung aufgewendet wird.

Endlich ergibt sich auch aus der wahrscheinlichen Beschaffenheit der Temperaturfunctionen (vgl. p. 205) in Verbindung mit dem Satze (p. 208), dass im allgemeinen auch für inconstante Ketten der von Edlund aufgestellte Satz, wonach ein dem ursprünglichen Strome der Combination gleichgerichteter in derselben eine Abkühlung, ein entgegengesetzter Erwärmung hervorbringt, gelten muss.[2])

1) Wied. Ann. I. p. 402.

2) Ich halte es schliesslich für geboten, darauf hinzuweisen, dass die p. 207 angeführten Sätze über Muskelarbeit sich aus ähnlichen Vorstellungen, welche Pflüger in seinem Archiv für Physiologie. Bd. X. 1875 entwickelt hat, ergeben würden, wenn man seine dortigen Betrachtungen mathematisch mittelst der Sätze von Virial formuliren wollte. Ich wurde erst nach Vollendung des ersten Abdruckes meiner Arbeit auf den Pflüger'schen Aufsatz aufmerksam gemacht, erkannte sofort die wesentliche Gleichheit unserer Vorstellungen und habe daher auch brieflich Hrn. Pflüger unbedingt die Priorität zugestanden, welche er aber nicht angenommen hat.

IV. *Ueber eine besondere Art der Tonerregung; von Dr. V. Strouhal.*

(Vorgetragen in der physikalisch-medicinischen Gesellschaft in Würzburg, am 16. Februar 1878.[1])

§. 1. Einleitung.

Die sämmtlichen, bis jetzt untersuchten Fälle, in denen eine Tonbildung stattfindet, lassen sich je nach der Art und Weise, in welcher periodische Luftbewegung angeregt wird, auf zwei Hauptarten der Tonerregung zurückführen.

Erstens können nämlich periodische Lufterschütterungen auf mechanische Weise, also durch regelmässig und hinreichend rasch aufeinander folgende Schläge, Stösse u. s. w. erzeugt werden. Hieher gehören also die Töne der Savart'schen Sirenen, der Sirene von Seebeck und Cagniard la Tour, die Trevelyan'schen Töne u. s. w.

Zweitens kann ein Ton dadurch erzeugt werden, dass ein in bestimmter Weise begrenzter Körper durch äussere Anregung in eigenartigen Bewegungszustand, nämlich in stehende Schwingungen versetzt wird und in diesem Zustande die periodischen Lufterschütterungen veranlasst. Hierzu eignen sich in erster Reihe elastische Körper, sowohl feste als gasförmige, weniger die fast unelastischen tropfbaren Körper. Hierher gehören also Töne von Stimmgabeln, Glocken, Scheiben, Platten, Stäben, gespannten Drähten und Saiten, Töne der chemischer Harmonica, schliesslich Töne sämmtlicher musikalischer Instrumente, bei denen ausserdem oft tönende feste Körper und mittönende Luftmassen in mannigfaltiger Weise combinirt vorkommen.

Den Gegenstand der vorliegenden Arbeit bildet nun eine dritte Art der Tonerregung und zwar von allen die einfachste, eine Art, welche zwar im Principe nicht un-

1) Vgl. Sitzungsber. 1878.

bekannt, jedoch einer Untersuchung bis jetzt nicht unterzogen wurde. Es ist bekannt, dass durch rasches Schwingen eines Stabes, einer Klinge, einer Peitsche u. a. in der Luft ein Ton entsteht; nicht weniger bekannt sind auch die hieher gehörigen Töne, die durch Luftströmungen an ausgespannten Drähten, scharfen Kanten, Spalten u. dergl. entstehen. Töne dieser Art, die aus später anzuführenden Gründen am passendsten als Reibungstöne zu bezeichnen sind, bilden den Gegenstand vorliegender Untersuchungen. In der That können sie in keine der beiden oben angeführten Kategorien eingereiht werden, vielmehr kommt hier die periodische Luftbewegung in einer besonderen, eigenartigen Weise zu Stande.

§. 2. Bedingungen für die Reinheit der Reibungstöne.

Schon die einfachsten hieher gehörigen Versuche führen zur Kenntniss der Bedingungen, welche erfüllt werden müssen, wenn der in oben erwähnter Weise entstehende Ton ein reiner sein soll. Schwingt man einen Stab durch die Luft, so entsteht ein Ton; seine Höhe ist jedoch keine bestimmte, sondern durch die Geschwindigkeit bedingt, mit welcher der Stab durch die Luft geführt wurde. Daraus ergibt sich aber sofort, dass der so erhaltene Ton kein reiner sein kann, wenn nicht alle Theile des Stabes mit gleicher Geschwindigkeit durch die Luft geführt werden. Mit anderen Worten: Die Bewegung des Stabes muss eine Translationsbewegung sein. Diese Bedingung für die Reinheit des Tones ist jedoch keine hinreichende. Wiederholt man den Versuch mit Stäben verschiedenen Querschnittes, so überzeugt man sich ebenso, dass unter sonst gleichen Umständen der Ton mit dem Querschnitte des Stabes sich ändert. Welchen Einfluss also die äussere Formbeschaffenheit des Körpers auf den bei seiner Translationsbewegung in der Luft entstehenden Ton auch sonst haben mag, so viel steht fest, dass der Ton nur dann ein reiner, ein einfacher sein kann, wenn bezüglich der Bewegungsrichtung

der Querschnitt des Körpers überall derselbe ist. Mit anderen Worten: Der Körper muss ein cylindrischer sein.

Ob nun die beiden Bedingungen, die wir so als nothwendig für die Reinheit und Eindeutigkeit des Tones erkannt haben, dafür auch hinreichend sind, insbesondere, ob die Richtung der Translationsbewegung, welche wir als verschieden von der Axenrichtung des cylindrischen Körpers annehmen, eine constante sein muss oder auch variabel sein kann, ob also der Körper sich stets mit derselben Fläche voran bewegen muss, lässt sich vorläufig nicht entscheiden, da dies von der Frage abhängt, ob die Form oder die Grösse des Querschnittes Einfluss auf die Tonhöhe ausüben.

Eine länger andauernde Translationsbewegung, wie solche zu praktischen Versuchen wünschenswerth ist, lässt sich jedoch nicht so einfach herstellen, dagegen sehr einfach eine Rotationsbewegung; diese letztere, falls sie die erstere vertreten darf, muss dann um eine Axe stattfinden, welche der Axe des cylindrischen Körpers parallel und von derselben hinreichend entfernt ist.

Die höchst einfache, dieser Ueberlegung entsprechende Vorrichtung, deren ich mich bei vorliegender Untersuchung bediente, zeigt schematisch Taf. II Fig. 3 an. Eine vertical stehende Holzsäule K ist unten an eine mit einer Rinne versehene Holzscheibe s befestigt, mittelst welcher sie durch ein Schwungrad S in rotirende Bewegung versetzt werden kann.

Die Säule K trägt zwei gegeneinander verschiebbare Arme A, die zur Aufnahme des in der Luft zu bewegenden festen Körpers M dienen.

Die vorliegenden ersten Mittheilungen über den angeführten Gegenstand beschränken sich auf cylindrische Körper im engeren Sinne des Wortes, also auf die kreisförmig cylindrischen. Grösstentheils waren es Drähte verschiedener Sorte, daneben auch Glasstäbe und Glasröhren, die bei den nun folgenden Versuchen als zu dem Zwecke am geeignetsten angewandt wurden.

§. 3. Beobachtungsverfahren.

Behufs einer mehr orientirenden und nur qualitativen Voruntersuchung wurden zwischen zwei Scheiben, die ursprünglich an Stelle der beiden Arme *A* mit der Säule *K* fest verbunden waren, einige Drähte nacheinander ausgespannt, parallel der Axe der Säule *K*. Beim Drehen des Schwungrades entstand ein ziemlich klarer pfeifender Ton, der, bei kleinerer Drehungsgeschwindigkeit schwächer und tiefer, beim Anwachsen derselben allmählich stärker und höher wurde, in der Weise, dass sowohl dessen Stärke als dessen Höhe mit der Drehungsgeschwindigkeit continuirlich zunahm. Für einen seitwärts stehenden Beobachter trat gleichzeitig als Folge der Bewegung der Tonquelle ein merkliches Auf- und Abschweben des Tones auf, sowohl in seiner Höhe, dem Doppler'schen Principe gemäss, als auch in seiner Stärke, welches sich bei mässigerer Drehungsgeschwindigkeit mehr in letzterer als in ersterer Beziehung geltend machte und, wie natürlich, bei Anwendung eines Auscultationsrohres in der Verlängerung der Holzsäule aufhörte. Auf einer bestimmten Höhe blieb der Ton nur bei einer bestimmten gleichmässigen Drehungsgeschwindigkeit und jede Ungleichmässigkeit in der letzteren zeigte sich sofort durch Aenderung der Tonhöhe in ziemlich empfindlicher Weise an.

Beim Uebergange von qualitativen zu quantitativen Versuchen musste also einer, längere Zeit andauernden und innerhalb derselben möglichst gleichmässigen Drehung die grösste Aufmerksamkeit zugewendet werden. In Ermangelung eines geräuschlos, gleichmässig und mit willkürlich abzuändernder Geschwindigkeit arbeitenden Motors wurde die Drehung mit der Hand ausgeführt; durch längere Uebung gelang es, die Drehung des Schwungrades so gleichmässig zu führen, dass der Ton bis auf sehr geringe Schwankungen auf bestimmter Höhe durch längere Zeitdauer erhalten blieb. Doch auch diese Schwankungen selbst wurden dadurch möglichst unschädlich gemacht, dass diese Zeit-

dauer recht gross, nie unter einer Minute, in der Regel zwei bis drei Minuten lang gewählt wurde; auf diese Weise durfte angenommen werden, dass die im positiven sowohl wie im negativen Sinne stattfindenden geringen Schwankungen im Mittel sich so aufheben, dass dann die mittlere Tonhöhe sehr nahe die bestimmt gewünschte gewesen. In der That schien es vortheilhafter eine Tonhöhe bestimmt und den Verhältnissen angemessen zu wählen und für diese die entsprechende Drehungsgeschwindigkeit zu bestimmen als umgekehrt für eine bestimmt gewählte Drehungsgeschwindigkeit die entsprechende Tonhöhe festzustellen.

Die Bestimmungen der Tonhöhe wurden mittelst eines Monochords ausgeführt. Dabei wurde als Einheit die Tonhöhe einer Stimmgabel — eines Stimm-a_1 — zu Grunde gelegt, deren absolute Tonhöhe n mit einem König'schen Phonautographen $n = 417$ gefunden wurde. Auf diese Einheit beziehen sich also die Angaben der relativen Tonhöhe k des beobachteten Tones, dessen absolute Tonhöhe $N = 417 \, . \, k$ sich ergibt.

Um die der beobachteten Tonhöhe entsprechende mittlere Bewegungsgeschwindigkeit des festen Körpers M zu bestimmen, wurde zunächst durch Zählen der Umdrehungen des Schwungrades innerhalb einer gleichzeitig beobachteten Zeitdauer die mittlere Drehungsgeschwindigkeit U des Schwungrades ermittelt; aus dieser ergab sich die mittlere Drehungsgeschwindigkeit der Holzsäule durch Bestimmung des Verhältnisses der Radien R und r des Schwungrades S und der Scheibe s; durch Messung des Abstandes L des festen Körpers M von der Axe der Säule K— oder vielmehr durch Messung des doppelten Abstandes $2L$— erhielt man schliesslich die mittlere Geschwindigkeit:

$$V = 2\pi L \frac{R}{r} U$$

der Bewegung dieses festen Körpers, welcher die beobachtete absolute Tonhöhe N entsprach, in der Luft, deren Temperatur t und Druck b auch gleichzeitig notirt wurde.

Diese so erhaltene Geschwindigkeit V blieb allerdings noch mit einem Fehler behaftet, insofern nämlich, als durch Drehung der Holzsäule K die dieselbe umgebende Luft ebenfalls im gewissen Betrage in Mitbewegung versetzt wurde. Dieser Umstand veranlasste auch die Entfernung der beiden Scheiben, welche beim Drehen jene Mitbewegung der Luft bedeutend unterstützt hatten und aus dem Grunde durch die beiden Holzarme ersetzt wurden.

Was das Verhältniss $\frac{R}{r}$ betrifft, so war zu erwarten, dass für dasselbe nicht das Verhältniss der geometrischen Radien der beiden Scheiben genommen werden dürfe, da ja die Bewegung des Schwungrades durch eine Schnur, deren Spannung nicht constant bleiben konnte, auf die Scheibe übertragen wurde. Das Zählen der Umdrehungsanzahl des Schwungrades und der Holzsäule hat nicht nur diese Erwartung bestätigt, sondern auch gezeigt, dass dasselbe auch für verschiedene Drehungsgeschwindigkeiten ein wenig verschieden sich ergibt. Desswegen wurde bei den Versuchen dieses Verhältniss für jede zu beobachtende Tonhöhe eigens bestimmt und zwar, zur Controle, sowohl zu Anfang als auch zu Ende jeder Beobachtungsreihe, und der Mittelwerth der Reduction zu Grunde gelegt.

§. 4. Unabhängigkeit der Tonhöhe von der Spannung des Drahtes.

Es war vor Allem wichtig zu entscheiden, ob, bei sonst gleichen Umständen, die Spannung des Drahtes einen Einfluss auf die Höhe des Reibungstones ausübe, um so mehr, als die Ansicht, dass dies der Fall sei, die nächstliegende ist und wohl auch die verbreitetste sein dürfte. Zahlreiche Versuche ergaben indessen in unzweifelhafter Weise, dass ein solcher Einfluss durchaus nicht bestehe.

Als Beispiel mögen folgende Beobachtungen dienen:

Ein Kupferdraht von einer Länge $l = 0{,}49$ m und von einem Durchmesser $D = 1{,}217$ mm wurde im Abstande

$L=0{,}402$ m von der Axe der Säule K ausgespannt. Der zur Beobachtung gewählte Ton war die Doppeloctave der Stimmgabel, also die relative Tonhöhe $k=4$, die absolute Tonhöhe $N=1668$.

Die beobachteten Geschwindigkeiten V waren einmal bei einfacher Spannung (I. und II.), sodann bei etwa anderthalbfacher Spannung (III. und IV.):

I.	II.	III.	IV.
met/sec	met/sec	met/sec	met/sec
$V=$ 10,62	10,57	$V=$ 10,61	10,47
10,50	10,52	10,66	10,58
10,52	10,67	10,54	10,57
10,60	10,57	10,62	10,50
10,50	10,47	10,50	10,60
Mittel 10,55	Mittel 10,56	Mittel 10,59	Mittel 10,54.

Das Verhältniss $\frac{R}{r}$ ergab sich vor und nach den Beobachtungen $\frac{R}{r}=4{,}104$, resp. 4,096.

Am anderen Tage wurden mit demselben Drahte einige weitere Beobachtungsreihen vorgenommen. Der zur Beobachtung gewählte Ton war die Duodecim der Stimmgabel, also die relative Tonhöhe $k=3$, die absolute Tonhöhe $N=1251$.

Der Draht wurde zunächst mit sehr geringer, dann mit mehr als doppelter Spannung an den Holzarmen befestigt.

Die beobachteten Geschwindigkeiten waren:

Einfache Spannung.		Doppelte Spannung.	
I.	II.	III.	IV.
met/sec	met/sec	met/sec	met/sec
$V=$ 7,90	7,89	$V=$ 7,92	7,98
7,96	7,94	8,01	8,05
7,84	7,94	7,98	8,00
7,99	7,95	8,08	7,81
7,96	7,88	7,96	7,96
Mittel 7,93	Mittel 7,92	Mittel 7,99	Mittel 7,96.

Das Verhältniss $\frac{R}{r}$ war vor und nach den Beobachtungen $\frac{R}{r} = 4{,}108$, resp. 4,094.

Nach diesen und vielen anderen ähnlichen Versuchen konnte als erstes Resultat der Satz aufgestellt werden: Die Höhe des Reibungstones ist von der Spannung des denselben erzeugenden Drahtes unabhängig.

§. 5. Unabhängigkeit der Tonhöhe von der Länge des Drahtes.

Ebenso wie die Spannung ist auch die Länge des Drahtes nicht von Einfluss auf die Höhe des Reibungstones, wohl aber auf dessen Intensität. Je länger der ausgespannte Draht, desto stärker ist unter sonst gleichen Umständen der Reibungston.

Als Beispiel, in wiefern die Versuche für die Einflusslosigkeit der Drahtlänge auf die Höhe des Reibungstones sprechen, mögen folgende Beobachtungsreihen dienen.

Ein Kupferdraht von einem Durchmesser $D = 1{,}258$ mm wurde in einer Entfernung $L = 0{,}340$ m von der Axe der Holzsäule ausgespannt und zwar betrug dessen Länge bei den beiden ersteren Beobachtungsreihen $l = 0{,}75$ m, dagegen bei den beiden letzteren $l = 0{,}37$ m, also ungefähr die Hälfte.

Der zu Beobachtung gewählte Ton war die Undecime der Stimmgabel, also die relative Tonhöhe $k = \frac{8}{3}$, die absolute Tonhöhe $N = 1112$.

Die Beobachtungen ergaben folgendes:

Einfache Drahtlänge.				Doppelte Drahtlänge.			
	I.		II.		III.		IV.
	met/sec		met/sec		met/sec		met/sec
$V =$	7,18		7,18	$V =$	7,41		7,34
	7,15		7,14		7,38		7,24
	7,21		7,17		7,29		7,33
	7,15		7,18		7,14		7,29
	7,16		7,13		7,28		7,20
Mittel	7,17	Mittel	7,16	Mittel	7,30	Mittel	7,28.

$\frac{R}{r}$ war vor und nach den Beobachtungen 4,097 und 4,096.

Die Resultate stimmen also nicht vollkommen überein, indem für denselben beobachteten Ton die Geschwindigkeit der Bewegung bei grösserer Drahtlänge sich ein wenig kleiner herausstellt. Wenn auch das Gewicht der Resultate der I. und II. Reihe ein grösseres ist als jenes der III. und IV. Reihe, was dadurch erklärt wird, dass bei den beiden ersteren Reihen der Reibungston intensiver und daher genauer zu beobachten war, so ist doch jene Nichtübereinstimmung weniger auf Beobachtungsfehler als vielmehr auf den Umstand zurückzuführen, dass bei grösserer Drahtlänge und also auch bei grösserem Abstande der beiden Holzarme voneinander die Luft weniger in Mitbewegung versetzt wird als bei kleinerer Drahtlänge.

Bei allen weiter unten beschriebenen Versuchen wurde, wo nicht anders angegeben, die Länge der Drähte ungefähr gleich 0,7 m als die passendste gewählt.

§. 6. Abhängigkeit der Tonhöhe von der Bewegungsgeschwindigkeit des Drahtes.

Abgesehen von den Veränderungen, welche in der Luftbeschaffenheit durch Schwankungen der Temperatur, des Luftdruckes u. a. eintreten und von denen man annehmen durfte, dass sie, innerhalb der engen Grenzen, in denen sie sich unter gewöhnlichen Umständen bei den Beobachtungen bewegten, auf diese letzteren einen nur secundären Einfluss ausübten, blieben also nur noch zwei Grössen zu berücksichtigen, von welchen die Höhe des durch Bewegung verschiedener Drähte, oder allgemein, verschiedener cylindrischer Körper in der Luft mittlerer Beschaffenheit entstehenden Reibungstones als abhängig betrachtet werden musste: die Bewegungsgeschwindigkeit V und der Durchmesser D jenes cylindrischen Körpers.

Die Ermittelung des Abhängigkeitsgesetzes, insofern dies auf experimentellem Wege möglich, war also das nächste Ziel weiterer Versuche.

Wir wollen zunächst an die bereits in §. 4 mitgetheilten Beobachtungsresultate anknüpfen. Für den Durchmesser $D = 1{,}217$ mm ergaben sich im Mittel folgende zusammengehörige Werthe von Bewegungsgeschwindigkeit und Tonhöhe:

	V	N	$\frac{N}{V}$
1)	10,56	1668	158,0
2)	7,95	1251	157,4.

Das Verhältniss $\frac{N}{V}$ ist also sehr nahe constant, woraus sich eine Proportionalität zwischen der Tonhöhe N und der Bewegungsgeschwindigkeit V ergeben würde.

Um vor allem zu prüfen, inwiefern dieses Ergebniss streng gültig ist, lag der Gedanke am nächsten, zwei Drähte von derselben Drahtsorte in verschiedenen Abständen L und L' von der Axe der Holzsäule derselben parallel auszuspannen und die beiden Töne N und N', die beim schnellen Drehen gleichzeitig entstehen, zu beobachten. Da bei dieser Anordnung $\frac{V}{V'} = \frac{L}{L'}$ ist, so müsste, das Proportionalitätsgesetz $\frac{N}{N'} = \frac{V}{V'}$ angenommen, stets $\frac{N}{N'} = \frac{L}{L'}$ sein, d. h. die relative Tonhöhe müsste von der Drehungsgeschwindigkeit unabhängig sein und dem Verhältnisse $\frac{L}{L'}$ entsprechen. Für den Versuch war es natürlich am zweckmässigsten, dieses Verhältniss einem harmonischen Tonintervalle entsprechend zu wählen, also am einfachsten der Octave oder der Quint. Auf diese Weise ergab sich, dass in der That das Gesetz der Proportionalität zwischen der Tonhöhe N und der Bewegungsgeschwindigkeit V wenn nicht streng, so doch mit grosser Annäherung besteht.

Vollkommen befriedigen konnte der Versuch aus dem Grunde nicht, weil die beiden zu vergleichenden Töne, besonders wenn das Intervall derselben grösser war, nicht mit gleicher Intensität auftraten, wodurch das Urtheil über deren Consonanz natürlich erschwert wurde.

Um sich nun von diesem Umstande unabhängig zu machen, wurde an die Holzscheibe eine Sirene von Pappe mit einer zweckmässig gewählten Löcheranzahl befestigt und ein Draht von passendem Durchmesser in einem solchen Abstand von der Holzsäule angebracht, dass bei einer bestimmten mässigen Geschwindigkeit derselbe Reibungston auftrat, wie wenn die Sirene angeblasen wurde.

Bei gesteigerter Umdrehungsgeschwindigkeit blieb die Identität beider Töne in der That wesentlich ungeändert, man konnte jedoch beobachten, dass der Reibungston bei wachsender Drehungsgeschwindigkeit dem Sirenentone ein wenig vorauseilte, ein Umstand, der entweder auf eine nicht vollständige Gültigkeit des Proportionalitätsgesetzes zurückzuführen wäre, oder aber, bei Annahme desselben, darauf hinweisen würde, dass die Luft verhältnissmässig weniger bei grösseren als bei kleineren Drehungsgeschwindigkeiten in Mitbewegung versetzt wird.

§. 7. Beobachtungsresultate I.

Nach diesen mehr qualitativen Versuchen wurden die quantitativen wiederum aufgenommen und fortgesetzt. Die Resultate derselben sind weiter unten in übersichtlicher Zusammenstellung, geordnet nach dem Durchmesser D des angewandten cylindrischen Körpers mitgetheilt. Wie früher bedeutet L den Abstand dieses cylindrischen Körpers von der Axe der Holzsäule, V den aus 10 Beobachtungen berechneten Mittelwerth derjenigen Geschwindigkeit, bei welcher der Reibungston von der relativen Höhe k und von der absoluten N entsteht; gleichzeitig folgt auch das Verhältniss $\frac{N}{V}$, berechnet zur Beurtheilung der Gültigkeit des Proportionalitätsgesetzes zwischen Tonhöhe N und Bewegungsgeschwindigkeit V.

I. Glasröhre. $D = 8{,}51$ mm $L = 0{,}378$ m

V	k	N	$\frac{N}{V}$
$9{,}36 \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	$\frac{1}{4}$	208	22,2

II. Glasstab. $D = 3{,}254$ mm $L = 0{,}359$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
8,55	$\frac{5}{4}$	521	60,9
10,20	$\frac{3}{2}$	625	61,3

III. Kupferdraht. $D = 2{,}736$ mm $L = 0{,}401$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
11,75	2	834	71,0

IV. Kupferdraht. $D = 1{,}648$ mm $L = 0{,}340$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
4,62	$\frac{1}{4}$	521	112,8
5,58	$\frac{3}{4}$	626	112,2
7,45	2	834	112,0
9,27	$\frac{5}{2}$	1042	112,4

V. Kupferdraht. $D = 1{,}217$ mm $L = 0{,}402$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
5,49	2	834	152
6,60	$\frac{5}{2}$	1043	158
7,95	3	1251	157
10,56	4	1668	158

VI. Messingdraht. $D = 0{,}960$ mm $L = 0{,}331$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
5,07	$\frac{12}{5}$	1001	197
6,74	$\frac{16}{5}$	1334	198
8,37	4	1668	199
11,16	$\frac{16}{3}$	2224	199

VII. Messingdraht. $D = 0{,}733$ mm $L = 0{,}320$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
3,79	2	834	220
4,70	$\frac{5}{2}$	1043	222
5,41	3	1251	231
7,03	4	1668	237

VIII. Kupferdraht. $D = 0{,}638$ mm $L = 0{,}330$ m

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
6,05	4	1668	276
7,36	5	2085	283
8,91	6	2502	281
11,75	8	3336	290

IX. Kupferdraht. $D = 0{,}622\,\text{mm}$ $L = 0{,}300\,\text{m}$

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
6,90	5	2085	302
8,22	6	2502	304

X. Messingdraht. $D = 0{,}394\,\text{mm}$ $L = 0{,}394\,\text{m}$

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
7,50	8	3336	445

XI. Messingdraht. $D = 0.385\,\text{mm}$ $L = 0{,}300\,\text{m}$

$V = \frac{\text{met}}{\text{sec}}$	k	N	$\frac{N}{V}$
7,28	8	3336	458

Der mittlere Durchmesser D der angewandten Drähte wurde durch Wägung bestimmt; dabei wurde als specifisches Gewicht bei Messingdrähten 8,4, bei Kupferdrähten 8,9 angenommen; der Fehler der Bestimmung dürfte also selten ein Procent übersteigen. Bei den dickeren Glasstäben und Glasröhren wurde D durch Volumenmessung ermittelt, indem der Körper bis zu einer bestimmten Länge in eine gewogene Menge Quecksilber oder Wasser eingetaucht und die Gewichtsabnahme derselben bestimmt wurde; um aber auch den Einfluss eines nicht vollkommen kreisförmigen Querschnittes derselben zu eliminiren, wurden ihnen bei der Beobachtung zwei um 90° voneinander verschiedene Stellungen ertheilt und das Mittel aus den beiden für jede Stellung erhaltenen Werthen der Bewegungsgeschwindigkeit als dem beobachteten Reibungstone entsprechend angenommen.

Sämmtliche Beobachtungen wurden bei der gewöhnlichen, zwischen 16° und 20° schwankenden Zimmertemperatur angestellt.

§. 8. Folgerungen.

Auf Grundlage der im vorigen Paragraphen mitgetheilten Beobachtungen ist man wohl berechtigt, innerhalb der Grenzen, in denen sie sich bewegen, zwischen der Bewegungsgeschwindigkeit V und der Tonhöhe N das Gesetz

der Proportionalität anzunehmen. Allerdings zeigt sich im ganzen bei einem bestimmten Werthe von D in dem Verhältnisse $\frac{N}{V}$ ein Gang, indem dasselbe mit wachsender Geschwindigkeit V ebenfalls ein wenig zunimmt. Ausserdem ist nicht zu leugnen, dass die Bewegungsgeschwindigkeit V innerhalb Grenzen variirt, die weniger weit, als es wünschenswerth wäre, voneinander entfernt sind. Dies ist jedoch in der Natur der Sache selbst begründet. Es wurde bereits früher erwähnt, dass der Reibungston mit abnehmender Geschwindigkeit V nicht nur an Höhe, sondern auch an Intensität abnimmt; diese letztere ist bei Geschwindigkeiten, welche unter $5\frac{\text{met}}{\text{sec}}$ liegen, schon so gering, dass eine Beurtheilung der Tonhöhe mit jener Sicherheit, wie solche nöthig ist, nur sehr schwer, und unter $3\frac{\text{met}}{\text{sec}}$ gar nicht möglich ist. Auf der andern Seite konnte man aber mit der Drehungsgeschwindigkeit wegen der zunehmenden Centrifugalkraft und der dadurch entstehenden unvermeidlichen Geräusche auch nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen. Jedenfalls ist man aber vollkommen berechtigt, jenes Proportionalitätsgesetz als erste Annäherung gelten zu lassen, um so mehr, als der Gedanke nahe liegt, die in den Beobachtungen auftretenden Abweichungen von demselben durch den Einfluss einer Mitbewegung der Luft zu erklären.

Sieht man nun von diesen Abweichungen gänzlich ab und nimmt den Mittelwerth der einzelnen Werthe $\frac{N}{V}$ als dem betreffenden Durchmesser D des Drahtes entsprechend an, so ist dieser Mittelwerth desto grösser, je kleiner der Durchmesser und beide ändern sich in der Weise, dass ihr Product nahezu dasselbe bleibt, unabhängig von der Substanz des betreffenden cylindrischen Körpers. In der That, nimmt man für D dieselbe Längeneinheit an wie für V und berechnet zu jedem Mittelwerthe $\frac{N}{V}$ das Product $D\frac{N}{V}$, so erhält man:

$10^6 . D$	8510 m	3254	2736	1648	1217	960	733	638	622	394	3
$10 . \frac{N}{V}$	222	611	710	1123	1562	1983	2275	2825	3030	4450	4
$10^3 . D\frac{N}{V}$	189	199	194	185	190	190	167	180	188	175	1

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, dass zunächst die Substanz des cylindrischen Körpers ohne Einfluss auf den Reibungston ist, sowie ferner, dass man in der That mit grosser Wahrscheinlichkeit das Gesetz der umgekehrten Proportionalität zwischen D und $\frac{N}{V}$ annehmen und somit $D\frac{N}{V} = C$ setzen darf. Wenn auch einzelne Werthe des Productes $D\frac{N}{V}$ etwas mehr von dem Mittelwerthe $C = 0{,}185$ abweichen, so zeigt sich doch in den Abweichungen sämmtlicher Werthe im ganzen kein entschiedener Gang, so dass die obige Annahme gewiss nicht unberechtigt ist. Und so gelangen wir schliesslich mit grosser Annäherung zu dem einfachen Gesetze:

d. h.
$$N = C\frac{V}{D},$$

Bei einer Translationsbewegung eines kreisförmig cylindrischen Körpers von beliebiger Substanz mit einer zu seiner Axe senkrechten Richtung in der Luft entsteht ein Ton, dessen Höhe der Bewegungsgeschwindigkeit direct und seinem Durchmesser umgekehrt proportional ist.

§. 9. Anwendungen.

Aus der zum Schlusse des vorigen Paragraphen aufgestellten Gleichung ergibt sich:

$$V = ADN.$$

In dieser Form gibt die Gleichung ein einfaches Mittel an, die relative Geschwindigkeit eines cylindrischen Körpers bei seiner Translationsbewegung in der Luft auf akustischem Wege zu bestimmen, sei es, dass der Körper in ruhender Luft sich bewegt, oder dass die Luft gegen den ruhenden Körper strömt, wie dies z. B. bei Luftströ-

mungen in der Atmosphäre der Fall ist. Der Reibungston, der dann z. B. an den frei ausgespannten Telegraphendrähten vorzüglich zu beobachten ist, gibt durch seine momentane Tonhöhe zugleich die momentane Geschwindigkeit der Luftströmung an und durch sein Auf- und Abschweben auch die gleichzeitige Geschwindigkeitsänderung derselben. Die an meteorologischen Beobachtungsstationen gebrauchten Anemometer geben gerade die momentan wirklich stattfindende Geschwindigkeit der Luftströmung nicht an, sondern nur die einer längeren Zeitdauer entsprechende mittlere. Nun ist es allerdings richtig, dass hauptsächlich diese als meteorologisches Element von Wichtigkeit ist und nicht die momentane; dagegen sind die Maximalgeschwindigkeiten der Luftstösse wohl nicht ohne Bedeutung und Interesse und gerade diese werden, wie bekannt, durch Anemographen, insofern sie aus dem durch letztere registrirten Luftdrucke berechnet werden können, nur in unsicherer Weise ermittelt. Doch auch abgesehen davon, eignet sich jene akustische Methode durch ihre Empfindlichkeit und verhältnissmässig grosse Genauigkeit mehr als jede andere zum Studium der bei Stürmen in der Atmosphäre stattfindenden eigenartigen Luftbewegung und könnte überdies auch bei manchen physikalischen Versuchen, wo es sich um qualitative und quantitative Bestimmungen der relativen Bewegungsgeschwindigkeit fester Körper in der Luft handelt, mit Vortheil angewendet werden.

§. 10. Anregung der Drahttöne durch Reibungstöne.

Ich gehe nun zur Besprechung einer Erscheinung über, welche wohl in mancher Beziehung zu den interessantesten akustischen Erscheinungen gezählt werden darf.

Wendet man zur Erzeugung der Reibungstöne dünne elastische Drähte an und lässt man die Umdrehungsgeschwindigkeit langsam und allmählich anwachsen, so bemerkt man, dass von den ebenfalls langsam und allmählich anwachsenden Reibungstönen einige intensiver vor anderen hervortreten. Hält man nun bei solchen mit der Steige-

rung der Geschwindigkeit an und sucht die eben stattfindende und dem betreffenden Tone entsprechende möglichst gleichmässig einzuhalten, so schwillt der Ton immer mehr und mehr an, bis er schliesslich in einen klaren, intensiven übergeht, — es ist der durch den Reibungston angeregte, ihn übertönende Drahtton. Lässt man nun die Drehungsgeschwindigkeit wieder allmählich anwachsen, so wird der Drahtton immer schwächer und schwächer, bis er schliesslich gänzlich erlischt, während der Reibungston ihm in der Höhe vorausgeeilt ist. Nach und nach wird aber der letztere wieder durch einen Drahtton, — den nächst höheren Oberton des ausgespannten Drahtes — verstärkt, der wiederum wie der frühere hell und intensiv ertönt, wenn man möglichst gleichmässig diejenige Bewegungsgeschwindigkeit einhält, welche dem Reibungstone von gleicher Tonhöhe entspricht.

Soll der Versuch gut gelingen, so sind einige Vorsichtsmaassregeln zu beachten. Der Draht muss zunächst zwischen zwei scharfen Kanten, am besten Metallkanten, ausgespannt sein und zwar der Drehungsaxe möglichst parallel. Ausserdem ist es, wenn auch nicht immer nothwendig, so doch stets vortheilhaft, wenn man den Draht, bevor man ihn zu dem Versuche anwendet, eine Zeit lang durch Anhängen von Gewichten frei spannt, wodurch er gedehnt und torsionsfrei gemacht wird. Stellt man dann den Versuch in der Weise an, dass man, von einer grösseren Drehungsgeschwindigkeit ausgehend, dieselbe langsam und allmählich abnehmen lässt, so überzeugt man sich, dass die Drahttöne, jedesmal durch Reibungstöne von gleicher Höhe angeregt, selbst dann klar und intensiv ertönen, wenn diese letzteren nur sehr schwach oder schliesslich gar nicht mehr vernehmbar sind. Und so kann man eine ganze Reihe von Obertönen des Drahtes, bei dünneren Drähten bis über 25, sozusagen isolirt und, was besonders bemerkenswerth ist, beliebig lange und in gleichmässiger Stärke andauernd zur Darstellung bringen, was wohl auf keine andere, bis jetzt bekannte Weise möglich ist.

Die Intensität, mit welcher die Obertöne des ausgespannten Drahtes auftreten, ist im allgemeinen um so grösser, je längere Drähte man anwendet; sonst ist dieselbe bei einzelnen Obertönen keineswegs immer gleich. Dann und wann kam es vor, dass einige von den Obertönen nur undeutlich und schwach zu Gehör gebracht werden konnten; in der Regel ertönten die allermeisten klar und hell, aber darunter wieder einige besonders sonor und intensiv. Obertöne letzterer Art traten schon auf, wenn der Reibungston ihnen nur nahe kam und tönten nach, wenn derselbe ihnen schon beträchtlich vorausgeeilt war. Wenn dann zwei so stark auftretende Obertöne von höherer Ordnung waren und daher einander nahe lagen, so trat der folgende schon auf, wenn der vorhergehende noch nachtönte und auf die Weise ertönten sie beide gleichzeitig mit ziemlich grosser Intensität nebeneinander, so dass es besonderer Aufmerksamkeit im Einhalten richtiger Drehungsgeschwindigkeit bedurfte, um nur einen von beiden durch längere Zeit zur Darstellung zu bringen. Dies war natürlich um so schwieriger, je grösser die Ordnungszahl der Obertöne überhaupt gewesen, es übersprangen dann dieselben ineinander so leicht oder ertönten zwei, ja selbst drei gleichzeitig, so dass unter solchen Umständen eine quantitative Beobachtung unmöglich war; gewiss ein bemerkenswerthes Beispiel von Uebereinanderlagerung mehrerer schon an und für sich nicht einfachster Schwingungsformen und der so entstehenden Complicirtheit in der Schwingungsweise des Drahtes.

Es ist selbstverständlich, dass ähnliche Erscheinungen, wie sie bei Drähten, die in der Luft bewegt werden, auftreten, auch dann sich geltend machen, wenn umgekehrt die Luft gegen ruhende ausgespannte Drähte gleichmässig ausströmt. Dies ist bei der Aeolsharfe der Fall. Die bei derselben stattfindende Tonerregung wird durch die eben beschriebenen analogen Erscheinungen in das richtige Licht gestellt und auf ihre wahre Ursache zurückgeführt.

In ähnlicher Weise, wie bei Drähten, wurden die Ober-

töne auch bei Holzstäbchen von rechteckigem Querschnitt beobachtet, und zwar bei diesen früher als bei jenen. Die Drähte, welche nämlich bei den §. 7 mitgetheilten Beobachtungen angewandt wurden, waren meistens weiche Kupferdrähte; aber auch bei den Messingdrähten wurden Eigentöne nicht beobachtet, theils deswegen, weil stets ein Ton von bestimmter Höhe gewählt und diesem entsprechend die Drehungsgeschwindigkeit eingehalten wurde, theils auch deswegen, weil die Drähte nicht zwischen zwei scharfen Kanten ausgespannt waren.

Es wurde bereits früher erwähnt, dass die Reibungstöne bei Geschwindigkeiten, die unter $5\,\frac{met}{sec}$ liegen, wegen ihrer geringen Intensität nur sehr schwach oder gar nicht zu beobachten sind. In dem eben besprochenen Princip, Drahttöne durch Anregung derselben durch Reibungstöne hervorzurufen, liegt nun offenbar ein Mittel, diese letzteren selbst in den intensiv auftretenden und, sozusagen, sie vertretenden Drahttönen zu beobachten und in ihren Beziehungen zur Bewegungsgeschwindigkeit zu verfolgen. Auf diese Weise war es möglich, die früheren Beobachtungsreihen zu erweitern und wesentlich zu vervollständigen.

In der That gewinnt man durch Verwendung der Drahttöne an Stelle der Reibungstöne auch an Genauigkeit der Beobachtung. Zunächst lassen sich die Geschwindigkeitsbestimmungen genauer ausführen. Wenn es auch richtig ist, dass der Draht, einmal zum intensiven Tönen gebracht, selbst dann noch nachtönt, wenn der anregende Reibungston in seiner Höhe dem Drahtton infolge einer Aenderung der richtigen Bewegungsgeschwindigkeit entweder ein wenig vorausgeeilt ist oder hinter demselben ein wenig zurückbleibt, so erkennt man diese Geschwindigkeitsänderung an der Intensität des Drahttones, der dadurch etwas gedämpft wird oder schliesslich vollständig erlischt. Auch die Tonhöhebestimmungen werden in dem Maasse leichter und genauer als der Drahtton klarer und intensiver ertönt als der Reibungston.

Die im nächsten Paragraphen folgende Zusammenstellung enthält eine Reihe von Beobachtungsresultaten, die nach jenem Princip bei verschiedenen Drähten gewonnen wurden. Darin bedeutet V diejenige Bewegungsgeschwindigkeit, bei welcher der Oberton von der Ordnungszahl h des ausgespannten Drahtes am intensivsten ertönt und zwar ist V der aus fünf einzelnen Bestimmungen berechnete Mittelwerth. Ferner ist N die mit Hülfe des Monochords bestimmte absolute Tonhöhe des beobachteten Obertones; in der Regel wurde bei dem (verticalen) Monochord ein Draht von derselben Sorte angewandt, wie derjenige war, dessen Obertöne beobachtet wurden. Die Tonhöhebestimmungen dürften selten um mehr als ein Procent fehlerhaft sein.

Um die Genauigkeit derselben zu beurtheilen, ist in der Columne $\frac{N}{h}$ aus der absoluten Höhe N des beobachteten Obertones und aus dessen Ordnungszahl h, die nach der vor der Beobachtung bestimmten Höhe des Grundtones abgeleitet wurde, diese Höhe berechnet; in der Uebereinstimmung dieser einzelnen Werthe N hat man ein ungefähres Maass für die Genauigkeit der einzelnen Tonhöhebestimmungen. Einzelne Abweichungen können allerdings auch darin ihren Grund haben, dass die Spannung des Drahtes infolge von Temperaturschwankungen, insofern diese auf die den Draht spannenden Holzarme nicht ohne Einfluss sind, oder infolge auftretender grösserer Centrifugalkraft eine Aenderung erleiden konnte. Solche Abweichungen haben aber natürlich keinen Einfluss auf den eigentlichen Zweck der Beobachtungen, weil ja auch die Bewegungsgeschwindigkeit, bei welcher ein Reibungston von gleicher Höhe wie der Oberton des Drahtes entsteht, jenen Abweichungen entsprechend sich ändert. Selbstverständlich wurden die Beobachtungen nicht unmittelbar, nachdem der Draht ausgespannt wurde, vorgenommen, sondern mindestens einen halben Tag später, so dass vorausgesetzt werden konnte, dass der Draht sich

nicht mehr weiter dehnt und dass auch die Holzarme einen bestimmten Spannungszustand angenommen haben.

In der letzten Columne ist schliesslich, wie früher, das Verhältniss $\frac{N}{V}$ berechnet.

Ausserdem ist unter l die Länge des ausgespannten Drahtes mitgetheilt, sowie endlich unter t und b_0 die mittlere Temperatur und der mittlere Barometerstand während der Beobachtung.

Die mit einem · bezeichneten Zahlen sind der Vollständigkeit wegen aus den benachbarten durch Interpolation berechnet; sie konnten nicht durch Beobachtung gewonnen werden, weil der betreffende Oberton des Drahtes zu schwach und matt ertönte, als dass er mit derselben Sicherheit wie die übrigen hätte beobachtet werden können.

§. 11. Beobachtungsresultate II.

XII. Messingdraht. $D = 0{,}499$ mm, $l = 0.736$ m. $L = 0{,}355$ m, $t = 18°$, $b_0 = 757$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
7	2,17	620	88,6	286	14	3,75	1240	88,6	331
8	2,44	706	88,3	289	15	3,97	1330	88,7	335
9	2,64	801	89,0	303	16	4,23	1428	89,3	338
10	2,87	885	88,5	308	17	4,45	1513	89,0	340
11	3,09	978	88,9	316	18	4,65	1602	89,0	345
12	3,31	1062	88,5	321	19	4,89	1701	89,5	348
13	3,53	1151	88,5	326	20	5,11	1793	89,7	351

XIII. Messingdraht. $D = 0{,}394$ mm, $l = 0{,}736$ m. $L = 0{,}300$ m, $t = 17°$, $b_0 = 745$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
7	2,15	708	101,1	329	11	3,04	1082	98,4	356
8	2,42	805	100,6	333	12	3,23	1181	98,4	366
9	2,57	896	99,6	349	13	3,45	1279	98,4	371
10	2,81	992	99,2	353	14	3,64	1363	97,3	374

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
15	3,84	1474	98,3	384	21	5,13	2103	100,1	410
16	4,09	1605	100,3	392	22	5,32	2203	100,1	414
17	4,26	1665	97,9	391	23	5,53	2309	100,4	418
18	4,51	1799	100,0	399	24	5,71	2416	100,7	423
19	4,73	1893	99,6	400	25	5,93	2528	101,1	426
20	4,89	1983	99,2	406	26	6,13	2627	101,0	429

XIV. Messingdraht. $D = 0{,}386$ mm, $l = 0{,}753$ m.
$L = 0{,}327$ m, $t = 19°$, $b_0 = 753$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
12	2,57	886	73,8	344	19	3,71	1420	74,7	383
13	2,78	963	74,1	347	20	3,90	1523	76,1	390
14	2,91	1039	74,2	357	21	4,06	1598	76,1	394
15	3,05	1122	74,8	368	22	4,20	1670	75,9	398
16	3,23	1199	74,9	371	23	4,35	1743	75,8	401
17	3,38	1259	74,1	373	.24	4,48	1822	75,9	407
18	3,55	1344	74,7	378	25	4,61	1901	76,0	413
			$L = 0{,}358$ m,	$t = 19°$,	$b_0 = 751$ mm.				
9	2,38	811	90,1	341	17	3,87	1523	89,6	394
10	2,57	906	90,6	352	18	4,05	1632	90,7	403
11	2,76	984	89,5	356	19	4,23	1706	89,8	403
12	2,95	1083	90,2	368	.20	4,41	1796	89,8	407
13	3,12	1167	89,8	374	21	4,60	1886	89,8	410
14	3,30	1252	89,4	379	22	4,77	1977	89,9	414
15	3,49	1344	89,6	386	23	4,96	2077	90,3	419
16	3,66	1428	89,3	390	24	5,13	2164	90,2	422
			$L = 0{,}327$ m,	$t = 19°$,	$b_0 = 746$ mm.				
15	2,71	945	63,0	349	.19	3,22	1192	62,8	372
16	2,84	1010	63,1	356	20	3,36	1243	62,2	370
17	2,96	1067	62,7	360	21	3,54	1336	63,6	378
18	3,09	1142	63,4	370					
			Spannung des Drahtes vergrössert.						
14	2,97	1084	77,4	365	17	3,45	1299	76,4	377
15	3,14	1164	77,6	371	18	3,59	1374	76,3	383
16	3,32	1239	77,4	373					

XV. Messingdraht. $D = [illegible]$ mm. $l = 0.794$ m.
$L = [illegible]$ m. $t = [illegible]$. $b_1 = 739$ mm.

h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
	met/sec					met/sec			
9	2,58	[illegible]	[illegible]	444	14	4,01	1747	110,5	447
10	2,8	[illegible]	[illegible]	438	15	4,21	1890	111,2	456
11	3,04	[illegible]	[illegible]	443	16	4,3	2007	111,1	465
12	3,24	1423	111,3	439	17	4,59	2126	111,0	469
13	3,45	1541	[illegible]	447	18	4,80	2219	110,9	473
14	3,67	1654	[illegible]	451	19	4,98	2364	112,6	487
15	3,88	1757	[illegible]	44	20	5,18	2488	115,1	495

XVI. Messingdraht. $D = .286$ mm. $l = 0.742$ m.
$L = 0.355$ m. $t = 19°$. $b_1 = 739$ mm.

h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
	met/sec					met/sec			
10	2,73	1270	127,0	465	19	4,64	2403	126,5	515
11	3,11	1377	125,2	442	20	4,89	2510	125,5	516
12	3,31	1519	126,6	458	21	5,02	2638	125,6	525
13	3,49	1642	126,3	470	22	5,26	2760	125,5	525
14	3,69	1764	126,1	478	23	5,38	2895	125,9	538
15	3,98	1887	125,8	474	24	5,59	3026	126,1	541
16	4,05	2002	125,1	494	25	5,78	3131	125,2	542
17	4,27	2140	125,9	501	26	5,97	3269	125,7	548
18	4,45	2264	125,8	509	27	6.17	3410	126,3	553

XVII. Messingdraht. $D = 0.231$ mm. $l = 0.741$ m.
$L = 0.355$ m. $t = 20°$. $b_1 = 743$ mm.

h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
	met/sec					met/sec			
9	2,68	1272	141,3	474	14	3.68	2005	143,2	544
10	2,88	1426	142,6	495	15	3,90	2150	143,3	552
11	3,06	1577	143,4	515	16	4,10	2303	143,9	561
12	3,25	1689	140,8	519	17	4,30	2467	145,1	574
13	3,45	1880	144,6	544	18	4,48	2588	143,7	577

XVIII. Messingdraht. $D = 0{,}179$ mm, $l = 0{,}758$ m
$L = 0{,}355$ m, $t = 19^0$, $b_0 = 759$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
14	3,20	1975	141,1	616	19	3,93	2670	140,5	680
15	3,32	2135	142,3	644	20	4,10	2828	141,4	690
16	3,47	2289	143,1	660	21	4,28	2950	140,5	689
17	3,64	2404	141,4	660	22	4,43	3101	141,0	700
18	3,79	2548	141,6	672	23	4,61	3232	140,5	701

§. 12. Folgerungen.

Aus dieser Zusammenstellung ersieht man vor allem, dass der Gang, welcher bereits bei den §. 7 mitgetheilten Beobachtungen in dem Verhältnisse $\frac{N}{V}$ auftrat, hier nur noch viel entschiedener sich geltend macht, dass somit die angenäherte Constanz, welche dieses Verhältniss für die grösseren Geschwindigkeiten der früheren Versuche besass, bei den geringeren Geschwindigkeiten der dünnen Drähte ihre Gültigkeit mehr und mehr verliert. Indessen zeigt eine nähere Betrachtung der zusammengehörigen Werthepaare von V und N, dass die Zunahme in der Tonhöhe ungefähr gleichen Schritt hält mit der Zunahme in der Bewegungsgeschwindigkeit. Die Beobachtungsfehler treten nicht so stark hervor, wenn man diese Zunahme ΔN und ΔV in der Weise bildet, dass man die ganze Beobachtungsreihe in zwei Hälften theilt und in bekannter Weise die 1. Beobachtung mit der $(n+1)$ten, die 2. mit der $(n+2)$ten u. s. w. combinirt. Berechnet man dann das Verhältniss $\frac{\Delta N}{\Delta V}$, so zeigt sich, dass dasselbe mit der Geschwindigkeit im ganzen wächst, jedoch stets langsamer und allmählicher, so dass man zu der Annahme geneigt wäre, dass dasselbe einem Grenzwerthe sich nähert.

Die folgende Zusammenstellung enthält in den ersten 3 Columnen zu jedem Durchmesser D den Mittelwerth aus

den einzelnen Bestimmungen von $\frac{\Delta N}{\Delta V}$ angegeben, sowie auch deren Product $D\frac{\Delta N}{\Delta V}$ berechnet, wobei für den Durchmesser D dieselbe Längeneinheit wie für die Geschwindigkeit V zu Grunde gelegt ist. Daran schliessen sich in den letzten drei Columnen die §. 7 mitgetheilten Beobachtungen an.

D	$\frac{\Delta N}{\Delta V}$	$D\frac{\Delta N}{\Delta V}$	D	$\frac{\Delta N}{\Delta V}$	$D\frac{\Delta N}{\Delta V}$
0,000 179 m	874	0,156	0,000 622 m	316	0,196
0 231	714	0,165	0 638	288	0,184
0 286	654	0,187	0 733	263	0,193
0 327	611	0,200	0 960	202	0,194
0 386	491	0,190	1 217	164	0,199
0 394	485	0,191	1 648	112	0,185
0 499	400	0,200	3 254	63	0,205

Der Gang in dem Producte $D\frac{\Delta N}{\Delta V}$ ist jedenfalls bemerkenswerth. Bei sehr dünnen Drähten zeigt sich eine Zunahme desselben mit dem Durchmesser D in entschiedener Weise an, bei dickeren aber hört diese auf und der Werth des Productes schwankt nur noch um einen Mittelwerth.

Um diese verschiedenen Beziehungen, wie sie sich durch die Rechnung ergaben, in leichterer und mehr übersichtlicher Weise beurtheilen zu können, sind die Beobachtungsresultate der beiden §§. 7 und 11 in Tafel II Fig. 4 graphisch dargestellt. Als Abscisse ist die Bewegungsgeschwindigkeit V, als Ordinate die ihr entsprechende Tonhöhe N aufgetragen. Es zeigt sich, dass die Punkte (V, N) sich nahezu in Geraden reihen, um so mehr, je weiter sie sich vom Anfangspunkte der Coordinaten entfernen, dass jedoch diese Geraden, rückwärts verlängert, nicht durch den Anfangspunkt, sondern an diesem vorbei verlaufen mit einer um so grösseren Abweichung, je grösser ihre Steigung ist. Dadurch erklärt sich, warum $\frac{\Delta N}{\Delta V}$ im ganzen nur wenig sich ändert und warum auch $\frac{N}{V}$ bei früheren Beobachtungen, dagegen nicht bei späteren

sich als sehr nahe constant erwiesen hat. In der That ist der Gang in $\frac{N}{V}$ desto kleiner, je grösser der Durchmesser D und die Geschwindigkeit V ist, dagegen tritt er um so mehr auf, je kleiner diese beiden Grössen sind, was eben bei den späteren Beobachtungen der Fall war.

Da für $V = O$ nothwendig auch $N = O$ angenommen werden muss und mithin die Curve, welche die Beziehung zwischen N und V graphisch darstellt, den Anfangspunkt der Coordinaten enthalten muss, so sind jene Geraden als asymptotische Aeste dieser Curve aufzufassen, welche vom Anfangspunkte ausgehend, nach und nach ihren Asymptoten sich anschmiegt. Die Steigung $\operatorname{tg} \alpha$ dieser Asymptoten ist um so grösser, je kleiner der Durchmesser D ist. Berücksichtigt man nun, dass $\operatorname{tg} \alpha$ um so mehr dem Verhältnisse $\frac{\Delta N}{\Delta V}$ gleichkommt, je weiter die Punkte (V, N) liegen, aus denen es abgeleitet ist, und dass andererseits das Product $D \frac{\Delta N}{\Delta V}$ sich nahezu als constant erwiesen hat, so folgt daraus mit grosser Wahrscheinlichkeit, dass allgemein $D \operatorname{tg} \alpha$ constant ist und dass bei dünneren Drähten $D \frac{\Delta N}{\Delta V}$ nur deswegen kleiner sich ergab, weil die Punkte (V, N), aus denen $\frac{\Delta N}{\Delta V}$ abgeleitet ist, der grösseren Steigung der Asymptoten gegenüber nicht hinreichend weit liegen, so dass $\operatorname{tg} \alpha > \frac{\Delta N}{\Delta V}$ ist.

Die früher abgeleitete Beziehung:

$$N = \frac{C}{D} V$$

wäre dann als nicht der Curve:

$$N = F(D, V),$$

sondern einer, ihren Asymptoten parallelen und durch den Anfangspunkt der Coordinaten gehenden Geraden entsprechend aufzufassen und die Gleichung der Curve selbst in der Form:

$$N = \frac{C}{D}\,[V - f(V)]$$

anzunehmen, so dass:

$$\frac{dN}{dV} = \frac{C}{D}\,[1 - f'(V)]$$

und $f(V)$ eine Function wäre, die mit zunehmender Geschwindigkeit V einem endlichen positiven Grenzwerthe sich nähert.

Ueber das Auftreten der Function $f(V)$ ist eine doppelte Annahme möglich. Entweder ist dasselbe, ganz oder zum Theil, durch die Natur der beobachteten Erscheinung selbst begründet, oder es verräth sich in jener Function eine andere fremde Erscheinung, die die erstere störend beeinflusst. Eine solche ist wirklich vorhanden; es ist dies die durch Drehung der Holzsäule, der Holzarme und des Drahtes veranlasste Mitbewegung der Luft. Infolge derselben ist die beobachtete Geschwindigkeit V stets zu gross, da für die Tonerregung nur die relative Geschwindigkeit des Drahtes gegen die Luft maassgebend ist, die dann aus der beobachteten Geschwindigkeit V durch Subtraction jenes Betrages $\varphi(V)$ erhalten wird, der auf die Mitbewegung der Luft entfällt. Jedenfalls ist also $\varphi(V)$ als Theil in $f(V)$ enthalten; ob aber die beiden Functionen identisch sind, kann natürlich aus den Beobachtungen nicht bewiesen werden.

Dass die Mitbewegung der Luft sich in der That in der eben beschriebenen Weise äussert, zeigt sich aus der Beobachtungsreihe XIV. Unter sonst gleichen Umständen wurden die Beobachtungen einmal bei kleinerer, das anderemal bei grösserer und zur Controle abermals bei derselben kleineren Distanz L des Drahtes von der Drehungsaxe angestellt. Es ergaben sich nun sämmtliche Tonhöhen grösser bei grösserem und kleiner bei kleinerem Abstande L, entsprechend der Mitbewegung der Luft, welche im ersteren Falle kleiner ist als im letzteren, und zwar so, dass die beiden Geraden, in welche sich in beiden Fällen

die Punkte (V, N) reihen, einander parallel verlaufen. Es ist daher die Annahme nicht unwahrscheinlich, dass die Punkte (V, N), falls die Mitbewegung der Luft gar nicht vorhanden wäre, sich in Geraden reihen würden, welche durch den Anfangspunkt der Coordinaten hindurch gehen, so dass dann die Gleichung:

$$N = \frac{C}{D} V$$

als der wahre Ausdruck des Gesetzes zu betrachten wäre, nach welchem die Höhe des Reibungstones von dem Durchmesser des cylindrischen Körpers und dessen Bewegungsgeschwindigkeit in der Luft abhängt.

Ja, es würde dann wieder umgekehrt in der Beobachtung der Reibungstöne ein Mittel liegen, um die Natur der Function $f(V)$, die die Mitbewegung der Luft, erzeugt durch Drehung eines cylindrischen Körpers um seine eigene Axe, darstellt und in welcher L als arbiträre Constante enthalten ist, experimentell zu ermitteln und dadurch auf den Reibungscoëfficienten zwischen Luft und festen Körpern, sowie zwischen den Luftschichten selbst Schlüsse zu ziehen, eine Aufgabe, deren Lösung, ursprünglich nicht beabsichtigt, späteren Versuchen vorbehalten bleiben muss. Aus dem Grunde wurden die Abstände L, bis auf wenige Ausnahmen, stets nahe gleich gewählt.

§. 13. Einfluss der Temperatur.

Die Constante C, welche für die Luft charakteristisch ist und deren Werth sich nahe $= 0{,}200$ für die mittleren Luftverhältnisse ergeben hat, wird, wie schon im voraus zu erwarten ist, sich ändern, wenn die Luftbeschaffenheit durch Aenderungen im Druck, Temperatur u. s. w. eine andere wird.

Um insbesondere den Einfluss der Temperatur zu ermitteln, wurden mit zwei Drähten nacheinander je zwei Beobachtungsreihen bei verschiedenen Temperaturen angestellt.

Die Beobachtungsresultate enthält die folgende Zusammenstellung. Zur Vergleichung sind zu den, bei höherer Temperatur beobachteten Tonhöhen N diejenigen Tonhöhen N' hinzugefügt, welche man bei derselben Geschwindigkeit V bei niederer Temperatur beobachtet hätte, wie sie durch Interpolation aus den bei dieser niederen Temperatur wirklich beobachteten Tonhöhen berechnet wurden.

XIX. Messingdraht. $D = 0{,}393$ mm, $l = 0{,}707$ m.

$L = 0{,}355$ m, $t = 9{,}5^0$, $b_0 = 741$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
8	2,37	818	102,2	345	13	3,43	1333	102,5	389
9	2,59	922	102,4	356	14	3,62	1434	102,4	396
10	2,81	1026	102,6	365	15	3,83	1539	102,6	402
11	3,01	1126	102,4	374	16	4,04	1645	102,8	407
12	3,24	1224	102,0	378	17	4,25	1754	103,2	412

$L = 0{,}351$ m, $t = 37^0$, $b_0 = 738$ mm.

h	V met/sec	N	N'	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	N'	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
9	2,60	847	927	94,1	326	12	3,19	1119	1201	93,2	351
10	2,80	937	1021	93,7	335	13	3,37	1212	1298	93,2	359
11	3,00	1025	1121	93,2	342	14	3,54	1296	1391	92,6	366

XX. Messingdraht. $D = 0{,}179$ mm, $l = 0{,}719$ m.

$L = 0{,}354$ m, $t = 11^0$, $b_0 = 0{,}745$ mm.

h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
12	3,14	1927	160,6	613	18	4,20	2898	161,0	690
13	3,32	2096	161,2	632	19	4,37	3073	161,7	703
14	3,49	2258	161,3	647	20	4,54	3218	160,9	709
15	3,67	2433	162,2	663	21	4,69	3361	160,0	716
16	3,85	2578	161,1	670	22	4,89	3538	160,8	724
17	4,04	2780	163,5	688	23	5,07	3722	161,8	734

$L = 0{,}355$ m, $t = 31^0$, $b_0 = 747$ mm.

h	V met/sec	N	N'	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$	h	V met/sec	N	N'	$\frac{N}{h}$	$\frac{N}{V}$
16	3,81	2467	2546	154,2	648	20	4,62	3154	3294	157,7	683
17	3,98	2631	2716	154,8	661	21	4,76	3304	3423	157,3	694
18	4,18	2792	2883	155,1	668	22	4,98	3446	3630	156,6	692
19	4,38	2960	3080	155,8	676						

Durch Vergleichung der beobachteten Tonhöhen N für die höhere Temperatur t und der berechneten N' für die tiefere Temperatur t', beide gleichen Geschwindigkeiten V gehörig, zeigt sich also, dass bei höherer Temperatur der Ton ein tieferer wird, ein Resultat, welches überraschend ist und die Verschiedenartigkeit dieser Tonerregung anderen gegenüber charakterisirt. Für quantitative Bestimmung dieses Temperatureinflusses kann man aus den beiden Beobachtungsreihen keinen Schluss mit Sicherheit ziehen und es müssen zu dem Zwecke noch weitere Versuche angestellt werden.

Es mag übrigens nicht unerwähnt bleiben, dass der Drahtton, während er unter gewöhnlichen Temperaturverhältnissen klar und intensiv auftritt, bei den höheren Temperaturen, unter welchen die Beobachtungen angestellt wurden, nicht zu dieser vollen Klarheit und Intensität gebracht werden konnte, vielmehr nur matt und gedämpft ertönte und schon bei geringen Aenderungen der richtigen Umdrehungsgeschwindigkeit vollends erlosch, eine Erscheinung, die wohl im Zusammenhange mit dem bedeutenden Einflusse der Temperatur auf die elastische Nachwirkung steht.

§. 14. Anregung der Pfeifentöne durch Reibungstöne.

Der im §. 10 beschriebene Vorgang der Anregung der Drahttöne durch Reibungstöne findet eine Parallele in der vollkommen analogen Tonerregung bei Pfeifen. Bei diesen (Zungenpfeifen ausgenommen) strömt die Luft

jedesmal gegen eine scharfe Kante, in der Regel aus einer spaltförmigen Oeffnung. Dadurch entsteht ein Reibungston, dessen Höhe unter sonst gleichen Umständen durch die Geschwindigkeit der Luftströmung bestimmt wird und mit dieser continuirlich variirt. Man kann diesen Ton sehr gut isolirt beobachten, wenn man aus einer spaltförmigen Oeffnung die Luft gegen irgend eine scharfe Kante, z. B. Messerschneide u. a. bläst.

Die in der Pfeife über der scharfen Kante befindliche Luftsäule geräth in stehende Schwingungen am leichtesten, also, wie man zu sagen pflegt, die Pfeife spricht am besten an, wenn der Reibungston von einer Höhe ist, die den Dimensionen jener Luftsäule entspricht, gerade so, wie auch der Draht in stehende Schwingungen geräth, wenn der durch seine Bewegung entstehende Reibungston den Dimensionen und der Spannung des Drahtes entspricht.

Ein Unterschied zwischen der Anregung eines Luft- tones und Drahttones besteht allerdings, indem eine Luftsäule bedeutend leichter eine ihr zutreffende Schwingungsform annimmt als ein Draht. Nun zeigte sich schon bei diesem, dass der Drahtton, besonders wenn derselbe intensiv und sonor ertönt, schon dann auftritt, wenn der Reibungston ihm in der Höhe nur nahe kommt. Dies ist bei den Pfeifen in noch höherem Grade der Fall.

Wenn es also auch richtig ist, dass die Pfeife dann am besten anspricht, wenn der an der Kante entstehende Reibungston von derselben Höhe ist wie der Pfeifenton, so steht damit die Thatsache nicht in Widerspruch, dass die Pfeife auch dann anspricht, wenn man die Geschwindigkeit der Luftströmung beträchtlich vergrössert. Kommt aber dabei der Reibungston in seiner Höhe einem Obertone der Pfeife nahe, so überspringt sofort der frühere Pfeifenton in den nächsten Oberton, und auch dieser überspringt in seinen nächst benachbarten, wenn die Geschwindigkeit der Luftströmung noch mehr gesteigert wird.

§. 15. Theoretisches.

Die durch Beobachtungen gewonnenen Gesetze der Luftreibungstöne zeigen, dass diese Art der Tonerregung in ihrem Wesen von allen sonstigen verschieden sein muss. Denn wenn auch die Stärke des Anblasens oder Anschlagens eines musikalischen Instrumentes bekanntlich nicht ohne Einfluss auf die Tonhöhe ist, so sind diese Einwirkungen immer von untergeordnetem Betrage. Hier aber findet, wie wir gesehen haben, ein ungefähr gleichmässiges Wachsen der Höhe des Reibungstones mit der Bewegungsgeschwindigkeit des denselben erzeugenden festen Körpers statt. Demgemäss wird man auf eine Erklärung durch die Anregung eines in den räumlichen Verhältnissen begründeten Eigentones des festen Körpers von vornherein verzichten müssen.

Wollte man etwa die ringförmige, den Draht umgebende Luftmasse ins Auge fassen, so ist zu beachten, dass bei den zu den Beobachtungen angewandten cylindrischen Körpern die Dimensionen des Luftringes Tönen entsprechen würden, die weit über die Grenze der Wahrnehmbarkeit liegen. Ein in der Luft bewegter Draht von beispielsweise 1 mm Dicke gibt je nach der Geschwindigkeit verschieden hohe aber deutlich wahrnehmbare Töne. Eine ringförmige, den Draht umschliessende Pfeife von etwa 3 mm Länge, also in diesem Falle, bei der einfachsten Schwingungsweise, von 3 mm Wellenlänge müsste bei 333 m Schallgeschwindigkeit einen Ton von 111000 Schwingungen geben; ihr tiefster Ton würde also weit über die Hörgrenze fallen.

Eine erschöpfende Theorie der Reibungstöne zu geben bin ich bis jetzt nicht im Stande. Soviel scheint jedoch ausser allem Zweifel zu stehen, dass die Entstehung periodischer Luftbewegung bei gleichförmiger Bewegung eines festen Körpers in der Luft auf Reibung zurückzuführen ist, sowohl auf die äussere, welche zwischen dem festen Körper und den Luftschichten, als auch auf die

innere, welche zwischen den einzelnen Luftschichten selbst stattfindet.

Wenn ein cylindrischer Körper in der als ruhend gedachten Luft aus dem Zustande relativer Ruhe in jenen relativer Bewegung übergeht, und zwar, wie wir der Einfachheit wegen annehmen wollen, in einer gegen seine Axe senkrechten Richtung, so ist die nächste Folge dieses Ueberganges eine Aenderung der Dichtigkeitsverhältnisse in der den Körper umgebenden Luft, es entsteht eine Verdichtung vor und eine Verdünnung hinter dem Körper. Bei der dadurch entstandenen Druckdifferenz wirkt die äussere Reibung einem Ausgleiche gegenüber verzögernd, und wir können die Wirkung dieser äusseren Reibung dahin auffassen, dass ein Ausgleich in den veränderten Dichtigkeitsverhältnissen erst dann eintritt, wenn die Druckdifferenz zu einem gewissen bestimmten Betrage anwächst. Dadurch würde längst des Querschnittes des cylindrischen Körpers ein discontinuirliches Abreissen der Luft erfolgen und zwar in einer Periode, welche jener bestimmten Druckdifferenz entspricht.

Auf Grundlage dieser Annahme über die Ursache der periodischen Luftbewegung lassen sich nun einige mit den Beobachtungen vollkommen übereinstimmende Folgerungen ziehen.

Zunächst ist klar, dass unter solchen Umständen die Spannung des cylindrischen Körpers keinen Einfluss auf jene periodische Luftbewegung ausüben kann. Die Thatsache ferner, dass dafür auch die Substanz des cylindrischen Körpers gleichgültig ist, würde zu der Folgerung führen, dass die äussere Reibung nicht zwischen Körper und den äusseren Luftschichten, sondern zwischen diesen und der dem Körper innig adhärirenden Luftschicht stattfindet, eine Annahme, zu welcher bereits wie bekannt, auch andere über äussere Reibung angestellte Versuche geführt haben. Ferner sieht man ebenso leicht ein, warum die Länge des cylindrischen Körpers nicht von Einfluss auf die Höhe des Reibungstones ist, wohl aber auf dessen Intensität.

Dagegen ist klar, dass die Dauer der Periode, in welcher das Abreissen der Luft längs des Querschnittes eines cylindrischen Körpers eintritt, sowohl von der Geschwindigkeit der Bewegung desselben als auch von dessen Durchmesser abhängig ist.

In ersterer Beziehung wird die bestimmte Druckdifferenz, bei welcher das Abreissen der Luft unter sonst gleichen Umständen eintritt, um so früher erreicht, je rascher sich der Körper bewegt, und es wird somit bei zunehmender Bewegungsgeschwindigkeit die Dauer jener Periode eine kürzere und der Reibungston dadurch ein höherer werden.

In letzterer Beziehung wird bei derselben Bewegungsgeschwindigkeit die Druckdifferenz, bei welcher das Abreissen der Luft längs des Querschnittes des cylindrischen Körpers eintritt, eine um so grössere sein müssen, je grösser sein Durchmesser ist, also auch die Fläche, von welcher die verdichtete Luft abreissen soll, indem mit der Vergrösserung der Fläche, an welcher die Luft adhärirt, auch die Kraft zunimmt, welche zur Ueberwindung dieser Adhäsion nothwendig ist.

Wenn dann die Periode, in welcher jenes Abreissen stattfindet, von derselben Dauer ist, wie die Periode, in welcher der feste Körper, zum Tönen gebracht, schwingen würde, so wirkt jenes regelmässig erfolgende Abreissen längs des Querschnittes des Körpers wie ein im bestimmten Tempo wiederkehrender Impuls, der, wenn auch an sich schwach, doch in seiner regelmässigen und den Eigenschwingungen des cylindrischen Körpers entsprechenden Wiederkehr den Körper zum intensiven Tönen bringen kann. Dadurch erklärt sich die Anregung der Eigentöne von Drähten, Stäbchen u. s. w. durch Reibungstöne, und in ähnlicher Weise die Wirkung derselben auf bestimmt begrenzte Luftsäulen, die ebenso durch Reibungstöne zum Mittönen gebracht werden.

Es wurde früher hervorgehoben, dass die Reibungstöne mit der Bewegungsgeschwindigkeit des festen cylindrischen

Körpers nicht nur an Höhe, sondern auch an Intensität zunehmen. Auch diese Thatsache lässt sich mit obiger Annahme in Uebereinstimmung bringen. Die Stärke der Wahrnehmung des Schalles hängt von der Grösse der mechanischen Wirkung, d. h. der lebendigen Kraft der Bewegung der Luftschichten ab, und diese wird bei derselben Schwingungsamplitude, welche wiederum durch die betreffende Druckdifferenz bestimmt wird, um so grösser sein, je rascher die Schwingungen vor sich gehen, also je höher der Ton wird.

Die bei verschiedenen Lufttemperaturen angestellten Beobachtungen haben gezeigt, dass die Höhe des Reibungstones unter sonst gleichen Umständen bei zunehmender Temperatur abnimmt. Es liegt nun der Gedanke am nächsten, dass unter sonst gleichen Umständen der Ton bei zunehmender äusserer Reibung ein tieferer wird, indem dadurch das Abreissen der Schichten des Mediums verzögert wird. In der That zeigte sich bei einigen, unter Wasser angestellten Versuchen, dass ein daselbst rasch geschwungener mässig dicker Stahldraht ebenfalls einen Ton erzeugt, aber einen viel tieferen als in der Luft. Nun nimmt, wie die Versuche ergeben haben, der Reibungston in der Luft mit zunehmender Temperatur ab. Diese Thatsache wird also auf Grund obiger Annahme zu der Folgerung führen, dass der äussere Reibungscoëfficient mit der Temperatur zunehme, dass er sich also ebenso verhalte, wie der innere Reibungscoëfficient, welche Annahme in Uebereinstimmung mit der Anschauung ist, dass auch die sogenannte äussere Reibung, ebenso wie die innere, eine Reibung zwischen den Luftschichten selbst ist, nämlich den äusseren und der dem Körper innig adhärirenden Luftschicht.

Obgleich sich also auf Grund unserer Annahme über die Art und Weise der Entstehung der Reibungstöne die durch Beobachtung gewonnenen Thatsachen ziemlich befriedigend erklären lassen, so dass es wahrscheinlich ist, dass durch dieselbe das Wesen der Erscheinung wenigstens

annähernd erfasst ist, so ist es wohl sicher, dass die Einzelheiten des Vorganges durch jene Annahme keineswegs erschöpft sind. Es muss weiteren Versuchen überlassen bleiben, den Gegenstand sowohl vom akustischen Gesichtspunkte aus weiter zu verfolgen, als auch von dem viel wichtigeren, die akustischen Erscheinungen zum Studium der Reibungsverhältnisse zu verwenden.

Die Versuche wurden im physikalischen Laboratorium der Universität Würzburg angestellt; ich erfülle hiermit die ehrenvolle Pflicht, Hrn. Prof. Dr. F. Kohlrausch, auf dessen Anregung die vorliegende Arbeit entstanden, meinen tiefgefühlten Dank für seine freundliche Unterstützung mit Rath und That auszusprechen.

Würzburg, 10. Mai 1878.

V. *Ueber die Bestimmung des Elasticitätscoëfficienten aus der Biegung kurzer Stäbchen;* von *K. R. Koch.*

Während über die Elasticität isotroper Körper eine grosse Zahl von Untersuchungen angestellt ist, liegen über die Elasticität der Krystalle bisher nur wenige vor, unter denen hauptsächlich die von Savart[1]), Baumgarten[2]), Voigt[3]), Groth[4]) und Coromillas[5]) zu nennen sind. Der Grund liegt offenbar darin, dass die gewöhnlichen Methoden, Stäbe von einer Länge erfordern, wie man sie von den meisten Krystallen nicht erhalten kann. Hr. Prof. Warburg schlug mir deshalb eine Methode vor, welche erlaubt, den Elastici-

1) Ann. d. Chim. et Phys. XL. 1829.

2) Pogg. Ann. CLII. p. 3.

3) Pogg. Ann. Ergbd. VII. p. 1.

4) Pogg. Ann. CLVII. p. 115.

5) Ueber die Elasticitätsverhältnisse im Gyps und Glimmer, Inauguraldissert. Z. S. f. Kryst. I. p. 407—412.

tätscoëfficienten eines kurzen und verhältnissmässig dicken Stäbchens durch Biegung mit hinlänglicher Genauigkeit zu bestimmen.

Die vorliegende Mittheilung soll zunächst nur die Brauchbarkeit der Methode zeigen, und zum Beweise hierfür wurden aus der Durchbiegung von Glas-, Messing- und Steinsalzstäben, deren Länge 15—20 mm und deren Dicke 1 mm betrug, die Elasticitätscoëfficienten dieser Substanzen bestimmt. Ich stelle hier die Resultate der über das Steinsalz angestellten Untersuchungen mit den von Voigt und Groth hierfür gefundenen Werthen zusammen:

	Elast. Coëff. senkrecht zur Hexaedfl. E_1	Elast. Coëff. senkrecht zur Dodekaedfl. E_2	$\frac{E_1}{E_2}$
Voigt . . .	4103	3410	1,203
Groth . . .	—	—	1,19
Koch . . .	4033	3395	1,188.

Da durch die nahe Uebereinstimmung der auf so verschiedene Weise gefundenen Werthe die Brauchbarkeit der Methode erwiesen ist, so wird beabsichtigt, dieselbe mit der Zeit zu einer umfassenden Untersuchung zunächst des regulären Krystallsystems zu verwerthen, so weit es gelingen wird, das schwierig zu beschaffende Material zu erhalten. Es mag deshalb eine Beschreibung des Apparates und der Methode und eine detaillirtere Discussion der Fehlerquellen gerechtfertigt erscheinen.

Die Methode ist kurz folgende: Die sehr kleinen Senkungen der Mitte eines an seinen beiden Enden unterstützten Stäbchens wurden nach dem Principe von Fizeau[1]) vermittelst der Newton'schen Interferenzstreifen gemessen; die Fruchtbarkeit dieses Principes zur Untersuchung der Gestaltveränderungen elastischer Körper hat schon Cornu[2]) hervorgehoben und bewiesen. Ueber das Princip selbst ist also hier nichts mehr hinzuzufügen. Wenn jedoch nur kurze Stäbe benutzt werden können, so sind zur Erzielung einer

1) Compt rend. LXII. p. 1101—1133.
2) Compt rend. LXIX. p. 333.

hinlänglichen Genauigkeit in der Ermittelung des Elasticitätscoëfficienten viele Schwierigkeiten zu überwinden und besondere Vorsichtsmaassregeln zu treffen und die Darlegung dieser bildet den wesentlichen Theil der vorliegenden Arbeit.

Vor der Beschreibung des Apparates und der specielleren Auseinandersetzung der Methode mag hier folgende Bemerkung zur Theorie des Versuches ihre Stelle finden.

Zur Berechnung des Elasticitätscoëfficienten aus der Durchbiegung eines an beiden Enden unterstützten Stabes von rechteckigem Querschnitte gilt unter gewöhnlichen Umständen mit hinreichender Annäherung in der von Kohlrausch[1]) angewandten Bezeichnungsweise die Formel:

$$E = \tfrac{1}{4}\frac{P}{s}\frac{l^3}{h^3 b}.$$

Genauer ist indessen, wie Hr. Prof. Warburg mir mittheilte, die Formel:

$$E = \tfrac{1}{4}\frac{P}{s}\frac{l^3}{h^3 b}\left\{1 + 3\left(\frac{h}{l}\right)^2\right\}$$

und das Glied $3\left(\frac{h}{l}\right)^2$ bei den von mir gebrauchten Dimensionen der Stäbe nicht zu vernachlässigen[2]):

---

1) Leidfaden der prakt. Physik p. 83.

2) Wird ein Stab von rechteckigem Querschnitt mit seinen beiden Enden aufgelegt und in der Mitte belastet, so wird der mittlere Querschnitt keine Verschiebung nach der Axe des Stabes erleiden, und eine Linie, welche durch den Schwerpunkt dieses Durchschnitts parallel der Dickenrichtung gelegt ist, wird keine Drehung in dem Querschnitte erleiden. Legt man nun den Anfangspunkt der Coordinaten in den Schwerpunkt des Querschnittes, die z-Axe in die Stabaxe, die x-Axe parallel der Dickenrichtung, so gelten in der Bezeichnung von Clebsch (Theorie der Elasticität fester Körper. 1862. p. 106 ff.) die Bedingungen:

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{dw}{dy}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 = 0.$$

Ich schicke ferner die Beschreibung der Methoden, nach denen die Dimensionsbestimmungen der Stäbchen

Ist P das belastende Gewicht, so wird der Stab an seinen Enden mit der Kraft $\frac{P}{2}$ aufwärts gebogen. Daher hat man (Clebsch, l. c. p. 106) wenn l' die halbe Länge des Stabes bedeutet und man $\frac{P}{2} = A$ setzt:

$$w_1 = \frac{A}{Eqk^2} l' \cdot \left\{ \frac{l'^2}{3} + \left(\frac{dB_1}{dx_0} \right) \right\},$$

wo B_1 eine Function von x und y bedeutet, welche der Gleichung:

$$\frac{d^2 B_1}{dx^2} + \frac{d^2 B_1}{dy^2} = 0$$

genügt und bei einem rechteckigen Stabe von der Dicke k und der Breite b, wenn die X-Axe in die Dickenrichtung gelegt wird, folgende Oberflächenbedingungen erfüllen muss:

$$\text{für } x = \pm \frac{k}{2} \qquad \frac{dB}{dx} = \frac{\mu k^2}{8} - \frac{2-\mu}{2} y^2,$$

$$\text{für } y = \frac{b}{2} \qquad \frac{dB}{dy} = \pm (\mu + 2) x \cdot \frac{b}{2}.$$

Diesen Bedingungen wird genügt durch die Ausdrücke:

$$B_1 = B' + B''$$

$$B' = \frac{k^2}{4} x - \frac{2-\mu}{6} (x^3 - 3xy^2),$$

$$B'' = \sum_{k=0}^{k=\infty} A_k \sin \frac{(2k+1)\pi x}{k} \left(e^{\frac{(2k+1)\pi y}{k}} + e^{-\frac{(2k+1)\pi y}{k}} \right),$$

$$A_k = \frac{4bk^2\mu}{\pi^3(2k+1)^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{(2k+1)\pi b}{k}} - e^{-\frac{(2k+1)\pi b}{k}}} \cdot (-1)^k.$$

Daraus ergibt sich:

$$\left(\frac{dB_1}{dx} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \frac{k^2}{4} + \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{(2k+1)}{k} \pi 2 A_k.$$

Das zweite Glied dieses Werthes, eine stark convergente Reihe von abwechselnd positiven und negativen Gliedern, liefert, wie man sich leicht überzeugt, unter den Bedingungen der Versuche keinen merklichen Betrag; bei Berücksichtigung des ersten Gliedes aber findet man für die Senkung s:

$$s = \frac{A}{Eqk^2} \frac{1}{3} (l'^3 + \tfrac{3}{4} l' k^2),$$

geschahen, voraus, da dieselben von der bei der eigentlichen Untersuchung angewandten vollkommen unabhängig sind. Hrn. Prof. v. Babo, der mich bei der Construction der Apparate vielfach mit seinem Rathe unterstützt hat, spreche ich hiermit meinen Dank aus.

Messung des Abstandes der Lager. Auf einem vermittelst Russ und Lack geschwärzten Glasstreifen wurde auf 520 mm Länge eine Theilung eingeritzt und dieser so erhaltene Maassstab auf Glas photographirt, so dass seine Länge nur circa den 21. Theil der ursprünglichen betrug. Die Ermittelung des Werthes eines Theilstriches dieses Maassstabes geschah nach zwei Methoden, erstens durch genaue Ausmessung der ganzen Länge des photographirten Maassstabes mit dem Kathetometer; dieselbe ergab im Mittel 0,04712 mm pro Theilstrich; und zweitens dadurch, dass die einzelnen Theile an sechs verschiedenen Stellen vermittels eines Mikroskopes mit Ocularmikrometer, dessen Theilung an einem Breithaupt'schen Objectmikrometer auf absolutes Maass reducirt war, ausgemessen wurden; dies

welcher Ausdruck, wenn man $A = \frac{P}{2}$; $l' = \frac{l}{2}$; $q\lambda^2 = \frac{b h^3}{12}$ setzt, in die im Texte gegebene Formel übergeht.

Es mag ferner bemerkt werden, dass der theoretisch berechnete Fall der Biegung bekanntlich eine bestimmte Vertheilung der biegenden Kraft auf dem Querschnitte voraussetzt, welche in Wirklichkeit nicht stattfindet. Der so entstehende Fehler wird um so grösser sein, je kürzer bei gleichem Querschnitte der Stab ist, wodurch die zulässige Verkürzung der Stäbe ihre Grenze findet.

Es erfahren endlich nicht alle Punkte der Querlinie die gleiche Senkung, sondern die Mitte die kleinste. Es kann jedoch der Quotient aus der Differenz der Senkungen in die ganze Senkung in dem obigen Falle nicht grösser werden als:

$$\tfrac{3}{2}\mu\,\frac{y^2}{l^2},$$

wo μ das Verhältniss der Quercontraction zur Längsdilatation, y die Entfernung von der Mitte und l die Hälfte des Abstandes der Lager bedeutet. Nimmt man $l = 7{,}5$ m, $y = 0{,}3$ mm, (die grösste mögliche Abweichung des Beobachtungspunktes vom Mittelpunkte) $\mu = \frac{1}{3}$, so erhält man für jenen Quotienten den Werth 0,0008, eine in Anbetracht der Versuchsfehler zu vernachlässigende Grösse.

ergab als Werth eines Theiles 0,047002 mm, also im Mittel 0,04706 mm. Zur Messung des Abstandes der Lager wurde nun der photographirte Maassstab mit der Seite, auf welcher sich die Theilung befand, auf die beiden Lager gelegt und vermittels eines Mikroskopes die Anzahl der Theile zwischen ihnen bestimmt, wobei die Zehntel noch mit hinreichender Sicherheit geschätzt werden konnten.

Messung der Breite. Diese geschah am Ocularmikrometer eines schwach vergrössernden Mikroskopes. Da bekanntlich bei schwacher Vergrösserung das Object schwer in den wahren Focus des Mikroskopes zu bringen ist, so wurde, um Irrthümer bei der Reduction der Theilung des Ocularmikrometers auf Millimeter zu vermeiden, die Distanz zwischen dem Mikroskop und Object mit einer Glasscala gemessen. Ich überzeugte mich ferner durch Entfernen und Nähern des Gegenstandes, dass der Fehler, der bei dieser Methode das Mikroskop einzustellen begangen werden kann, im Endresultat $^2/_{10}$ Procent nicht übersteigt.

Messung der Dicke. Die Dickenmessung wurde vermittelst des Sphärometers nach der von mir[1]) angegebenen Methode ausgeführt, wodurch die Genauigkeit der Messung bedeutend gesteigert wird.

Für die Fehler, welche aus den ungleichen Dimensionen in der Dicke und Breite entstehen, sind schon von Voigt[2]) die betreffenden Formeln entwickelt. Dieselben können jedoch hier nicht in Anwendung gebracht werden, da keine bestimmte Regel in den Aenderungen der Breite und Dicke der untersuchten kurzen Stäbe zu erkennen war; und selbst wenn eine solche beobachtet wäre, so hätte dies eine so kleine Correction in der dadurch geforderten Anbringung der Belastung ausserhalb der Mitte veranlasst, dass sie immer innerhalb der Fehler geblieben wäre, die man bei der Einstellung der Belastungsschneide in die Mitte zwischen die Lager macht.

1) Wied. Ann. III. p. 611.
2) Pogg. Ann. Ergbd. VII. p. 8 ff. 1876.

Beschreibung des Apparates und der Methode.

Nach vielen mühsamen Vorversuchen ergab sich als zweckmässigste Construction des Apparates die folgende:

Auf einer starken Stahlschiene, die vermittelst einer Klemme an einen in der Mauer befestigten Halter festgeschraubt war, waren als Unterlage für den zu untersuchenden Stab zwei Lager $\alpha\beta\gamma\delta$ und D (Taf. II Fig. 5) befestigt. $\alpha\beta\gamma\delta$ hatte die Form wie die Figur sie zeigt, d. h., es war ein Würfel, dessen eine (obere) Kante $\alpha\gamma$ etwas höher war als die andere $\beta\delta$, so dass der Stab nur auf ersterer ruhte. Das Lager D bestand aus einem dreikantigen Prisma, auf dessen oberer Kante das eigentliche dachförmige Lager D_1 balancirte. Der Grund für diese Einrichtung wird später erörtert werden. Durch eine Schraube E konnte dieses bewegliche Lager in beliebiger Entfernung von dem anderen festgestellt werden; mitten zwischen den Lagern befand sich ein Reflexionsprisma G, dessen eine Kathetenfläche horizontal und nach oben und dessen andere dem Beobachter zugekehrt war. Es war festgekittet auf einem durch drei Stellschrauben K_1, K_2, K_3 beweglichen Tischchen H. Vor der verticalen Kathetenfläche war eine unbelegte verticale Glasplatte angebracht, die das Licht einer seitlich aufgestellten Natriumflamme senkrecht auf die genannte Kathetenfläche warf. Wird nun das Stäbchen auf die Lager gelegt und das Prisma vermittelst der Stellschrauben gerichtet, wird ferner ein schwachvergrösserndes Mikroskop auf die obere Fläche des Prismas eingestellt, so erscheinen im Gesichtsfelde die bekannten Newton'schen Interferenzstreifen.

Es steht hierbei der Beobachtung solcher Stäbe, deren polirte Fläche das Licht im passenden Intensitätsverhältnisse zu dem an der oberen Fläche des Prismas bereits zurückgeworfenen reflectirt, bei Anwendung dieser Methode nichts hinderliches im Wege. In Fällen, wo die Oberflächenbeschaffenheit eine solche ist, dass keine Interferenzen entstehen, wie z. B. beim Messing, wurde folgende

einfache Vorrichtung benutzt. An den Stab wurde eine möglichst leichte Klammer (Taf. II Fig. 6) mit ihren beiden Spitzen angeschraubt; an die untere Fläche derselben war ein dünnes Glasplättchen (Deckgläschen) angekittet; damit dieses nicht auch Interferenzen zeigte, war die hintere Seite desselben mit Flussspathsäure geätzt.

Der Belastungsapparat bestand im wesentlichen aus folgenden Theilen. Der eigentlichen Belastungschneide *A*, (Taf. II Fig. 7) war die Form einer Kreuzschneide (wie in den Bunge'schen Waagen) gegeben, um der Resultante der Belastung während des Versuches einen ungeänderten Angriffspunkt zu sichern. An diese setzt sich der Bügel *B* mit dem constanten Gewichte *C*, welches angebracht ist, um dem Apparat, wenn das eigentliche Belastungsgewicht nicht wirkt, die nöthige Stabilität zu geben. Hieran sitzen zwei Bügel C_1 und C_2, an denen mit dem Drahte *E* vermittelst eines durch den Wirbel C_3 verstellbaren Fadens *D* das eigentliche Belastungsgewicht *F* hängt. *E* endet in eine horizontale Platte *H*, welche in ein Gefäss *O* taucht, das mit Oel gefüllt ist, um die durch etwaige Ungenauigkeiten des Apparates entstehenden Stösse und Vibrationen zu dämpfen.

Darüber befindet sich ein in jeder Richtung verschiebbarer Haken *K*, um das Auflegen der Schneide mit der nöthigen Präcision ausführen zu können.

Die etwas complicirte Arretirung soll hier nicht genauer beschrieben, sondern nur bemerkt werden, dass das Arretiren durch Drehen einer Kugel bewerkstelligt wurde, die sich unter dem Beobachtungstische befand und die mit verschiedenen Hebelübersetzungen verbunden war; es entsprach hierdurch einer ganzen Umdrehung derselben eine Hebung oder Senkung des Unterstützungspunktes des Belastungsgewichtes um 0,17 mm.

Die Beobachtung der Biegung wurde so angestellt, dass vermittelst der Arretirung der constanten Belastung ein bestimmtes, genau abgewogenes Gewicht hinzugefügt

wurde; der Beobachter drehte dabei mit der rechten Hand die Kurbel, wodurch vermöge der Elasticität der beiden Fäden, an denen der Bügel des Belastungsgewichtes hing, eine ganz allmähliche Belastung des Stäbchens eintrat, so dass im Mikroskop, das senkrecht zur verticalen Kathetenfläche gerichtet war, die Zahl der das Fadenkreuz passirenden Interferenzstreifen mit Ruhe und Sicherheit beobachtet werden konnte; die Anzahl derselben gibt dann unmittelbar in Halbwellen (des Natriumlichtes) die Senkung an.

Damit dies indess genau der Fall ist, sowie damit die oben angeführte Formel angewendet werden kann, müssen noch folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Die Belastung muss in der Mitte zwischen den beiden Lagern angreifen. Um diese Forderung möglichst zu erfüllen, wurde mit einem schwach- (fünffach-) vergrössernden Mikroskop der Abstand der Lager am Mikrometer abgelesen und so die Einstellung der Schneide auf die Mitte bewerkstelligt; es konnte dies bis auf 0,1 mm genau ausgeführt werden. Eine experimentelle Feststellung des entstehenden Fehlers, wenn man absichtlich die Belastungsschneide um 1 mm aus der Mitte entfernte, ergab im Resultate eine Abweichung von etwa 2 Procent; mithin verursacht der Fehler (von 0,1 mm), den man bei jener Einstellung begehen kann, eine solche von 0,2 Procent, was als unmerklich angesehen werden kann.

2. Es muss die Senkung gerade unter dem Angriffspunkte der Belastung gemessen werden. Setzt man voraus, die Belastung selbst greife in der Mitte an, und berechnet man nach der Gleichung der elastischen Curve für einen Abstand der Lager von 20 mm die Senkung der Mitte und die eines Punktes, der um 1 mm von ihr entfernt ist, so erhält man zwei Werthe, die sich wie 668 : 657 verhalten; es beträgt also bei einem derartigen Irrthume in der Einstellung des Mikroskopes (der aber in Wirklichkeit vielleicht zehnmal kleiner ist), der Fehler noch nicht 2 Procent. Zur Vermeidung desselben wurde bei der Beobachtung ein Mikroskop benutzt, das um eine horizontale Axe drehbar war. Es

wurde dabei zuerst die vordere Kante der Belastungsschneide ins Fadenkreuz gebracht und dann das Mikroskop bis zu dem Punkt gesenkt, an welchem die Beobachtung stattfinden musste. Da die Umdrehungsaxe mit einer Libelle horizontal gerichtet war, so ist natürlich der Fehler in der Einstellung nur klein und übersteigt einen geringen Bruchtheil eines Millimeters nicht.

3) Es darf nur der Theil der beobachteten Senkung in Rechnung gezogen werden, welcher aus der elastischen Biegung entspringt. Die Erfahrung lehrt, dass mit der durch die Belastung hervorgerufenen Biegung zugleich eine Drehung des Stäbchens um eine Längsaxe und eine Durchdrückung der Lager verbunden ist.

Dass eine Drehung des Stäbchens stattfindet, lässt sich sehr leicht constatiren. Beobachtet man nämlich an verschiedenen Stellen desselben Querschnittes, so erhält man an diesen eine verschiedene Anzahl von Interferenzstreifen, welche das Fadenkreuz passiren. Zum Beispiel wurden an einem Glasstäbchen folgende Senkungen beobachtet (die Einheit der Zahlen ist die halbe Wellenlänge des Natriumlichtes):

Kante *a* 36,95, Mitte 34,3, Kante *b* 32,55.

Nachdem das Stäbchen von neuem aufgelegt war:

Kante *a* 33,9, Mitte 34,9, Kante *b* 37,2.

Es ist klar, dass man sich von dem Einfluss jener Drehung befreien kann, wenn man die Senkung an dem Punkte des Querschnittes beobachtet, der selbst durch diese Drehung keine Senkung erfährt. Da das eine der beiden Lager beweglich gemacht ist, so wird die hauptsächlichste Drehung immer um die Drehungsaxe desselben, d. h. um die obere Kante des prismatischen Lagers stattfinden. Da weder die Kanten der Lager gerade Linien, noch die unteren Flächen der Stäbchen vollkommene Ebenen sind, so werden die Stäbchen nicht mit ihrer ganzen Fläche, sondern nur mit einigen Punkten auf den Lagern liegen. Nehmen wir den einfachsten Fall, dass der

Stab, was für die Stabilität genügt, nur mit drei Punkten auf den Lagern ruhte, so wird er auf dem beweglichen an zwei und auf dem festen an einem Punkte unterstützt sein; tritt nun an einer Seite des Querschnittes bei der Belastung ein Ueberdruck ein, so wird eine Drehung stattfinden.

Es hat viel Mühe gemacht, genau den soeben erwähnten Punkt, der durch die Drehung keine Senkung erfährt, in das Fadenkreuz des Mikroskopes zu bringen; schliesslich hat sich folgende einfache Methode am besten bewährt.

Belastet man absichtlich die eine Seite des beweglichen Lagers stärker, indem man einen leichten Druck auf dieselbe ausübt, so ist es nicht schwer, bei der allgemeinen Bewegung, in welche die Interferenzstreifen gerathen, den Punkt der Querlinie zu finden, an dem eine solche Bewegung nicht stattfindet. Ohne Anwendung dieser Methode ist es, wie die oben mitgetheilten Zahlen zeigen, unmöglich, zu übereinstimmenden Resultaten zu gelangen. Der oben erwähnte Glasstab ergab bei derselben Belastung wie dort, für die auf diese Art und Weise beobachtete Senkung, folgende übereinstimmende Werthe (die Einheit ist wieder die halbe Wellenlänge des Natriumlichtes): 35,1, neu aufgelegt 35,0, wiederum neu aufgelegt 35,2, also im Mittel 35,1.

Es ist ferner die Durchdrückung der Lager von der beobachteten Senkung in Abzug zu bringen. Dies ist eine der wichtigsten Correctionen, die an jeder Beobachtung anzubringen ist. Zu ihrer Bestimmung wurde folgende Methode angewandt. Auf die beiden Lager war ein möglichst dicker Glasstab gelegt, dessen Biegung bei der angewandten Belastung nur gering war, so dass der hauptsächlichste Theil der Senkung auf Rechnung der Durchdrückung der Schneiden zu setzen war. Der Elasticitätscoëfficient des Glases wurde zu 7000 angenommen, daraus die stattfindende elastische Biegung berechnet und von der beobachteten Senkung in Abzug gebracht.

Es mögen hier als Beispiele einige von diesen Bestimmungen folgen.

Es ergaben sich für die beobachteten Belastungen im Mittel folgende Senkungen, ausgedrückt wie vorher in Halbwellen des Natriumlichtes:

Belastung . .	[illegible]	[illegible]	1,7791 kg
Senkung beob.	1,45	2,0	2,99
„ ber.	0,959	0,794	0,125

Mittel beträgt die Durchdrückung der Lager:

Belastung . .	0,3754	0,5593	0,7791 kg
Durchdrückung	1,39	1,91	2,45

Auf diese Weise wurde auch die Durchdrückung der Lager bei den anderen Belastungen bestimmt und in Rechnung gebracht.

Resultate.

Da es zu weit führen würde, jede einzelne der ausgeführten Messungen mitzutheilen, so folgen hier von einzelnen Stäbchen nur einige derselben. Jede der unten folgenden Zahlen, an denen schon alle Correctionen angebracht sind, ist das Mittel aus mehreren Beobachtungen. Es wurde bei denselben nicht nur mehrmals belastet und entlastet und dabei jedesmal die Senkung beobachtet, sondern auch das Auflegen des Stäbchens und die Einstellung von Schneide und Mikroskop erneuert.

Die Einheit für die Zahlen ist auch hier die halbe Wellenlänge des Natriumlichtes. Alle Stäbchen wurden bei verschiedenen Längen und Belastungen untersucht.

1) Proportionalität der Senkung mit der Belastung.

A. Bei einer Länge von 20,354 mm.

Glasstab. Dimensionen: Dicke = 1,3378 mm, Breite = 3,699 mm.

Belastung . .	0,5593	0,3754	0,1831 kg
Senkung beob.	63,99	43,53	21,03
„ ber.[1])	—	42,95	20,95

1) Die Zahlen in der Columne: „berechnet" sind unter Annahme

Steinsalzstab (α) normal zur Würfelfläche. Dimensionen: Dicke = 1,2249 mm, Breite = 5,073 mm.

Belastung . .	0,1109	0,0946	0,0793	0,0316 kg
Senkung beob.	21,55	18,25	15,29	6,10
„ ber.	—	18,38	15,40	6,14

Steinsalzstab (β) normal zur Octaëderfläche. Dimensionen: Dicke = 1,3460 mm, Breite = 5,003 mm.

Belastung . .	0,2198	0,1252 kg
Senkung beob.	38,3	22,1
„ ber.	—	21,8

B. Bei einer Länge von 14,921 mm.

Glasstab. (Dimensionen dieselben.)

Belastung . .	0,5593	0,3754 kg
Senkung beob.	25,57	17,07
„ ber.	—	17,16

Steinsalzstab (α).

Belastung . .	0,1252	0,0946 kg
Senkung beob.	9,92	7,58
„ ber.	—	7,49

Steinsalzstab (β).

Belastung . .	0,3754	0,2198 kg
Senkung beob.	25,6	14,75
„ ber.	—	14,99

Auch bei den vielen anderen, hier nicht mitgetheilten Messungen wurde zwischen den beobachteten und berechneten Werthen nie eine Differenz gefunden, die 1 % oder bei den kürzeren Längen 1,6 % überstieg.

2) Proportionalität der Biegung mit der Länge nach der Formel: $s : s_1 = l^3 + 3l : l_1^3 + 3l_1$,
wo s und s_1 die Biegungen und l und l_1 die entsprechenden Längen sind.

Glasstab (derselbe wie oben).

---

der Proportionalität der Belastung mit der Senkung aus der bei der grössten angewandten Belastung beobachteten Senkung berechnet.

Belastung . .	0,5593	0,5593 kg
Länge . . .	20,354	14,921 mm
Senkung beob.	63,99	25,6
„ ber.	—	25,9

Messingstab. Dimensionen: Dicke = 1,0447 mm, Breite = 4,992 mm.

Belastung . .	0,3754	0,3754 kg
Länge . . .	20,354	14,921 mm
Senkung beob.	44,73	17,55
„ ber.	—	17,7

Steinsalzstab (α).

Belastung . .	0,1109	0,1252 kg
Länge . . .	20,354	14,921 mm
Senkung beob.	21,55	9,9
„ ber.	—	9,6

Steinsalzstab (β).

Belastung . .	0,2198	0,3754 kg
Länge . . .	20,354	14,921 mm
Senkung beob.	38,3	25,6
„ ber.	—	25,9

Steinsalzstab (γ) normal zur Dodekaëderfläche. Dimensionen: Dicke = 0,9741 mm, Breite = 5,123 mm.

Belastung . .	0,0793	0,1831 kg
Länge . . .	20,354	14,921 mm
Senkung beob.	35,7	32,2
„ ber.	—	32,7

Die berechneten Werthe zeigen eine, wenn auch nur geringe, so doch bei allen mit Ausnahme des Steinsalzstabes α constante, d. h. in demselben Sinne stattfindende Abweichung von den beobachteten. Eine Erklärung hierfür zu finden, ist mir bis jetzt nicht gelungen.

Die absoluten Werthe der Elasticitätscoëfficienten der untersuchten Substanzen sind dann also folgende:

Glas	6552
Messing	10698
Steinsalz normal zur Octaëderfläche im Mittel	3395
Steinsalz normal zur Würfelfläche im Mittel	4033

Nach den hier mitgetheilten Proben dürfte die Brauchbarkeit der Methode für Stäbchen von den angewandten Dimensionen erwiesen und vielleicht hierdurch ein Weg gebahnt sein, um die Elasticität der Krystalle in umfassenderer Weise zu erforschen, als dies nach den bisher angewandten Methoden möglich war.

Phys. Inst. d. Univ. Freiburg i. Br., 9. Juni 1878.

VI. *Bemerkungen, das Atomgewicht des Antimons betreffend; von R. Schneider.*

Bekanntlich wurde bis zum Jahre 1856 das Atomgewicht des Antimons auf Grund älterer Bestimmungen von Berzelius zu 129 angenommen.

Theils der Umstand, dass ich bei der Analyse gewisser Antimonverbindungen, die ich für rein zu halten Grund hatte, trotz aller aufgewendeten Sorgfalt stets Resultate erhielt, die (wenn Sb = 129) von den theoretischen Voraussetzungen erheblich abwichen, theils das unwahrscheinliche Verhältniss von 13 Molecülen Basis auf 12 Molecüle Säure, zu dem Hefter[1]) bei der Analyse der antimonsauren Salze (unter der Voraussetzung, dass Sb=129) geführt worden war, veranlassten mich im Jahre 1856, das Atomgewicht des Antimons einer eingehenden Revision zu unterwerfen.

In der darauf bezüglichen Abhandlung[2]) habe ich zunächst die Gründe dargelegt, die mich bestimmt haben, bei dieser Untersuchung gegen den allgemeinen Brauch anstatt von einer künstlichen, von einer natürlichen Antimonverbindung auszugehen. Meine Wahl fiel auf einen

1) Pogg. Ann. LXXXVI. p. 418.
2) Pogg. Ann. XCVIII. p. 293.

durch ungewöhnliche Reinheit ausgezeichneten Antimonglanz, der mir durch die Güte des Hrn. G. Rose aus den Beständen des hiesigen Mineraliencabinets überlassen worden war. Wie damals, so bin ich auch heute noch der Ansicht, mit dieser Wahl einen sehr glücklichen Griff gethan zu haben.

Die angewandte Methode war äusserst einfacher Art: sie bestand wesentlich in der Reduction des Antimonglanzes im Strome von reinem Wasserstoffgas und Wägung des hinterbliebenen metallischen Antimons.

Der Behauptung von Dumas[1]), dass bei dieser Reduction Schwefelantimon in erheblicher Menge verflüchtigt werde, — eine Behauptung, die, wenn sie begründet gewesen wäre, die Brauchbarkeit der von mir gewählten Methode gänzlich in Frage gestellt haben würde, — muss ich, wie schon einmal bei früherer Gelegenheit, hier nochmals auf das Bestimmteste widersprechen.

Hält man den Wasserstoffstrom dauernd in gleichmässig langsamer Bewegung, erhitzt man das Schwefelantimon nicht stärker, als zum glatten Verlauf der Reduction eben nöthig ist, und benutzt man, wie es bei allen meinen Versuchen geschehen ist, Reductionsröhren mit tief unter die Schenkel versenkter Kugel, so werden in der That nur Spuren von Schwefelantimon verflüchtigt. Die Menge desselben überstieg in keinem meiner Versuche den Werth von 0,002 g, obgleich der Antimonglanz bei den verschiedenen Bestimmungen in Quantitäten bis zu 10,5 g angewendet worden war.

Die unbedeutende Menge von Schwefelantimon, die während der Reduction die obere Wölbung der Kugel und den dicht daran grenzenden Theil des engeren Röhrenschenkels beschlagen hatte, liess sich gegen das Ende der Operation unter vorsichtigem Wenden der Röhre und unter gleichzeitiger Verlangsamung des Wasserstoffstromes leicht und ohne jeden Verlust reduciren. — Da nun auch die in

1) Ann. d. chim. et phys. (3) LV. p. 175.

die Vorlageflüssigkeit übergegangenen Spuren von Schwefelantimon abgeschieden und in geeigneter Form zur Wägung gebracht wurden, so steht ausser Zweifel, dass die Bestimmungen nach dieser Seite gegen die Gefahr eines Verlustes völlig gesichert waren.

Auch gegen einen von anderer Seite drohenden Fehler hat sich die Bestimmung mit Sicherheit schützen lassen. Das reducirte Antimon hielt nämlich eine geringe Menge Schwefel hartnäckig zurück, so dass, auch als das geschmolzene Metall schon längst eine ganz spiegelblanke Oberfläche zeigte, immer noch kleine Mengen von Schwefelwasserstoff aus dem Apparate entwichen. Es erklärt sich diese Erscheinung einfach daraus, dass das schmelzende Antimon kleine Mengen von Schwefelantimon aufzulösen vermag und dass diese, weil durch die ganze Masse des Metalls gleichmässig vertheilt, immer nur in der Oberflächenschicht der Wirkung des Wasserstoffs ausgesetzt sind. Da die Reductionen ohnehin schon sehr zeitraubend waren — (für jedes Gramm Antimonglanz war etwa 1 Stunde erforderlich) —, so wurde die kleine, beim reducirten Antimon verbliebene Schwefelmenge auf andere Weise (als BaO, SO_3) bestimmt und in Abrechnung gebracht.

Da sich endlich auch der Quarz, der dem Antimonglanz als Gangart in geringer Menge (nur etwa $^1/_3$ Proc.) innig beigemengt war, mit Genauigkeit bestimmen liess — (er blieb nach dem Auflösen des Antimons in Königswasser zurück) —, so durften bei der sonstigen Reinheit des angewendeten Materials mit hoher Wahrscheinlichkeit genaue und zuverlässige Resultate erwartet werden.

Als Mittel aus 8 Versuchen, bei denen die angewandten Mengen Antimonglanz zwischen 3,209 und 10,624 g schwankten, ergab sich die Zusammensetzung des Schwefelantimons zu:

71,480 Proc. Antimon und
28,520 „ Schwefel

und daraus das Atomgewicht des Antimons zu **120,3.**

Es konnte als Empfehlung für diese Zahl gelten, dass unter Einführung derselben in die Rechnung sich die von Hefter untersuchten antimonsauren Salze als normal zusammengesetzte, neutrale Salze auswiesen; es sprach ferner zu ihren Gunsten, dass zahlreiche Analysen von H. Rose sich damit in naher Uebereinstimmung befanden, so namentlich die Analyse des Chlorantimons, aus deren Ergebnissen H. Rose[1]) selbst für das Atomgewicht des Antimons die Zahl **120,64** ableitete, — unter dem ausdrücklichen Bemerken jedoch, dass er diese Zahl keineswegs für richtiger halte, als die von mir gefundene.

Im Jahre 1857 bestimmte Dexter[2]) das Atomgewicht des Antimons, indem er gewogene Mengen von reinem Antimon durch Behandeln mit Salpetersäure, Abdampfen und Erhitzen des Rückstandes in antimonsaures Antimonoxyd verwandelte. Zehn Versuche, bei denen die angewandten Antimonmengen allerdings nur zwischen 1,5 und 3,3 g schwankten, ergaben als Mittelzahl für das Atomgewicht des Antimons **122,33.**

Die Bestimmung des Antimons als antimonsaures Antimonoxyd ist für die Zwecke der gewöhnlichen Analyse unbestritten hinlänglich genau; für eine Atomgewichtsbestimmung ist sie es nach meinem Dafürhalten nicht. Es ist in der That, wie ich auf Grund eigener Versuche behaupten zu dürfen glaube, sehr schwierig, das aus Antimon durch Salpetersäure erhaltene Oxydationsproduct, besonders wenn es sich um etwas grössere Mengen handelt, durch Glühen auf eine ganz constante Zusammensetzung zu bringen und es darauf zu erhalten. In ähnlichem Sinne hat sich Strecker[3]) über die von Dexter gewählte Methode ausgesprochen. Er sagt (l. c.) wörtlich:

„Die Einfachheit der Ausführung dieser Versuche kann zwar als eine gute Empfehlung der daraus abgelei-

1) Ber. d. Berl. Akad. 1856. p. 239.
2) Pogg. Ann. C. p. 570.
3) Handwörterbuch der Chemie. (2. Aufl.) I. p. 473.

teten Zahl betrachtet werden, doch scheint ein Ueberschuss von Antimonoxyd bei dem antimonsauren Antimonoxyd schwer zu vermeiden, wodurch das Atomgewicht des Antimons sich zu hoch berechnen würde. Die von Schneider gefundene Zahl (120,3) möchte daher der Wahrheit näher kommen."

Bei Gelegenheit seiner im Jahre 1859 veröffentlichten umfangreichen Untersuchung über die Atomgewichte der Elemente hat Dumas[1]) unter anderen auch das Atomgewicht des Antimons bestimmt. Dabei wurde Chlorantimon, das in mit Weinsteinsäure angesäuertem Wasser gelöst worden war, durch titrirte Silberlösung zersetzt und aus der verbrauchten Silbermenge das Atomgewicht des Antimons berechnet. Dasselbe ergab sich im Mittel aus 7 Bestimmungen zu **121,97**, wofür rund **122** angenommen wurde.

Die hohe Autorität des Namens Dumas und die nahe Uebereinstimmung der von Dexter erhaltenen mit der von Dumas selbst gefundenen Zahl liessen diese letztere bald zu allgemeiner Annahme gelangen. Ungeachtet der meinerseits gegen die Genauigkeit des von Dumas angewandten Verfahrens laut und nachdrücklich erhobenen Bedenken wurde, ohne dass in der von mir gewählten Methode irgendeine Fehlerquelle nachweisbar gewesen wäre, die Zahl 120,3 als angeblich unrichtig und widerlegt bei Seite geschoben.

Mit wieviel Recht dies geschehen ist und inwieweit jene von mir geäusserten Bedenken gegründete gewesen sind, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Hr. J. P. Cooke, Professor in Cambridge, U. S. A., hat sich kürzlich der Mühe unterzogen, das Atomgewicht des Antimons von neuem einer genauen Revision zu unterwerfen. In einer vortrefflich geschriebenen Abhandlung[2]) hat Hr. Cooke die Ergebnisse seiner ebenso ausführlichen

1) Ann. d. chim. et phys. (3) LV. p. 129.

2) Sillim. Americ. Journ. of science and arts. (3. Ser.) XV. p. 41—49 und p. 107—124.

als sorgfältigen Untersuchungen zusammengestellt. Ich halte es bei der Wichtigkeit der Sache und da es sich zugleich um die Entscheidung in einer wissenschaftlichen Controverse handelt, an der ich persönlich betheiligt bin, für angezeigt, an derselben Stelle, an der ich vor Jahren meine Untersuchung über das Atomgewicht des Antimons veröffentlicht habe, in eine nähere Besprechung der inhaltreichen und gediegenen Arbeit des Hrn. Cooke einzutreten.

Hr. Cooke hat zunächst gewogene Mengen von reinem Antimon durch Auflösen und Fällen der mit Weinsteinsäure versetzten Lösung durch Schwefelwasserstoff in Schwefelantimon verwandelt und das Gewicht des letzteren mit möglichster Genauigkeit bestimmt. Das Schwefelantimon wurde zunächst, nachdem es bei 180° C. getrocknet war, in der rothen Modification gewogen, darauf durch Erhitzen auf 210° C. in die schwarze Modification verwandelt und wieder gewogen. Die ersteren Wägungen gaben im Mittel aus 13 Bestimmungen (in denen die angewandten Antimonmengen zwischen 1,8068 und 2,3843 g schwankten) das Atomgewicht des Antimons zu **119,994**, die letzteren als Mittel aus 11 Bestimmungen **120,295**, — also fast genau den von mir bei der Analyse des Schwefelantimons erhaltenen Werth.

Bei der Beurtheilung dieser Zahlen ist nicht zu übersehen, dass das gefällte Schwefelantimon nach dem Auswaschen geringe Mengen von Weinsteinsäure und von Antimonoxychlorid zurückhielt. Diese Stoffe zersetzten sich natürlich beim späteren Erhitzen des Schwefelantimons, — vollständig wohl erst bei der Temperatur von 210 bis 220°, bei der die rothe Modification des Schwefelantimons in die schwarze überging und deren die Weinsteinsäure zu einer tiefergreifenden Zersetzung bedarf. Dass nun, wie in der Mehrzahl der Versuche vorausgesetzt wurde, der während des Erhitzens durch Verflüchtigung von wenig Chlorantimon (aus dem Oxychlorid) entstandene Verlust durch das Gewicht des von der Zersetzung der

Weinsteinsäure herrührenden, beim schwarzen Schwefelantimon verbliebenen kohligen Rückstandes nahezu compensirt worden sei, mag, zumal da die Menge jener Verunreinigungen jedenfalls nur eine sehr geringe war, als eine gestattete und annähernd richtige Annahme gelten. Wenn aber Hr. Cooke geglaubt hat, den aus dem Gewichte des rothen Schwefelantimons abgeleiteten Zahlen vor den aus dem Gewichte der schwarzen Modification sich ergebenden den Vorzug der grösseren Zuverlässigkeit einräumen zu müssen, so scheint mir dabei nicht berücksichtigt zu sein, dass das rothe Schwefelantimon bei der Temperatur (180° C.), bei der es getrocknet wurde, doch wohl noch die Weinsteinsäure zum Theil wenigstens im unzersetzten Zustande enthielt, wodurch das Gewicht desselben um ein Geringes erhöht und der daraus abgeleitete Werth für das Atomgewicht des Antimons etwas herabgedrückt werden musste. Fast möchte ich mich mit Rücksicht hierauf der Ansicht zuneigen, dass den aus dem Gewichte des schwarzen Schwefelantimons abgeleiteten Zahlen der grössere Werth beizumessen sei, wenn ich auch nicht die Gefahr des Verlustes unterschätze, der durch die sprühende Bewegung, in die die Masse beim Uebergange des rothen in das schwarze Schwefelantimon gerieth, möglicherweise verursacht werden konnte.

Merkwürdigerweise wurde bei der letzten (der 13.) Bestimmung, bei der es gelungen war, das Schwefelantimon frei von Oxychlorid zu erhalten, das Gewicht des bei 180° getrockneten rothen und des bei 210° getrockneten schwarzen Schwefelantimons genau gleich hoch gefunden, obgleich dem schwarzen Schwefelantimon ein starker (large) kohliger Rückstand (dessen Gewicht übrigens in Abrechnung gebracht wurde) beigemengt war. Zur Erklärung dieser Erscheinungen müsste man geradezu annehmen, dass die Weinsteinsäure schon bei 180° zum grössten Theil und ohne bemerkbare Schwärzung zersetzt worden sei und dass infolge dessen bei weiterer Steigerung der Temperatur (bis 210°) keine bemerkbare Gewichtsabnahme mehr stattfinden konnte.

Es verdient übrigens Beachtung, dass gerade diese letzte Bestimmung, die Hr. Cooke selbst als die beste und gelungenste bezeichnet („the best determination, and as perfect as can be made under conditions"), das Atomgewicht des Antimons = **120,14** ergab.

Welcher von diesen aus den sorgfältigen Versuchen des Hrn. Cooke abgeleiteten Zahlen man nun auch den Vorzug geben mag, jedenfalls liegt sie der von mir gefundenen Zahl (120,3) so nahe, dass beide (der Dumas'schen Zahl gegenüber) vice versa als Bestätigung für einander gelten können.

Als Hr. Cooke versuchte, das Atomgewicht des Antimons nach dem Vorgange von Dumas dadurch zu bestimmen, dass er im Chlorantimon (theils durch fractionirte Destillation, theils durch Krystallisation aus Schwefelkohlenstoff gereinigt) durch Fällen der mit Weinsteinsäure bereiteten Lösung mit in möglichst geringem Ueberschuss angewandter Silberlösung den Chlorgehalt ermittelte, ergeben sich Zahlen, die mit den von Dumas erhaltenen nahezu übereinstimmten. Es wurde nämlich im Mittel aus 17 Versuchen (bei denen zwischen 0,5326 und 2,5030 g Chlorantimon angewandt wurden) der Chlorgehalt des Chlorantimons zu 46,620 Proc. gefunden, woraus sich (wenn Ag = 108 und Cl = 35,5) für das Atomgewicht des Antimons die Zahl **121,94** berechnet.

Demnächst bestimmte Hr. Cooke die Menge von Schwefelantimon, die aus einer bekannten Menge Chlorantimon erhalten wurde. Dabei ergab sich im Mittel aus 6 Versuchen, dass (wenn Sb = 120 und S = 32) 100 Theile Chlorantimon 53,401 Theile Antimon enthalten. (Für Sb=122 und S=32 würden sich 53,652 Proc. berechnen). Dieser Werth, insofern er sich mit dem vorher ermittelten Chlorgehalte des Chlorantimons (46,611)[1]) nahezu zu 100 ergänzte, schien für die Richtigkeit der Chlorbestimmung zu sprechen und er schien somit auch geeignet,

1) Als Mittel aus den ersten 13 Versuchen.

dem aus jener Chlorbestimmung abgeleiteten Atomgewicht (121,94) zur Bestätigung zu dienen.

Die Ergebnisse, zu denen einerseits die Synthese des Schwefelantimons, andererseits die Bestimmung des Chlors im Chlorantimon geführt hatte, waren demnach durchaus widersprechender Art: wurde durch jene das von mir bestimmte Atomgewicht des Antimons bestätigt, so sprachen diese anscheinend zu Gunsten der von Dumas erhaltenen Zahl. Zur Klärung des hierin liegenden Widerspruchs schritt Hr. Cooke zu vergleichenden Versuchen mit Brom- und Jodantimon. Besonders das Bromantimon schien sich für die auszuführenden Controlversuche gut zu eignen, da es nicht, wie das Jodantimon, zur directen Aufnahme von Sauerstoff aus der Luft geneigt und da es zugleich, worauf Hr. Cooke besonders aufmerksam gemacht hat, weit weniger hygroskopisch ist als das Chlorantimon.

Das angewandte Antimonbromid war durch wiederholtes Umkrystallisiren aus reinem Schwefelkohlenstoff und durch fractionirte Destillation auf das Sorgfältigste gereinigt. Aus der Lösung desselben wurde durch (in möglichst geringem Ueberschuss angewandte) Silberlösung das Brom gefällt und aus dem Gewichte des Bromsilbers der Bromgehalt des Antimonbromids berechnet. Im Mittel aus 15 Bestimmungen (in denen die angewandten Mengen von Bromantimon zwischen 0,9417 und 3,2838 g schwankten) wurden 66,664 Proc. Brom gefunden. Die letzten 6 Bestimmungen, mit einem besonders reinen Bromid ausgeführt, gaben für sich im Mittel 66,6665 Proc. Brom. Aus der letzteren Zahl berechnet sich das Atomgewicht des Antimons fast genau zu **120**.

Zu ähnlichen Resultaten führte, wenn auch nicht mit gleicher Glätte und Präcision, die Analyse des Jodantimons. Dieses wurde erhalten durch Eintragen von pulverförmigem Antimon in eine Auflösung von Jod in reinem Schwefelkohlenstoff und Auskrystallisirenlassen des Jodids aus der Lösung entweder durch Erkaltung oder durch Verdunstung der letzteren. Zur weiteren Reinigung des

Jodids empfahl sich indess weder das Umkrystallisiren aus Schwefelkohlenstoff, da sich das Jodid nur ziemlich schwierig darin auflöst, noch konnte mit Aussicht auf günstigen Erfolg zur fractionirten Destillation geschritten werden; denn abgesehen davon, dass das Jodantimon einen ziemlich hohen Siedepunkt (etwa den des Quecksilbers) hat, erleidet dasselbe nach den Beobachtungen des Hrn. Cooke. wenn es in lufthaltigen Gefässen erhitzt wird, durch die Action des atmosphärischen Sauerstoffs oberflächlich eine theilweise Zersetzung, wobei im Sinne der Zeichen:

$$2\,SbJ_3 + 2O = 2SbOJ + 2J$$

Jod frei und Antimon-Oxyjodid ausgeschieden wird.

Mit Rücksicht auf diese Verhältnisse wurde das rohe Jodid im trocknen Kohlensäurestrome bei 180—200° sublimirt; der grösste Theil des Sublimates bestand aus den bekannten rothen hexagonalen Blättern, doch wurde zugleich eine kleine Menge eines gelben Sublimates in dünnen rhombischen Blättchen erhalten, die nach Hrn. Cooke als eine besondere Modification des Jodantimons anzusehen sind. Für die Analyse (Lösen des Jodids in Weinsteinsäure und Fällen mit einem möglichst geringen Ueberschuss von salpetersaurem Silberoxyd) wurden die schönsten Krystalle ausgesucht.

Es wurden auf diese Weise im Jodantimon im Mittel aus 7 Versuchen 76,051 Proc. Jod gefunden, woraus sich das Atomgewicht des Antimons zu **119,98** berechnen würde. Doch muss bemerkt werden, dass zwei von diesen Bestimmungen, zu denen hauptsächlich jene gelben Krystalle dienten, mit nur 0,4610, resp. 0,3496 g ausgeführt wurden. mit Mengen also, die für Atomgewichtsbestimmungen doch wohl etwas zu niedrig gegriffen sein dürften, und dass gerade in diesen beiden Fällen der Jodgehalt des Jodids erheblich höher gefunden wurde, als in den anderen Versuchen, nämlich in beiden Fällen = 76,161 Proc. Lässt man diese beiden Zahlen, als nicht im gleichen Maasse wie die übrigen stimmberechtigt, bei der Bildung des Mittels unberücksichtigt, so erhält man statt der obigen

76,051 Proc. als Mittel aus den übrigen 5 Versuchen 76,007 Proc. Jod, woraus sich das Atomgewicht des Antimons zu **120,26** berechnen würde.

Nachdem nun die Untersuchung sowohl des Schwefelantimons als auch die des Brom- und Jodantimons übereinstimmend für das Atomgewicht des Antimons Zahlen ergeben hatte, die alle mehr oder weniger nahe an 120 herangingen, konnte es keinem Zweifel mehr unterliegen, dass die aus der Analyse des Chlorantimons abgeleitete Zahl (122) von einem erheblichen Fehler getroffen sein müsse. Um diesen Fehler zu ermitteln, griff Hr. Cooke nochmals auf die Untersuchung des Chlorantimons zurück.

Anknüpfend an die allbekannte Thatsache, dass das Chlorantimon im hohen Grade hygroskopisch ist und dass, wenn es Feuchtigkeit angezogen hat, diese sich beim nachherigen Erhitzen (d. h. bei der Destillation des Präparates) mit einem kleinen Theile des Chlorantimons unter Entweichen von Salzsäure und Bildung von Antimonoxyd oder -Oxychlorid) zersetzt, kam Hr. Cooke auf die sehr richtige Vermuthung, dass das von ihm untersuchte Chlorantimon Oxychlorid enthalten haben möge und dass sich infolge dessen der Chlorgehalt desselben zu niedrig ergeben habe. Versuche, das Oxychlorid vom Chloride im Wege der fractionirten Destillation zu trennen, führten nicht zum Ziele; vielmehr zeigte sich, dass, wenn einmal die Bildung von Oxychlorid stattgefunden hatte, die bei wiederholter partieller Destillation erhaltenen Rückstände und Destillate stets annähernd dieselbe Menge Chlor enthielten, was Hrn. Cooke zu dem Schlusse führte, dass die verhältnissmässig kleine Menge Oxychlorid mit den Dämpfen des im grossen Ueberschuss vorhandenen Chlorantimons mit überdestillire. Da auch verschiedene Versuche, den Gehalt des Chlorids an Oxyd, resp. Oxychlorid direct zu bestimmen, nicht den gewünschten Erfolg hatten, so blieb schliesslich nichts übrig, als die Menge des vorhandenen Oxychlorids auf indirectem Wege (d. h. den vorhandenen Sauerstoff aus dem Verlust der Analyse) zu bestimmen.

Als Hr. Cooke zu diesem Zwecke in einem Chlorantimon von der Qualität des bei den früheren Versuchen benutzten den Antimon- und zugleich den Chlorgehalt mit möglicht grosser Genauigkeit bestimmte, ergab sich in der That ein Verlust der Analyse von 0,213 Proc., der nur auf Rechnung eines geringen Sauerstoffgehaltes im Chlorantimon gesetzt werden konnte. Das Ergebniss der Analyse war nämlich das folgende:

46,413	Proc.	Chlor,
53,374	„	Antimon,
0,213	„	Verlust.
100,000	Proc.	

Nimmt man den Verlust für Sauerstoff und zieht man von dem gefundenen Antimongehalte diejenige Menge Antimon (1,065 g) ab, deren jener Sauerstoff zur Bildung von Antimonoxyd bedarf, so hinterbleibt ein Rest von Antimon (52,309 Proc.), der zu dem gefundenen Chlorgehalte (46,413 Proc.) fast genau in dem Verhältniss $= 120 : 3 \times 35{,}5$ steht, entsprechend der Formel $SbCl_3$. Mit andern Worten: ein Chlorantimon, welches 0,213 Proc. Sauerstoff (als Antimonoxyd) enthält, würde (wenn $Sb = 120$ und $Cl = 35{,}5$ genommen wird) bestehen müssen aus:

46,418	Proc.	Chlor,
53,369	„	Antimon,
0,213	„	Sauerstoff,
100,000	Proc.	

Es ist nicht zu verkennen: die so auffallend nahe Coincidenz der bei jobiger Analyse gefundenen mit den unter den gemachten Voraussetzungen berechneten Zahlen macht es im höchsten Maasse wahrscheinlich, dass der Verlust der Analyse wesentlich in Sauerstoff bestand und dass folglich das untersuchte Chlorantimon trotz aller auf seine Reinigung verwendeten Sorgfalt etwas Oxyd oder Oxychlorid beigemengt enthielt.

Hiernach erscheint es denn vollkommen erklärlich,

dass Hr. Cooke auch bei den oben (p. 272) erwähnten Bestimmungen den Chlorgehalt im Chlorantimon zu niedrig und folglich das Atomgewicht des Antimons zu hoch fand. Mit gleich einfacher Consequenz ergibt sich, dass der Gehalt des Chlorantimons an Antimon zu hoch gefunden werden musste, wenn er aus dem Gewichte des Schwefelantimons abgeleitet wurde, das aus einer bekannten Menge Chlorantimon erhalten ward. Denn während reines Chlorantimon (wenn Sb = 120 und S = 32) 74,172 Proc. seines Gewichtes Schwefelantimon (entsprechend 52,980 Proc. Sb) liefert, würden aus einem solchen, welches 0,213 Proc. Sauerstoff (oder 1,280 Proc. Antimonoxyd) enthält, 74,716 Proc. Schwefelantimon erhalten werden müssen. Dem entsprechen aber 53,368 Proc. Antimon. Hr. Cooke fand bei jenen Versuchen (s. oben p. 272), bei denen er Chlorantimon in Schwefelantimon verwandelte, 53,401 Proc. Antimon.

Nach diesem allen darf mit der höchsten Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass auch die Chlorbestimmungen, aus denen Dumas das Atomgewicht des Antimons abgeleitet hat, infolge eines Gehaltes des Chlorides an Oxyd oder Oxychlorid fehlerhaft ausgefallen sind. Gerade diese Fehlerquelle aber ist es, auf die ich schon im Jahre 1859[1]), bald nachdem Dumas seine Atomgewichtsbestimmungen veröffentlicht hatte, erkannt habe und die ich schon damals ausdrücklich als diejenige bezeichnet habe, von der nach meiner Ansicht alle Atomgewichtsbestimmungen, bei denen Dumas von hygroskopischen Chloriden ausgegangen war, mehr oder weniger stark getroffen worden sind.[2])

---

1) Pogg. Ann. CVII. p. 619 f.

2) Es mag bei dieser Gelegenheit daran erinnert werden, dass Dumas (l. c.) für das Atomgewicht des Magnesiums Werthe erhielt, die um 24,5 schwankten, für das Atomgewicht des Wismuths solche zwischen 212 und 210, für das Atomgewicht des Eisens (im Mittel aus 3 Bestimmungen) den Werth 56,2, — Zahlen also, die ebenso wie das von ihm bestimmte Atomgewicht des Antimons (122) erheblich

Es sei mir gestattet, aus der citirten Abhandlung einige Stellen hier wörtlich einschalten zu dürfen.

S. 626, wo der Versuch Dumas', das Atomgewicht des Magnesiums aus der Analyse des Chlormagnesiums abzuleiten, besprochen wird, heisst es:

„Dumas hat in diesem Falle selbst zugegeben, dass es ausserordentlich schwer sei, das Chlormagnesium vor einer Aufnahme von Sauerstoff zu schützen, und dass, wenn sie einmal stattgefunden hat, selbst die fortgesetzte Behandlung mit Chlorwasserstoffgas nicht im Stande sei, die Reinheit des Chlorides herzustellen. Das eben ist's, worauf sich meine Bedenken gegen die Zuverlässigkeit der angewandten Methode beziehen. Und es ist aller Grund zu der Annahme vorhanden, dass viele andere Chloride, besonders diejenigen, die hygroskopisch sind, sich dem Chlormagnesium gleich oder ähnlich verhalten. Für einige derselben, namentlich für Chlorzink und Chlorwismuth habe ich mehrfach Gelegenheit gehabt, mich davon zu überzeugen, wie schwer es ist, sie völlig frei von Sauerstoff zu erhalten.

Wird Chlorwismuth, das eine Spur von Feuchtigkeit angezogen hat, erhitzt, so entweicht Chlorwasserstoffgas und das zurückbleibende Chlorid enthält eine dem angezogenen Wasser entsprechende Menge von Oxyd oder Oxychlorid. Frühere Angaben von Jaquelain stimmen mit dieser Beobachtung vollkommen überein."

Weiter heisst es auf S. 628 in Bezug auf das Atomgewicht des Antimons:

---

höher liegen, als die aus anderweitigen genauen Bestimmungen abgeleiteten Atomgewichte dieser Elemente. Darin darf, wie mir scheint, ein deutlicher Hinweis auf eine gemeinsame Fehlerquelle gefunden werden, die bei allen jenen Bestimmungen Dumas' untergelaufen ist. Ich glaube nicht fehlzugehen, wenn ich annehme, dass die von Dumas angewandten Chloride, die sämmtlich hygroskopisch sind, nicht völlig frei von Sauerstoff waren, und es ist ersichtlich, dass infolge dessen die Atomgewichte der betreffenden Metalle zu hoch gefunden werden mussten.

„Obgleich die Resultate (von Dumas' Versuchen) untereinander ziemlich gut übereinstimmen (die Grenzwerthe sind 121,63 und 122,32), so möchten doch auch hier aus ähnlichen Gründen, wie sie in Bezug auf das Chlorwismuth erörtert wurden, Zweifel über die normale Zusammensetzung des angewandten Chlorides erlaubt sein."

Und endlich am Schuss der Abhandlung, auf S. 630. stehen die Worte:

„Es ist die erste und wichtigste Aufgabe jeder Aequivalentbestimmung, eine Fehlerquellen möglichst ausschliessende Form als Ausgangspunkt zu wählen. Ob nun diejenigen Chloride, die stark hygroskopisch sind, die zugleich, wenigstens bei höherer Temperatur, das Wasser kräftig zersetzen und dadurch stets der Gefahr einer Sauerstoffaufnahme ausgesetzt sind, — ob diese als solche Formen betrachtet werden dürfen, das ist die Frage, die ich glaube verneinend beantworten zu müssen, wie hoch ich auch die Genauigkeit der Chlorbestimmung als solcher anschlage."

Trotz der hier geäusserten ernsten und gewiss nicht unbegründeten Bedenken gegen die Zuverlässigkeit der von Dumas angewendeten Methode sind doch die meisten der von ihm aufgestellten Atomgewichte zu ziemlich allgemeiner Annahme gelangt. Was speciell das Atomgewicht des Antimons betrifft, so ist seit jener Zeit (1859) die Angabe, dass Sb = 122 sei, wie ein Dogma durch alle Lehrbücher der Chemie gegangen. Die der von mir gefundenen Zahl damit widerfahrene Ablehnung hat mich um so empfindlicher berührt, als dieselbe jeder tieferen sachlichen Begründung entbehrte und als ich mir zugleich bewusst war, unter Benutzung einer durch Einfachheit und Sicherheit gleich ausgezeichneten Methode auf die Ausführung der einzelnen Bestimmungen die äusserste Sorgfalt verwendet zu haben.

Es gewährt mir unter diesen Umständen, wie wohl begreiflich, eine nicht geringe Genugthuung, dass die von mir für das Atomgewicht des Antimons aufgestellte Zahl (120,3) durch die neueren Untersuchungen des Hrn. Cooke

eine nahezu vollständige Bestätigung erfahren und dass zugleich Hr. Cooke, dem in diesem Falle vor vielen Anderen ein competentes Urtheil zustand, sich über meine diesen Gegenstand betreffende Arbeit, über die von anderer Seite mit einer gewissen vornehmen Geringschätzung abgeurtheilt worden ist, in Worten billiger Anerkennung ausgesprochen hat. Lassen wir Hrn. Cooke selbst reden. Der Eingang seiner mehrfach citirten Abhandlung lautet wörtlich:

„In 1856 R. Schneider of Berlin made a very careful determination of the atomic weight of antimony and obtained for its value 120,3. His method consisted in reducing native antimony glance by means of hydrogen and his investigation was a model of its kind. In his paper[1]) all the details of the experimental work are given and it is evident that every precaution was taken which the circumstances required."

Und gegen das Ende der Abhandlung heisst es:

„The general conclusions, then, which we deduce as the results of this investigation, are —

First, that the value of the atomic weight of antimony found by Schneider in 1856 — Sb = 120,3 — must be accurate within a few tenths of a unit, but that the most probable value of this constant, as deduced from our experiments, is Sb = 120, when S = 32.

Secondly, that the apparent dissagreement with this result, presented by the partial analyses of antimonious chloride, is probably due to the constant presence of oxichloride in the preparations of this compound."

Ob das Atomgewicht des Antimons nun wirklich, wie Hr. Cooke anzunehmen geneigt scheint, genau = 120 oder = 120,3 ist, diese Frage wird auf experimentellem Wege schwer mit völliger Sicherheit zu entscheiden sein, denn es handelt sich hier um Differenzen, die kleiner sind als

1) Pogg. Ann. XCVIII. p. 293.

die unvermeidlichen Beobachtungsfehler, mit denen selbst unsere sorgfältigsten Analysen behaftet zu sein pflegen. Zum Beweise dafür diene die folgende Zusammenstellung.

	Proc. Zusammensetz. wenn Sb = 120.	Proc. Zusammensetz. wenn Sb = 120,3.	Differenz in Proc.
Sb_2S_3	Sb = 71,428	= 71,480	0,052
	S = 28,572	= 28,520	
$SbCl_3$	Sb = 52,980	= 53,042	0,062
	Cl = 47,020	= 46,958	
$SbBr_3$	Sb = 33,334	= 33,388	0,054
	Br = 66,666	= 66,612	
SbJ_3	Sb = 23,952	= 23,997	0,044
	J = 76,047	= 76,003	

Die Mehrzahl der von Hrn. Cooke ausgeführten Bestimmungen, das lässt sich nicht verkennen, hat für das Atomgewicht des Antimons Werthe ergeben, die sich der Zahl 120 bis auf kleine Differenzen nähern; manche andere seiner Bestimmungen haben Ergebnisse geliefert, die nach meinem Dafürhalten mehr zu Gunsten eines etwas höheren, der von mir gefundenen Zahl (120,3) naheliegenden Werthes sprechen. Welche von beiden Zahlen man aber auch annehmen mag, jedenfalls liegt dieselbe der Wahrheit so nahe, dass sie unbedenklich und ohne irgend welchen bemerkenswerthen Fehler bei allen stöchiometrischen Berechnungen zu Grunde gelegt werden kann.

Berlin, im Juni 1878.

VII. *Ueber den galvanischen Widerstand eines ebenen Ringes; von L. Ditscheiner.*

Kirchhoff[1]) hat bekanntlich gezeigt, dass wenn in einer Ebene zwei Electrodenmittelpunkte, in denen gleichviel und gleichartige Electricität einströmt, so in einem Radius eines Kreises gewählt werden, dass dieser der mittleren geometrischen Proportionalen ihrer Entfernungen vom Mittelpunkte des Kreises gleich ist, die Kreislinie selbst Strömungslinie ist. Man hat sonach für eine Kreisscheibe, in deren Electroden A und B gleiche Mengen positiver und negativer Electricität einströmen, noch zwei Electroden A' und B' sich so zu denken, dass sie harmonisch zu A und B liegen und in ihnen gleiche Mengen derselben Electricität zuströmen wie in A und B. Bezeichnet man mit ϱ_1, ϱ_2, ϱ_1' und ϱ_2' die Entfernungen eines Punktes P der Scheibe von den Punkten A, B, A' und B', so wird für ihn die Potentialfunction:

$$v = M - \frac{E}{4\pi\varkappa\delta} \log \frac{\varrho_1^2 \varrho_1'^2}{\varrho_2^2 \varrho_2'^2}.$$

Was hier für eine Kreislinie als Grenzlinie einer Ebene geschehen, kann man nun auch für eine zweite solche Grenzlinie thun, was sich namentlich einfach gestaltet, wenn die Kreislinien concentrisch einen ebenen Ring begrenzen. Bezeichnen wir die innere Kreislinie vom Radius r kurz als I, die äussere vom Radius R als II, ferner wieder die innerhalb derselben liegenden wirklichen Electrodenmittelpunkte mit A und B und deren Entfernungen vom Mittelpunkte O mit d und $\mathfrak{d}$, so hat man sich zunächst um I und II als Grenzlinien, über welche keine Electricität nach aussen strömt, eine Electrode A_1, welche in Bezug auf II harmonisch zu A und eine solche A_2, welche harmonisch zu A in Bezug auf I liegt,

1) Pogg. Ann. LXIV. p. 479.

zu suchen. Es ist somit $OA_1 = R^2 : d$ und $OA_2 = r^2 : d$. Zu den Electroden A_1 und A_2 sind sodann wieder solche hinzuzufügen, von denen die eine A_1' harmonisch zu A_2 in Bezug auf II, die andere A_2' harmonisch zu A_1 in Bezug auf I liegt. Für diese neuen Electroden A_1' und A_2' denkt man sich dasselbe wiederholt u. s. f. Sämmtliche neue Electrodenmittelpunkte $A_1 A_2 A_1' A_2' \ldots$, welche alle ausserhalb der eigentlichen Ringfläche liegen, befinden sich am Radius OA und in jeden von ihnen hat man sich so viel positive Electricität zuströmend zu denken, wie in A.

Was in Bezug auf die + Electrode A geschehen, muss nun auch für die — Electrode B geschehen, und man erhält dadurch eine Reihe neuer Electroden B_1, B_2, B_1', B_2'.... die auf OB liegen und in denen ebenso viele negative Electricität einströmend gedacht werden muss wie in B. Bezeichnet man mit $\varrho_1, \varrho_1', \varrho_1'', \varrho_1''', \varrho_1'''', \ldots\ldots \varrho_2, \varrho_2', \varrho_2'', \varrho_2'''$ $\varrho_2''''\ldots$. die Entfernungen eines Punktes P des Ringes von A, A_1, A_2, A_1', $A_2' \ldots$, B, B_1, B_2, B_1', $B_2' \ldots$, so hat man für diesen Punkt:

$$v = M - \frac{E}{4\pi\varkappa\delta} \log \frac{\varrho_1^2 \varrho_1'^2 \varrho_1''^2 \varrho_1'''^2 \ldots}{\varrho_2^2 \varrho_2'^2 \varrho_2''^2 \varrho_2'''^2 \ldots}.$$

Nennt man ferner ψ den Winkel POA, φ den Winkel POB und r die Entfernung des Punktes P vom Mittelpunkte O der Kreise I und II. so wird:

$$\begin{aligned}
OA &= d, & \varrho_1^2 &= d^2 + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\,d\cos\psi,\\
OA_1 &= \frac{R^2}{d}, & \varrho_1'^2 &= \frac{R^4}{d^2} + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\frac{R^2}{d}\cos\psi,\\
OA_2 &= \frac{r^2}{d}, & \varrho_1''^2 &= \frac{r^4}{d^2} + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\frac{r^2}{d}\cos\psi,\\
OA_1' &= \frac{R^2 d}{r^2}, & \varrho_1'''^2 &= \frac{R^4 d^2}{r^4} + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\frac{R^2 d}{r^2}\cos\psi,\\
OA_2' &= \frac{r^2 d}{R^2}, & \varrho_1''''^2 &= \frac{r^4 d^2}{R^4} + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\frac{r^2 d}{R^2}\cos\psi,\\
OA_1'' &= \frac{R^4}{d r^2}, & \varrho_1'''''^2 &= \frac{R^8}{d^2 r^4} + \mathrm{r}^2 - 2\,\mathrm{r}\frac{R^4}{d r^2}\cos\psi,\\
&\ldots\ldots & &\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Für OB, OB_1, OB_2...; ϱ_2^2, $\varrho_2'^2$, $\varrho_2''^2$, $\varrho_2'''^2$..... erhält man ähnliche Werthe; man hat in obigen Formeln nur A, d und ψ zu ersetzen durch B, $\mathfrak{d}$ und φ.

Substituirt man diese Werthe, so erhält man ganz allgemein:

$$v = M - \frac{E}{4\pi\varkappa\delta}\log\frac{\varrho_1^2}{\varrho_2^2} - \frac{E}{4\pi\varkappa\delta}\times$$

$$\left[\sum_{n=0}^{\infty}\log\frac{\mathfrak{d}^2}{d^2}\cdot\frac{1-2\,\mathfrak{r}\,\frac{d}{R^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\psi+\mathfrak{r}^2\frac{d^2}{R^4}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}{1-2\,\mathfrak{r}\,\frac{\mathfrak{d}}{R^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\varphi+\mathfrak{r}^2\frac{\mathfrak{d}^2}{R^4}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}\right.$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\log\frac{1-2\frac{r^2}{\mathfrak{r}d}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\psi+\frac{r^4}{\mathfrak{r}^2d^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}{1-2\frac{r^2}{\mathfrak{r}\mathfrak{d}}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\varphi+\frac{r^4}{\mathfrak{r}^2\mathfrak{d}^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\log\frac{d^2}{\mathfrak{d}^2}\frac{1-2\frac{\mathfrak{r}}{d}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\psi+\frac{\mathfrak{r}^2}{d^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}{1-2\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{d}}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\varphi+\frac{\mathfrak{r}^2}{\mathfrak{d}^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}\log\frac{1-2\frac{d}{\mathfrak{r}}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\psi+\frac{d^2}{\mathfrak{r}^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}{1-2\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{r}}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\cos\varphi+\frac{\mathfrak{d}^2}{\mathfrak{r}^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^{2n}}\right].$$

Bildet man nach dieser Formel die Potentialfunctionen v_a und v_b für die wirklichen Electroden A und B, so ist bekanntlich der Widerstand:

$$W=\frac{v_a-v_b}{E}.$$

Bei der Bildung von v_a ist $\varrho_1=\varrho$, dem Radius der Electroden, $\varrho_2=AB$ zu setzen, ferner ist $\psi=0$, $\varphi=\chi=AOB$ und $\mathfrak{r}=d$, während bei der Bildung von v_b, $\varphi=0$, $\psi=\chi$, $\varrho_1=AB$, $\varrho_2=\varrho$ und $\mathfrak{r}=\mathfrak{d}$ zu nehmen ist.

Wir beschränken uns hier auf die zwei einfachsten Fälle, in denen A und B in einem und demselben Durchmesser AOB liegen. Dann wird $\chi=\psi+\varphi=0$ oder π. $\cos\chi=\pm1$, je nachdem die Electroden auf derselben Seite

oder auf verschiedenen Seiten von O aus liegen. Man erhält, das positive Zeichen wobei für den letzteren, das negative für den ersteren Fall gilt:

$$W = \frac{1}{\pi \varkappa \delta} \log \frac{d \mp \mathfrak{d}}{\varrho} + \frac{1}{2\pi \varkappa \delta} \times$$

$$\left[\sum_{n=0}^{n=\infty} \log \frac{\left(1 \mp \frac{\mathfrak{d} d}{R^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2}{\left(1 - \frac{d^2}{R^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)\left(1 - \frac{\mathfrak{d}^2}{R^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)} \right.$$

$$+ \sum_{n=0}^{n=\infty} \log \frac{\left(1 \mp \frac{r^2}{\mathfrak{d} d}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2}{\left(1 - \frac{r^2}{d^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)\left(1 - \frac{r^2}{\mathfrak{d}^2}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)}$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{n=\infty} \log \frac{\mathfrak{d}}{d} \frac{\left(1 \mp \frac{\mathfrak{d}}{d}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \log \frac{d}{\mathfrak{d}} \cdot \frac{\left(1 \mp \frac{d}{\mathfrak{d}}\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{r^2}{R^2}\right)^n\right)^2} \right].$$

Für den einfachsten Fall, dass die Electroden auf verschiedenen Seiten von O, gleichweit von diesen liegen, lässt sich diese Formel auf die einfachere Gestalt bringen, da $d = \mathfrak{d}$ und das positive Zeichen zu nehmen ist:

$$W = \frac{1}{\pi \varkappa \delta} \log \frac{2d}{\varrho} + \frac{2}{\varkappa \pi \delta} \times$$

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{2n-1} \frac{d^{4n-2}(d^{4n-2} + r^{4n-2}) + r^{4n-2}(d^{4n-2} + R^{4n-2})}{d^{4n-2}(R^{4n-2} - r^{4n-2})}.$$

Im Anschlusse an die obigen Zeilen erlaube ich mir eine kleine Berichtigung mitzutheilen. Hr. F. Auerbach hat in Wied. Ann. Bd. III. p. 498 die Electricitätsbewegung in einem ebenen Streifen behandelt. Die dort p. 505 gegebene Formel für das Potential:

$$\varphi = \frac{2}{4\pi \varkappa \varepsilon} \log \frac{\varrho^4}{r^4} \cdot \frac{r_2^2}{\varrho_2^2}$$

erweist sich aber als nicht ganz richtig. Sie genügt nicht den Bedingungen, für welche sie abgeleitet wurde. Bildet man nämlich, unter n die Normale verstanden, $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ für beide Ränder, so wird dieser Differentialquotient nicht $= 0$ für jeden Punkt der Ränder, wie es sein muss, weil φ aus zwei Gliedern gebildet wurde, die für sich wohl jede je einer Bedingung für die beiden Ränder entsprechen, ohne dass jedoch ihre Summe beiden zugleich genügt.

Für einen ebenen, von zwei parallelen Linien (Rändern) I und II begrenzten Streifen hat man in ähnlicher Weise vorzugehen wie beim ebenen Ringe. Für jede Electrode ist das Spiegelbild in I und II zu suchen, wobei I und II als ebene, auf der Ebene des Streifens senkrechte Spiegel zu betrachten sind. Sodann hat man die durch I und II erhaltenen Bilder wieder in II und I sich spiegeln zu lassen u. s. w. ins Unendliche. In den Bildern der + Electrode hat man sich nun ebenso viele + Electricität zuströmend zu denken wie in ihr selbst und ebenso strömt gleichviel negative Electricität in den Bildern der — Electrode ein. Es ist sodann die Formel für zwei Electroden zu ergänzen in Rücksicht auf die neuen Einströmungspunkte.

Nimmt man ganz allgemein ein rechtwinkliges Coordinatensystem an, dessen y-Axe die zur Längenrichtung des Streifens parallele Halbirungslinie desselben ist, und bestimmt man irgend einen Punkt P durch $x\,y$, die Mittelpunkte der + und — Electrode durch $\xi_1\ \eta_1$ und $\xi_2\ \eta_2$, so erhält man leicht für die Potentialfunction in P:

$$(1) \qquad v = M - \frac{E}{4\pi\kappa\delta} \times$$

$$\log \prod_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{[(4nb-\xi_1+x)^2+(y-\eta_1)^2]\ [(2(2n+1)b+\xi_1+x)^2+(y-\eta_1)^2]}{[(4nb-\xi_2+x)^2+(y-\eta_2)^2]\ [(2(2n+1)b+\xi_2+x)^2+(y-\eta_2)^2]},$$

wobei Π ein unendliches Product, $2b$ aber die Breite des Streifens bedeutet.

Rücken die Electroden in die entgegengesetzten Ränder des Streifens, so wird $\xi_1 = b$, $\xi_2 = -b$. Fallen diese

aber in die auf der Längenrichtung senkrecht stehende x-Axe, so wird $\eta_1 = \eta_2 = 0$, und ist $\xi_1 = \xi_2 = b - m$, so erhält man:

$$v = M - \frac{E}{2\pi\varkappa\delta} \log \prod_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{((4n-1)b + m + x)^2 + y^2}{((4n+1)b - m + x)^2 + y^2}$$

und hieraus für den Widerstand des Streifens:

$$W = \frac{1}{\pi\varkappa\delta} \log \frac{4b}{\pi\varrho} \operatorname{ctg} \frac{m\pi}{2b}.$$

Für den von Hrn. Auerbach behandelten Fall ist:

$$W = \frac{2}{\pi\varkappa\delta} \log \frac{4b}{\pi\varrho}$$

ein Werth, der sich übrigens auch direct aus Gleich. (1) berechnen lässt, wenn man dort $\xi_1 = -\xi_2 = b$ setzt.

Schliesslich füge ich noch bei, dass meines Wissens Stefan der erste war, der den Widerstand ebener Streifen berechnete, dessen Formeln von v. Obermayer[1]) geprüft und richtig befunden wurden.

Wien, 13. Juni 1878.

VIII. *Erwiderung auf Hrn. Prof. Edlund's „Bemerkungen über die beim Ausströmen der Flüssigkeiten durch Röhren entstehende electromotorische Kraft"; von Dr. H. Haga.*

Im III. Bande dieser Annalen, p. 489 ff., wendet sich Hr. Edlund gegen meine Versuche. Ich erlaube mir auf seine Bemerkungen das Folgende zu erwidern. Statt der Formel in meinem Aufsatze[2]):

(1) $$D.r = CP$$

kann man eine identische aufstellen, welche die Ausflussgeschwindigkeit (v) enthält: die in der Zeiteinheit durchgeflossene Flüssigkeitsmenge ist $c\frac{Dr^4}{l}$ oder $= \pi r^2 v$. woraus:

1) Wien. Ber. LX. (2.) p. 245. Wiedemann, Galvanismus. II. 2. p. 660.

2) Wied. Ann. II. p. 327 ff.

$$v = \frac{c}{\pi} \frac{Dr^2}{l}. \tag{2}$$

Eliminirt man D aus 1 und 2, so erhält man:

$$\frac{lv}{r} = C_1 P. \tag{3}$$

Wenn man sagt, eine Grösse ist einer anderen proportional, so setzt man dabei voraus, dass andere Grössen constant betrachtet werden; und je nachdem diese gewählt werden, kann dieselbe Grösse einer anderen proportional oder unabhängig von ihr oder ihr umgekehrt proportional sein. Man kann z. B. sagen nach Gleichung (1):

Die Potentialdifferenz ist bei constanten D und r
unabhängig von l,

aber gleichfalls nach Gl. (3):

Die Potentialdifferenz ist bei constanten v und r
proportional mit l,

ebenso nach Gl. (1):

P ist beim constanten D r proportional,

oder nach Gl. (3):

P ist bei constanten l und v r umgekehrt proportional.

Dies scheint Hr. Edlund nicht berücksichtigt zu haben, sonst kann ich mir seine Ausdrücke l. c. p. 490 und 491 nicht erklären.

Dass zum Studium der fraglichen Erscheinungen Capillarröhren, wie Hr. Edlund meint, durchaus unzweckmässig sind, glaube ich durch meine Versuche genügend widerlegt. Theile desselben Rohres, von gleicher Länge, gaben beim selben Druck stets dieselbe Potentialdifferenz, und auf diese sind Hrn. Edlund's Bemerkungen l. c. p. 494 ebenso anzuwenden, wie auf Theile verschiedener Röhren, wenn sie aus demselben Hafen gezogen worden sind; und letztere gaben[1]) einen verschiedenen Werth der Potentialdifferenz.

Ich sehe nicht ein, wie dies anders zu erklären ist als durch die Annahme eines Einflusses der Röhrenwand auf die Potentialdifferenz.

Der grosse Vorzug aber von Capillarröhren ist natürlich der, dass man die Gesetze des Strömens der Flüssigkeit genau kennt und daher leichter die Erscheinung der mathematischen Berechnung unterziehen kann.

1) Wied. Ann. II. p. 333.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1878. ANNALEN № 11.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE BAND V.

I. *Der Durchgang des galvanischen Stromes durch das Eisen; von Felix Auerbach.*

Der dem Eisen charakteristische enorme Werth des specifischen Magnetismus ist, wie in den letzten Jahrzehnten durchgeführte Untersuchungen gezeigt haben, nicht ohne Einfluss auch auf die galvanischen Eigenthümlichkeiten dieses Metalls. Leitet man nämlich durch einen Eisendraht einen Strom, so treten Erscheinungen auf, welche bei anderen Metallen ausbleiben. Einige dieser Erscheinungen sollen im Folgenden auf Grund neuer Versuche der Betrachtung unterworfen und von einem einheitlichen Gesichtspunkte, welchen ich bisher bei der Literatur über diesen Gegenstand zu vermissen meinte, beurtheilt werden.

Ich beginne damit, die bekannten Thatsachen, soweit ich mich auf dieselben werde zu beziehen haben, kurz zusammenzustellen.

§. 2. 1) Die Angaben über die galvanische Leitungsfähigkeit schwanken, selbst wenn man die anzufechtenden ausschliesst, innerhalb verhältnissmässig weiter Grenzen. Es fanden nämlich, die entsprechende Zahl für Silber gleich 100 gesetzt:

E. Becquerel	(1846),	$\lambda = 12{,}35$	Matthiessen	(1858),	$\lambda = 14{,}44$
Bénoit[1])	(1873),	12,7	Buff	(1857),	14,77
Lenz	(1838),	13,1	Arndtsen	(1858),	14,83
Pouillet	(1846),	14,1	Frick u. Müller	(1848),	15,9

2) Die Leitungsfähigkeit nimmt mit der Tem-

1) C. R. LXXVI. p. 342. Auch im Philos. Mag. (4) XXXXV. p. 314 (1873) und XLIX. p. 78 (1875).

peratur ab. oder der Widerstand nimmt zu. Setzt man:

$$\lambda_t = \lambda_0 (1 - \alpha t + [\alpha^2 + \beta] t^2)$$

und:

$$w_t = w_0 \; 1 + \alpha_1 t - \beta_1 t^2),$$

so ist jedenfalls zunächst:

$$\alpha_1 = \alpha \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta.$$

Also:

$$\beta_1 = 0, \quad \text{falls } \beta = 0 \text{ ist.}$$

Diese letztere Beziehung ist von E. Becquerel, Arndtsen (annähernd) und Mousson gefunden worden. Gleichzeitig gibt:

Becquerel	$\alpha = 0{,}004726$	
Arndtsen	0,00413	
Mousson	0,004207	an.

Dagegen findet Matthiessen β_1 von 0 verschieden; aus:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - 0{,}0051182\, t + 0{,}000012915\, t^2)$$

folgt nämlich:

$$w = w_0 (1 + 0{,}0051182\, t - 0{,}000013281\, t^2).$$

Man kann jedoch auch hier die Formel:

$$w = w_0 (1 + \alpha t)$$

mit grosser Annäherung als erfüllt ansehen. Diese Annahme führt nämlich zu der Gleichung:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - \alpha t + \alpha^2 t^2 - \ldots.)$$

oder:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{1 + \alpha [t]}\right),$$

wo $[t]$ einen mittleren Werth von t bedeutet, den man bei jenem Correctionsgliede an Stelle des wahren einführen kann. Freilich liefern die Angaben des Beobachters hierfür keinen sicheren Anhaltspunkt. Setzt man ihn aber in runder Zahl gleich 200° C., so erhält man:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{2}\right),$$

wie Matthiesen in der That nahezu gefunden hat.

3) Die von dem Strome in einem Eisendrahte erzeugte

Wärmemenge ist näherungsweise durch das Joule'sche Gesetz bestimmt. Ich habe hierüber keine genaueren Zahlen auffinden können, als die alten Lenz'schen, welche wegen der mit der Stromstärke wachsenden Temperatur nicht genau vergleichbar sind. Die Mittelwerthe der zu gleichen Erwärmungen erforderlichen Zeiten sind für:

Kupfer	478,9	Platin	451,7
Neusilber . . .	460,4	Eisen	448,0.

4) Wenn man einen aus einer Batterie und einem geradlinigen Eisendrahte bestehenden Kreis schliesst, so beobachtet man einen Extrastrom, welcher dem Hauptstrome[1]) entgegengerichtet ist; beim Oeffnen des Kreises entsteht ein mit dem Hauptstrome gleichgerichteter Extrastrom. Diese Ströme sind von Villari entdeckt und Erschütterungsströme genannt worden. Auf Grund der Annahme einer Transversal- oder Circularmagnetisirung der Eisendrähte erklärt hat sie zuerst G. Wiedemann[2]), später haben sich Herwig[3]) und Streintz[4]) eingehender mit ihnen beschäftigt.

5) Längsmagnetisirung von Eisenstäben oder Drähten ist von Einfluss auf ihren Widerstand. Ich erwähne diesen Punkt zuletzt, weil die bisher hierüber erhaltenen Resultate am unregelmässigsten und theilweise einander widersprechend ausgefallen sind. Edlund und Mousson haben keine Aenderung, Thomson[5]) und Beetz[6]) haben Zunahme des Widerstandes gefunden, während auch eine Abnahme aus älteren Beobachtungen geschlossen und neuerdings bestätigt worden ist. Die Er-

1) Den zur Messung benutzten, durch das Eisen hindurchgehenden Strom will ich im Folgenden stets als den Hauptstrom bezeichnen.
2) Galvanismus. 2. Aufl. II. (2) §. 743. (1873).
3) Pogg. Ann. CLIII. p. 115. (1874).
4) Wien. Ber. LXXVI. 1877.
5) Philos. Trans. 1856. III. p. 737.
6) Pogg. Ann. CXXVIII. p. 202. (1866).

peratur ab, oder der Widerstand nimmt zu. Setzt man:

$$\lambda_t = \lambda_0 (1 - \alpha t + [\alpha^2 + \beta] t^2)$$

und:

$$w_t = w_0 (1 + \alpha_1 t - \beta_1 t^2),$$

so ist jedenfalls zunächst:

$$\alpha_1 = \alpha \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta.$$

Also:

$$\beta_1 = 0, \quad \text{falls } \beta = 0 \text{ ist.}$$

Diese letztere Beziehung ist von E. Becquerel, Arndtsen (annähernd) und Mousson gefunden worden. Gleichzeitig gibt:

Becquerel	$\alpha = 0{,}004726$
Arndtsen	0,00413
Mousson	0,004207

an.

Dagegen findet Matthiessen β_1 von 0 verschieden; aus:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - 0{,}0051182\, t + 0{,}000012915\, t^2)$$

folgt nämlich:

$$w = w_0 (1 + 0{,}0051182\, t - 0{,}000013281\, t^2).$$

Man kann jedoch auch hier die Formel:

$$w = w_0 (1 + \alpha t)$$

mit grosser Annäherung als erfüllt ansehen. Diese Annahme führt nämlich zu der Gleichung:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - \alpha t + \alpha^2 t^2 - \ldots.)$$

oder:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{1 + \alpha [t]}\right),$$

wo $[t]$ einen mittleren Werth von t bedeutet, den man bei jenem Correctionsgliede an Stelle des wahren einführen kann. Freilich liefern die Angaben des Beobachters hierfür keinen sicheren Anhaltspunkt. Setzt man ihn aber in runder Zahl gleich 200° C., so erhält man:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{2}\right),$$

wie Matthiesen in der That nahezu gefunden hat.

3) Die von dem Strome in einem Eisendrahte erzeugte

Wärmemenge ist näherungsweise durch das Joule'sche Gesetz bestimmt. Ich habe hierüber keine genaueren Zahlen auffinden können, als die alten Lenz'schen, welche wegen der mit der Stromstärke wachsenden Temperatur nicht genau vergleichbar sind. Die Mittelwerthe der zu gleichen Erwärmungen erforderlichen Zeiten sind für:

Kupfer	478,9	Platin	451,7
Neusilber . . .	460,4	Eisen	448,0.

4) Wenn man einen aus einer Batterie und einem geradlinigen Eisendrahte bestehenden Kreis schliesst, so beobachtet man einen Extrastrom, welcher dem Hauptstrome[1]) entgegengerichtet ist; beim Oeffnen des Kreises entsteht ein mit dem Hauptstrome gleichgerichteter Extrastrom. Diese Ströme sind von Villari entdeckt und Erschütterungsströme genannt worden. Auf Grund der Annahme einer Transversal- oder Circularmagnetisirung der Eisendrähte erklärt hat sie zuerst G. Wiedemann[2]), später haben sich Herwig[3]) und Streintz[4]) eingehender mit ihnen beschäftigt.

5) Längsmagnetisirung von Eisenstäben oder Drähten ist von Einfluss auf ihren Widerstand. Ich erwähne diesen Punkt zuletzt, weil die bisher hierüber erhaltenen Resultate am unregelmässigsten und theilweise einander widersprechend ausgefallen sind. Edlund und Mousson haben keine Aenderung, Thomson[5]) und Beetz[6]) haben Zunahme des Widerstandes gefunden, während auch eine Abnahme aus älteren Beobachtungen geschlossen und neuerdings bestätigt worden ist. Die Er-

1) Den zur Messung benutzten, durch das Eisen hindurchgehenden Strom will ich im Folgenden stets als den Hauptstrom bezeichnen.
2) Galvanismus. 2. Aufl. II. (2) §. 743. (1873).
3) Pogg. Ann. CLIII. p. 115. (1874).
4) Wien. Ber. LXXVI. 1877.
5) Philos. Trans. 1856. III. p. 737.
6) Pogg. Ann. CXXVIII. p. 202. (1866).

gebnisse von Beetz sind kürzlich durch eine kurze Mittheilung von Chwolson[1]) bestätigt worden.

§. 3. Bei meinen Versuchen und Betrachtungen, die ich über die hier zusammengestellten Thatsachen ausgeführt habe, bin ich gerade von den beiden letzten Punkten ausgegangen, theils weil mir hier das vorliegende Material noch am wenigsten für das volle Verständniss der Erscheinungen ausreichend zu sein schien, theils weil ich der übereinstimmenden Ansicht von Beetz und Herwig, man müsse die von ihnen behandelten Fälle (4 und 5) völlig auseinander halten, mich nicht meinte anschliessen zu dürfen. Ich habe vielmehr mit G. Wiedemann[2]) aus ihren Ergebnissen die Ueberzeugung gewonnen, dass beide Erscheinungen sehr wohl im Zusammenhange miteinander stehen können und daher von einem gemeinsamen Gesichtspunkte aus aufzufassen sind.

Ich beginne mit der Untersuchung des Einflusses der Magnetisirung auf den Widerstand.

Zur Widerstandsmessung bediente ich mich der Wheatstone'schen Brücke. Die Widerstände w_1 w_2 w_3 der 3 Parallelzweige lieferte ein Universalwiderstandskasten von Siemens. Das Verhältniss $w_1 : w_2$ war bei den Versuchen fast stets gleich 1000 : 10, in einigen Fällen gleich 100 : 10; im ersten Falle stellt mithin der Widerstand w_3 den zu messenden Widerstand w_4 in hundertfacher Vergrösserung dar. Da sich noch 0,01 Siemens'sche Widerstandseinheiten mit Sicherheit messen liessen, reicht die Genauigkeit der Bestimmung bis in die vierte Decimalstelle hinein. Nur falls w_4 mehr als 10 Einheiten betrug, wurde dieselbe unsicher.

Als messendes Instrument habe ich zuerst ein Wiedemann'sches Galvanometer mit den dünnsten der ihm gewöhnlich beigegebenen Drahtrollen, später ein nach Magnus' Angabe von Sauerwald construirtes benutzt. Mittelst

1) Carl's Rep. XIII. p. 232. (1877).
2) Galvanismus. 2. Aufl. II. 1. p. 593.

der Spiegelablesung konnte ich noch 0,1 Scalentheile = 0,1 mm mit Sicherheit schätzen. Das letztgenannte Instrument ist wegen der raschen Dämpfung der Schwingungen in hohem Grade zu solchen Untersuchungen geeignet, bei denen es auf Schnelligkeit der Beobachtung ankommt.

Die erste und schwierigste Aufgabe war die, den Einfluss von Temperaturänderungen auszuschliessen. Bedenkt man nämlich, dass nach den vorliegenden Angaben von Thomson, Beetz, Chwolson die obere Grenze der Widerstandsänderungen durch Magnetisirung durch das Verhältniss 1:1000 angegeben wird, und dass eine diesem Grenzwerthe entsprechende Widerstandsänderung beim Eisen bereits durch eine Temperaturänderung von 0,2° C. hervorgerufen wird, so sieht man ein, welche Sorgfalt auf diesen Punkt zu richten ist. Man kann Temperatureinflüsse entweder durch die Versuchseinrichtung vor Beginn der Beobachtungen beseitigen, oder durch Rechnung nach Schluss der Beobachtungen eliminiren. Hinsichtlich desjenigen Theils jener Einflüsse, welcher durch den Hauptstrom selbst hervorgerufen wird, habe ich mich nach einigen Vorversuchen für das letztere entschieden. Ich hätte allerdings in der Gleichung der Wheatstone'schen Brücke das Verhältniss $w_4 : w_3$ mit Leichtigkeit von der Temperatur unabhängig machen können, indem ich den Widerstand w_3 zum allergrössten Theile aus Eisen herstellte und nur den kleinen, zur jedesmaligen Regulirung erforderlichen Theil dem Widerstandskasten entnahm. Dazu wären aber, da das Verhältniss $w_2 : w_1 = 1:100$ war, Eisendrähte beträchtlicher Länge erforderlich gewesen, welche ich aus anderen Gründen vermeiden musste. Auch zeigte sich, dass die Erwärmung durch 1 bis 3 Daniell'sche Elemente, wie ich sie für den Hauptstrom benutzte, während der meist sehr kurzen Dauer des Stromschlusses äusserst klein war; und gerade bei kleinen Werthen fremder Einflüsse, (welcher Art dieselben auch sein mögen) liefert die Elimination bekanntlich sehr zuverlässige Er-

gebnisse. Dadurch nahm das Schema sämmtlicher Versuche, welche ich anstellte, die Form $a_1 - b - a_2$ an, wo a_1 den Versuch vor der Magnetisirung, b denjenigen nach erfolgter und a_2 den nach aufgehobener Magnetisirung bedeutet. Die Resultate b und $\frac{a_1+a_2}{2}$ sind dann gut vergleichbar, falls die Differenz $a_1 - a_2$ klein ist.

Auch ein zweiter Theil von Temperatureinflüssen, der durch die Umgebung verursachte, liess sich leicht auf ein Minimum reduciren, und dieses Minimum eliminiren. Das letztere geschieht hier besonders leicht, da die Perioden der äusseren Temperaturschwankungen mit den Perioden der durch die Versuche bedingten Widerstandsänderungen in gar keinem Zusammenhange stehen.

Es bleibt noch der dritte, erheblichste Theil von Temperatureinflüssen zu besprechen, nämlich der durch die magnetisirende Vorrichtung bedingte. Diese Vorrichtung bestand anfangs in einer, auf eine Glasröhre gewundenen Spirale dicken, besponnenen und überwachsten Drahtes, durch welchen der magnetisirende Strom floss. In die Glasröhre wurde der Eisendraht geschoben und der ganze Apparat in einer Entfernung von mehreren Metern vom Galvanometer aufgestellt, so dass weder der Magnetismus noch auch der magnetisirende Strom direct auf das Galvanometer wirkte. Es zeigte sich jedoch, dass die erwärmende Wirkung des magnetisirenden Stromes von der Spirale aus durch Bestrahlung sich auf den Eisendraht fortpflanzte und hier Widerstandsschwankungen hervorrief, welche, theils durch ihre bedeutende Grösse, theils deshalb alle zu messenden Aenderungen verdeckten, weil die Perioden beider Schwankungen identisch sind.[1]) Es galt daher einen adiathermanen magnetisirenden Apparat zu construiren. Dies gelang mir durch Benutzung des von Joule bei seinen thermischen Untersuchungen vielfach angewandten

1) Diese Widerstandsschwankungen liefern eine sehr brauchbare Methode, die Temperatur in der galvanischen Kette zu verfolgen; hierauf beabsichtige ich an anderer Stelle zurückzukommen.

Verfahrens, welches in der fortgesetzten Uebereinanderschichtung je eines adiathermanen, eines schlechtleitenden und eines Stoffes von grosser Wärmecapacität besteht. Die Kupferspirale wurde demgemäss auf eine weite Glasröhre gewickelt, diese über einen dickwandigen Kautschukschlauch gezogen, in diesen eine engere Glasröhre geschoben und in die letztere, meist noch mit Papier umwickelt, der Eisendraht. Hätte ich das Princip vollständig anwenden wollen, so hätte ich zwischen die engere Glasröhre und den Eisendraht noch eine Schicht von grosser Wärmecapacität bringen müssen, z. B. einen stationären Alkoholstrom oder schmelzendes Eis. Es sind jedoch in neuester Zeit mehrfach Erfahrungen über dielectrische, diamagnetische und electrolytische Einflüsse solcher umgebenden Flüssigkeiten gemacht worden, welche mir in dem vorliegenden Falle nicht unbedenklich erschienen. Auch reichte der so construirte Apparat wenigstens für zwei der von mir benutzten magnetisirenden Kräfte, für eine Daniell'sche sowie für eine Bunsen'sche Batterie (von höchstens 5 Elementen) aus; bei der dritten magnetisirenden Kraft, dem Strome einer durch eine Dampfmaschine getriebenen Gramme'schen Maschine, blieben freilich in den meisten Fällen noch thermische Einflüsse merklich; sie waren jedoch klein genug, um eine Elimination zuzulassen. Die Anwendung so starker magnetisirender Kräfte könnte vielleicht überhaupt überflüssig erscheinen, da man gewöhnlich annimmt, schon durch viel kleinere magnetisirende Kräfte würden Eisendrähte bis zur sogenannten Sättigung magnetisirt. Ob dieselbe aber in solchen Fällen wirklich erreicht ist, möchte ich doch bezweifeln. Sie ist vielleicht „nahezu" erreicht.[1]) Es weichen vielleicht die Molecularmagnete im Mittel nur noch einen Bruchtheil eines Grades von der Axe der Magnetisirung ab. Aber gerade der Einfluss der nun noch möglichen Drehung kann bezüglich solcher Fragen, wie die hier zu untersuchenden, erheblich sein.

1) So drückt sich auch Hr. Beetz vorsichtigerweise aus.

Thermoströme waren bei der getroffenen Anordnung nicht zu fürchten; möglichst reducirt musste dagegen die Stärke der oben erwähnten Extraströme werden. Man wird die Nothwendigkeit hiervon vielleicht nicht ohne weiteres einsehen. Handelt es sich bei der vorliegenden Untersuchung doch um dauernde Einflüsse, und von diesen müssen jene momentanen Erscheinungen mit Leichtigkeit zu unterscheiden sein. Aber erstens ist es aus mancherlei Gründen erwünscht, auch diese dauernden Einflüsse gleich nach Schluss des Stromes feststellen zu können, um denselben bald wieder öffnen zu dürfen, und zweitens sind jene Extraströme nichts weniger als momentane Erscheinungen. Ich habe vielmehr gefunden, dass die unter dem Namen der Nachwirkung bekannten Erscheinungen hier eine grosse Rolle spielen. Es ist dies um so unangenehmer, als auch die noch übrigen Temperatureinflüsse infolge der Zeitdauer der Strahlung und Leitung nachwirken. Ich habe deshalb durchweg mit Eisendrähten operirt, welche die Villari'schen Ströme ungleich schwächer zeigen, als Stäbe. Dem dadurch zugleich erreichten Vortheile, infolge des grösseren Widerstandes von Drähten auch grössere Widerstandsänderungen erwarten zu dürfen, steht freilich der Nachtheil gegenüber, dass Eisendrähte eines geringeren specifischen Magnetismus fähig sind als dicke Stäbe.

§. 4. Es lässt sich schon a priori erwarten, dass die Natur des Drahtes (ob derselbe aus Stahl oder Eisen besteht, ob er hart oder weich ist u. s. w.) für die Erscheinungen, die er zeigt, von Einfluss ist, dass ein galvanisch noch nicht bearbeiteter Draht sich anders verhält als ein solcher, durch welchen vor längerer oder kürzerer Zeit Ströme hindurch gegangen sind, oder welcher bereits mehrfache Längs- oder Quermagnetisirungen erfahren hat. Dazu kommt aber noch ein wesentliches Moment, welches in dem Verhältniss der Intensitäten des magnetisirenden und des Hauptstroms besteht, und an welches ich weiter unten meine theoretischen Betrachtungen knüpfen werde. Aus

diesen Gründen zeigen die Zahlen der folgenden Tabellen eine grosse Mannichfaltigkeit.

Von den Versuchsreihen mit schwachen magnetisirenden Strömen sind schon vor Vervollkommnung des magnetisirenden Apparates einige brauchbar. Ich bezeichne mit:

H die den Hauptstrom,
M die den magnetisirenden Strom erzeugende electromotorische Kraft,
D die electromotorische Kraft eines Daniell'schen,
B diejenige eines Bunsen'schen Elementes,
n die Anzahl der Windungen der magnetisirenden Spirale,
l die (angenäherte) Länge,
d die Dicke des Eisen- resp. Stahldrahtes,
w_0 den in Siemens'schen Einheiten gemessenen Widerstand desselben für $M = 0$,
w dasselbe für $M > 0$,
w_k den Widerstand der kupfernen Zuleitungsdrähte zum Widerstandskasten,
δ den Quotienten $\frac{w - w_0}{w}$,
t die Zeit des Versuches.[1])

Den zeitlichen Verlauf der Erscheinungen übergehend, gebe ich zunächst nur die hierher gehörigen Zahlen.

1. $H = M = 1D$. $n = 106$. (Geglühter Eisendraht f_1. (d etwa 0,5 mm).

$w_0 + w_k$	$w + w_k$	$w_0 + w_k$
1,0300	1,0296	1,0304

($w_k = 0{,}5209$)

$\delta = -\mathbf{0{,}0012}$.

2. H, M, n wie oben. f_1.

$w_0 + w_k$	$w + w_k$	$w_0 + w_k$
1,0304	1,0294	1,0302

($w_k = 0{,}5211$)

$\delta = -\mathbf{0{,}0018}$.

3. H, M, n wie oben. Geglühter Eisendraht f_2. (d etwa 0,5 mm).

$w_0 + w_k$	$w + w_k$	$w_0 + w_k$
1,7478	1,7459	1,7476

($w_k = 0{,}5210$)

$\delta = -\mathbf{0{,}0015}$.

4. H, M, n wie oben. $n = 166$. Draht f_1.

$w_0 + w_k$	$w + w_k$	$w_0 + w_k$
1,0227	1,0216	1,0229

($w_k = 0{,}5201$)

$\delta = -\mathbf{0{,}0024}$.

1) Bei den älteren Versuchen fehlen mir leider meist einige dieser Angaben, deren Erforderlichkeit nicht von vornherein einzusehen war.

Im Mittel aus 1 bis 3: $\delta = -0{,}0015$.
Dagegen bei 4: $\delta = -0{,}0024$.

Die magnetisirende Kraft ist mit n proportional. Es ist also hiernach δ mit der magnetisirenden Kraft proportional. Seinem Vorzeichen nach ist δ negativ. Die Länge des Drahtes (Versuch 3) scheint ohne Einfluss zu sein.

5. $H = 3D$, $M = 1D$. Draht f_2. $n = 106$. Der magnetisirende Strom blieb eine Stunde lang geschlossen.

$$w_0 + w_k = 1{,}7429 \qquad w + w_k = 1{,}7326 \qquad w_0 + w_k = 1{,}7386$$
$$(w_k = 0{,}5207), \quad \text{also} \quad \delta = -0{,}0068.$$

Hier ist also erstens eine grössere vorübergehende, zweitens eine dauernde Abnahme des Widerstandes eingetreten, obgleich eine dauernde Magnetisirung nicht nachweisbar war. Die temporäre Abnahme wird noch grösser, wenn man bei ihrer Berechnung von der permanenten absieht, d. h. bei der Berechnung der Differenz $w - w_0$ nur das ursprüngliche w_0 berücksichtigt. Dann wird:

$$\delta_1 = -0{,}0084.$$

6. $H = 5D$, $M = 1D$, $n = 106$. Draht f_2.

$$w_0 + w_k = 1{,}7366 \qquad w + w_k = 1{,}7139 \qquad w_0 + w_k = 1{,}7299$$
$$(w_k = 0{,}5210), \quad \text{also} \quad \delta = -0{,}0159.$$

Sieht man von der permanenten Aenderung ab, so ergibt sich:

$$\delta_1 = -0{,}0186.$$

Hier ist die temporäre Aenderung des Widerstandes noch grösser und erreicht nahezu den Werth von 2 Proc. Aber auch die permanente ist grösser als im vorigen Falle.

Einige Versuchsreihen an ungeglühten Eisendrähten zeigen dieselben Erscheinungen, nur schwächer. Dagegen nahm bei einem dünnen, ungeglühten Stahldrahte der Widerstand um nahezu 3 Proc. ab, als $H = 3B$, $M = 1D$ gewählt war.

Die meisten der vor Vervollkommnung des Electro-

magneten angestellten Versuche zeigen dagegen eine Zunahme des Widerstandes mit der Magnetisirung, und zwar eine grössere temporäre und eine geringere remanente. Da es jedoch hierbei nicht leicht möglich ist, den Einfluss der Temperaturzunahme abzusondern, habe ich diese Versuche bis auf einige anscheinend zuverlässige unverwerthet gelassen.

7. Zunächst erwähne ich zwei Versuche mit dünnen, ungeglühten Eisendrähten, bei welchen keine Widerstandsänderung um 0,0002 pro Einheit des Widerstandes eintrat. Bei beiden war $H=2D$, $n=92$; bei dem einen war ferner $M=3D$, bei dem andern $M=2B$.

8. Geglühter Eisendraht f_3. (d etwa $=0,6$). $H=1D$, $M=3D$, $n=92$. Der Widerstand der Zuleitungsdrähte ist bereits abgezogen.

$w_0=0,5213$ $w=0,5234$ $w_0=0,5214$

$\delta = +\,0,0038.$

9. Versuch 8 mehrmals wiederholt.

$w_0=0,5214$ $w=0,5232$ $w_0=0,5214$

$\delta = +\,0,0035.$

So gering wie in diesem Falle erwies sich sich der Einfluss der mehrfachen Wiederholung desselben Versuches selten.

10. Statt des Widerstandskastens wurde ein geradliniger Rheostat benutzt. Die Zahlen für w_0 und w sind in einer willkürlichen Einheit ausgedrückt. $H=1D$, $M=2D$, $n=92$. Mittelwerthe:

$$\left.\begin{matrix}[w_0] = 6019,8\\ [w] = 6023,2\end{matrix}\right\} [w-w_0] = +\,3,4$$

$$\delta = \frac{w}{w_0}\cdot\frac{100000-w_0}{100000-w} - 1 = +\,\mathbf{0,00135}.$$

(Der Gesammtwiderstand des Rheostaten ist gleich 100000 gesetzt; die obige Rechnung war nothwendig, weil hier das Gleichgewicht durch Verschiebung einer Klemmschraube hergestellt wurde.)

11. Bei Versuch 10 floss der Hauptstrom im Eisendrahte vom Südpol zum Nordpol. Nun wurde der Haupt-

strom in der entgegengesetzten Richtung durchgeschickt. Es fand sich im Mittel:

$$[w_0] = 6021{,}0,\ [w] = 6024{,}0,\ [w - w_0] = +\,3{,}0$$
$$\delta = \mathbf{0{,}00122}.$$

(Nach derselben Rechnung wie oben.) Hierzu ist jedoch zu bemerken: erstens, dass der Eisendraht, mit welchem diese beiden Versuchsreihen angestellt sind, schon mehrfache Stromdurchgänge erlitten hatte, und zweitens, dass bei der Berechnung der Mittelwerthe in 11 die ersten abweichenden Zahlen unberücksichtigt blieben. Die vollständigen Reihen sind nämlich folgende:

10.	$[w_0] = 6019$		11.	$[w_0] = 6022$	
	$[w\ ] = 6024$			$[w\ ] = \mathbf{6020}$	$w < w_0$
	$[w_0] = 6021$			$[w_0] = 6022$	
	$[w\ ] = 6023$	also stets		$[w\ ] = 6025$	
	$[w_0] = 6019$	$w > w_0$		$[w_0] = 6022$	
	$[w\ ] = 6022$			$[w\ ] = 6024$	$w > w_0$
	$[w_0] = 6020$			$[w_0] = 6020$	
	$[w\ ] = 6024$			$[w\ ] = 6023$	
				$[w_0] = 6020$	

Die Umkehr der Stromesrichtung im Eisen hat also wohl einen momentanen, aber keinen dauernden Zeichenwechsel von δ zur Folge. Dass das wiederholte Oeffnen und Schliessen des magnetisirenden Stromes keinen Einfluss übte, lag vermuthlich daran, dass infolge des langen Gebrauchs des Drahtes bereits stationäre Verhältnisse eingetreten waren. Um diese Vermuthung zu prüfen, gab ich einem gleich beschaffenen, noch unbenutzten Eisendrahte dieselben Dimensionen und erhielt:

12. $[w_0] = 6018 \quad 6020 \quad 6017 \quad 6015 \quad 6013$
$[w\ ] = \quad 6011 \quad 6011 \quad 6008 \quad 6006$

Mittel: $[w_0] = 6016{,}6,\ [w] = 6009{,}0,\ [w - w_0] = -\,7{,}6$
$$\delta = \mathbf{-\,0{,}0032}.$$

Hier ist also δ negativ. In der That nahm, nachdem ich den magnetisirenden Strom etwa 100 mal geschlossen und geöffnet hatte, der absolute Werth von δ ab, und am

nächsten Tage erhielt ich, wie bei 10 und 11, einen kleinen positiven Werth von δ. Solche Zeichenwechsel von δ habe ich jedoch nur beobachtet, wenn (für $n = 92$) das Verhältniss $H : M = 1 : 2$ oder nicht erheblich hiervon verschieden war. Nur wenn sehr starke Ströme durch das Eisen längere Zeit hindurchgegangen waren, oder wenn ich die Richtung der Magnetisirung wiederholt umgekehrt hatte, wurden die Ergebnisse auch in anderen Fällen und vollständig unregelmässig.

Kurz vor Herstellung des adiathermanen Apparates stellte ich noch Versuche an, bei welchen ich zwar einen Einfluss der Erwärmung constatirte, denselben jedoch durch Vergleichung mit Versuchen an Kupferdrähten glaubte eliminiren zu können. Es verhalten sich nämlich die specifischen Wärmen von Eisen und Kupfer etwa wie 7 : 6, und annähernd in demselben Verhältniss stehen nach Bénoit ihre Temperaturcoëfficienten α für den galvanischen Widerstand. Wendet man also denselben Werth von M und denselben magnetisirenden Apparat an, und gibt den Oberflächen des Eisendrahtes und des Kupferdrahtes gleiche Grösse, wodurch auch ihr Volumen dasselbe wird, so erhält man bei beiden nahezu gleiche Widerstandserhöhungen durch die Ausstrahlung des magnetisirenden Apparats. Ich verfuhr daher auf die angedeutete Weise und erhielt:

13.	14.	15.
Widerstandskasten. $H = 1D$, $M = 2B$, $n = 73$. (Die Indices f und c beziehen sich resp. auf den weichen Eisendraht und auf den Kupferdraht.	Wiederholt.	$H = 1D$, $M = 3B$, $n = 73$. Dickere Drähte.
$\delta_c = 0{,}0023$ $\delta_f = 0{,}0042$	$\delta_c = 0{,}0026$,	$\delta_c = 0{,}0017$,
$\delta_f - \delta_c = \delta = +\,\mathbf{0{,}0019}$.	$\delta_f = 0{,}0039$.	$\delta_f = 0{,}0044$.
	$\delta = +\,\mathbf{0{,}0013}$.	$\delta = +\,\mathbf{0{,}0027}$.

Hier hat δ genau im Verhältniss der magnetisirenden Kraft gegen Versuch 13 zugenommen.

Die nun folgenden Versuchsreihen sind sämmtlich mit dem adiathermanen Apparate angestellt.

Bei ungeglühten Eisendrähten ist die Nachwirkung der Extraströme nach Schluss des magnetisirenden und des Hauptstromes eine sehr langwierige, so dass man hier vorübergehende und dauernde Erscheinung oft schwer trennen kann. Ich bezeichne daher mit w_1 den Widerstand in der ersten Zeit (oft bis zu einigen Minuten) nach Schluss beider Ströme, mit w_2 den constant gewordenen Widerstand.

16. $H = 1D$, $M = 3B$, $n = 150$. Eisendraht f_4. (d etwa $= 0{,}60$). Mittelwerthe:

$$w_k + \begin{cases} w_0 = 0{,}79046 \\ w_1 = 0{,}79107 \\ w_2 = 0{,}79052 \\ w_0 = 0{,}79044 \end{cases} \begin{cases} w_k = 0{,}0698 \\ w_1 - w_0 = 0{,}00062 \\ w_2 - w_0 = 0{,}00007 \end{cases}$$

$$\frac{w_1 - w_0}{w_0} = \delta_1 = + \mathbf{0{,}00084}$$

$$\frac{w_2 - w_0}{w_0} = \delta_2 = + \mathbf{0{,}00010}.$$

17. Wiederholt.

$$w_k + \begin{cases} w_0 = 0{,}78993 \\ w_1 = 0{,}79050 \\ w_2 = 0{,}79010 \\ w_0 = 0{,}78998 \end{cases} \begin{cases} w_1 - w_0 = 0{,}00052 \\ w_2 - w_0 = 0{,}00012 \end{cases}$$

$$\delta_1 = \mathbf{0{,}00072}$$

$$\delta_2 = \mathbf{0{,}00016}.$$

Es hat also bei der Wiederholung des Versuches δ_1 abgenommen, δ_2 zugenommen. Damit stimmt es überein, dass vielfach benutzte Drähte meist keinen Unterschied zwischen δ_1 und δ_2 merken liessen.

18. $H = 1D$, $M = 3B$. Starker Eisendraht f_5. (d etwa $= 1{,}3$).

$$w_k + \begin{cases} w_0 = 0{,}16617 \\ w_1 = 0{,}16640 \\ w_2 = 0{,}16630 \\ w_0 = 0{,}16613 \end{cases} \begin{cases} w_1 - w_0 = 0{,}00024 \\ w_2 - w_0 = 0{,}00016 \end{cases}$$

$$\delta_1 = \mathbf{0{,}00260} \qquad \delta_2 = \mathbf{0{,}00156}.$$

Hier sind nicht nur absolut genommen δ_1 und δ_2 grösser als bei den beiden vorhergehenden Versuchsreihen, sondern es ist auch δ_2 im Vergleich zu δ_1 viel grösser.

Dort war nur der 5. bis 8. Theil der anfänglichen Widerstandserhöhung dauernd, hier mehr als die Hälfte.

19. Starker, geglühter Eisendraht f_6. $H = 1D$, $M = 4B$, $n = 212$. Mittelwerthe:

$$w_0 = 0{,}5029 \qquad w = 0{,}5171 \qquad w_0 = 0{,}5078$$
$$\delta = \mathbf{0{,}0240}.$$

Dauernde Erhöhung $\Delta = 0{,}0097$. Sieht man von dieser ab, so erhält man für die vorübergehende:

$$\delta = \mathbf{0{,}0281}.$$

Diese Werthe sind ganz aussergewöhnlich gross. Auch die dauernde Erhöhung des Widerstandes lässt darauf schliessen, dass man es hier mit abnormen Verhältnissen zu thun hat. Freilich müsste man diesen Schluss bis zu einem gewissen Grade dann auch auf die folgende Versuchsreihe ausdehnen, welcher ein anderer Draht zu Grunde liegt.

20. H, M, n wie bei 19. Dünner, geglühter Eisendraht f_7, mehrfach galvanisch bearbeitet. $d = 0{,}19$.

$$w_0 = 6{,}3549 \qquad w = 6{,}4532 \qquad w_0 = 6{,}3644$$
$$\delta = + \mathbf{0{,}0147}.$$

Ferner wird (mit derselben Bedeutung wie oben):

$$\Delta = \mathbf{0{,}0015} \text{ und } \delta_1 = \mathbf{0{,}0156}.$$

Der gegen 19 unverhältnissmässig kleine Werth von Δ kann aus dem Umstande erklärt werden, dass der Draht f_7 infolge häufigen Stromdurchganges seinem stationären Verhalten sich bereits erheblich genähert hat.

21. $H = 2D$, $M = 3B$. Dünner, harter Eisendraht f_8. $d = 0{,}15$. $w_0 + w_k = 11{,}6142$.

Keine Widerstandsänderung auch nur um 0,0001, obgleich hier sogar, trotz der sehr geringen Dicke, die Extraströme einer erheblichen Widerstandserhöhung für den Moment des Stromschlusses entsprachen.

22. $H = 2D$, $M = 1D$, $n = 92$. Harter Eisendraht f_9 $l = 1670$, $d = 0{,}20$.

$$w_0 = 7{,}3961 \qquad w = 7{,}3903 \qquad w_0 = 7{,}3973$$
$$\delta = -\mathbf{0{,}0009}.$$

Derselbe Draht zeigte aber nach längerer Bearbeitung, nachdem δ sich der Null immer mehr genähert hatte, zuletzt kleine positive Werthe von δ (inzwischen war er dem Versuche 23 unterworfen worden).

23. $H = 1D$, $M = 2D$. Draht f_9.

$$w_0 = 7{,}3991 \qquad w = 7{,}3997 \qquad w_0 = 7{,}3993$$
$$\delta = -\mathbf{0{,}0002}.$$

24. Wiederholung von 22. Dieselbe ergab, wie erwähnt, eine, wenn auch kaum merkliche Erhöhung von w_0. Zur Controle stellte ich aus derselben Drahtrolle, welcher f_9 entnommen war, einen neuen Draht von nahezu gleichen Dimensionen her und fand für $H = 2D$, $M = 1D$ (also wie in 22):

$$w_0 = 7{,}3608 \qquad w = 7{,}3559 \qquad w_0 = 7{,}3602$$
$$\delta = -\mathbf{0{,}0006}.$$

also wie in 22 einen negativen Werth von δ.

25. Bei den Versuchsreihen 7 und 21 war erreicht worden, dass der Widerstand der harten Eisendrähte sich durch Magnetisirung nicht änderte. Ich suchte denselben Fall bei einem geglühten dicken Stahldrahte F_1 ($l = 1450$, $d = 1{,}31$) zu verwirklichen. Es gelang, während $H = 2D$ und $n = 92$ war, mit fast gleicher Annäherung bei $M = 2D$ und bei $M = 3D$. Noch schärfer liess sich dieser Punkt bei geglühten Eisendrähten fixiren. Dagegen trat bei harten Stahldrähten stets eine Aenderung des Widerstandes ein, und zwar, bei constantem H, im allgemeinen eine desto kleinere, je geringer die magnetisirende Kraft war. Von den Versuchen mit geringen Magnetisirungen führe ich nur an, dass sie meist kleinere Werthe von δ ergaben, als die Versuche mit Eisendrähten; nur bei den kleinsten Werthen des Verhältnisses $Mn : H$ findet das Gegentheil statt. Dagegen gebe ich noch einige Versuchsreihen mit magnetisirenden Kräften, welchen bei Eisen

und geglühtem Stahl bereits positive Werthe von δ entsprochen haben würden.

26. $H = 1D$, $M = 3B$, $n = 110$. Draht F_3 aus englischem Stahl (Claviersaite, music steel). $l = 1280$, $d = 0{,}91$. Mittelwerthe (unter Ausschluss der ersten Versuche):

$$w_k + \begin{Bmatrix} w_0 = 0{,}40091 \\ w = 0{,}40079 \end{Bmatrix} \quad w - w_0 = -0{,}00012$$

$$(w_k = 0{,}050 \text{ etwa}).$$

$$\delta = -\mathbf{0{,}00034}.$$

Wurde nun der magnetisirende Strom umgekehrt, so ergab sich, wie am Anfang der ersten Reihe, zunächst eine Zunahme von δ durch Magnetisirung, welche jedoch nach zweimaligem Durchgange des Stromes bereits einer Abnahme gewichen war. Ueberhaupt erwies sich dieser Draht als sehr günstig nicht nur für diese Messungen, sondern auch für diejenigen, auf welche ich im Laufe der Untersuchung noch zu sprechen kommen werde. Nur sind die absoluten Werthe von δ hier viel kleiner als bei andern Drähten; schon am 25. Mai hatte ich mit einer Kette (M) von $5B$ kaum erheblichere δ erhalten.

Um festzustellen, ob die Ursache hiervon ausschliesslich die schwache Abhängigkeit des Widerstandes von der Magnetisirung des englischen Stahls sei, oder ob hier nicht vielleicht erheblich stärkere magnetisirende Kräfte erforderlich seien, um den Zustand der sogenannten Sättigung, wenn auch nur nahezu, zu erzeugen, bediente ich mich der Gramme'schen Maschine neuerer Construction (1875), welche vor kurzem von Hrn. Prof. O. E. Meyer für das hiesige Laboratorium erworben worden ist, und welche, getrieben durch eine Dampfmaschine, erheblicher Arbeitsleistung fähig ist. Ihre Entfernung vom Galvanometer betrug etwa 25 m; zwischen beiden war der Electromagnet aufgestellt, von der Maschine 5, vom Galvanometer 20 m entfernt und nach beiden Richtungen durch dicke Kupferdrähte verbunden. Die Spirale wurde nie so heiss, dass man sie nicht ungestraft hätte berühren dürfen. Der

Kautschukschlauch zeigte nie eine Spur von Erwärmung, selbst nicht bei der schnellsten Rotation der Gramme'schen Maschine (1200 Umgänge pro Minute); trotzdem zeigen viele von den mit weichen Eisendrähten, besonders mit dünnen, angestellten Versuchsreihen einen Verlauf, den ich mir nicht anders, als durch Temperatureinflüsse erklären kann. Sucht man dieselben zu eliminiren, so erhält man Widerstandszunahmen durch Magnetisirung, welche bis zu 1 Proc. und darüber ansteigen. Einfacher und zuverlässiger sind die Ergebnisse der Versuche mit Stahldrähten, deren Mittelwerthe hier auszugsweise folgen.

27. $H = 1D$, M = Gramme'sche Maschine. (Umdrehungszahl $p = 700$). $n = 110$. Dünner Stahldraht F_5. $l = 2000$. $d = 0{,}21$.

$w_0 = 8{,}4960 \qquad w = 8{,}4803$

$\delta = -\mathbf{0{,}0019}.$

28. Wiederholt. (4 Versuchsreihen).

$w_0 = 8{,}6415 \qquad w = 8{,}6346$

$\delta = -\mathbf{0{,}0008}.$

29. Stahldraht F_3. $H = 1D$, M = Gr. Masch., ($p = 800$).

$w_0 = 0{,}3435 \quad w = 0{,}3419 \quad w_0 = 0{,}3435$

$\delta = -\mathbf{0{,}0047}.$

30. Unmittelbar an diesen Versuch schloss sich ein Controlversuch mit einem Kupferdrahte. (Auch früher waren derartige Controlversuche von Zeit zu Zeit angestellt worden). $H = 1D$, M = Gr. Masch. ($p = 1000$ bis 1200). $l = 2220$, $d = 0{,}70$. Mittelwerthe:

$w_0 = 0{,}14138 \qquad w = 0{,}14149$

$w_0 = 0{,}14144$

$\delta = +\mathbf{0{,}00056}.$

Es ist also für Kupfer δ erstens positiv und zweitens seinem absoluten Werthe nach viel kleiner als in 29, obgleich p grösser ist. Uebrigens haben alle übrigen Versuche mit Kupferdrähten noch erheblich kleinere Werthe von δ ergeben. Sollten diese Widerstandsänderungen mit dem magnetischen Verhalten des Kupfers in Zusammenhang stehen, so würden sie die Allgemeinheit der von Schuster und Stewart[1]) an einem magnetisirten Kupferdrahte beobachteten Widerstandsabnahme widerlegen.

1) Phil. Mag. (4) XLVIII. p. 535. (1874); auch Pogg. Ann. CLIII. p. 205.

31. Die folgende Versuchsreihe diene dazu, zu zeigen, dass auch bei beträchtlichen Temperatureinflüssen der Einfluss der Magnetisirung nachweisbar ist. Es lässt sich unter gewissen vereinfachenden Annahmen leicht das Gesetz ermitteln, nach welchem der Widerstand im Hauptstrome durch Bestrahlung seitens der Spirale mit der Zeit sich ändert. Führt man nun überdies eine längere Reihe abwechselnder Bestimmungen von w_0 und w aus und notirt bei jeder die Zeit t, so erhält man durch die Zahlen w_0 die Constanten jenes Gesetzes. Construirt man dann die das Gesetz darstellende Curve (dieselbe ist im allgemeinen transscendent) und vergleicht sie mit der Beobachtungscurve, so findet man für die den Zeiten der Bestimmung der Grössen w entsprechenden Abscissen verschiedene Ordinaten. Diese Differenzen beziehen sich auf die Magnetisirung. Ich führe eine derartige Versuchsreihe mit der Gramme'schen Maschine und dem Drahte F_3 auf. w_0, w_1, w_2 seien die Widerstände für $p = 0$, $p = 400$, $p = 800$.

t	w_0 beobachtet.	w_1 beobachtet.	w_0 berechnet.	w_2 beobachtet.	w_0 berechnet.	
2h 50′	0,3285	—	-	—	—	$w_1 - w_0$
3h 7′	—	0,3294	0,3299	—	—	0,0005
13′	0,3315	—	—	—	—	—
17′	0,3326	—	—	—	—	—
20′	—	0,3332	0,3339	—	—	0,0007
22′	—	0,3338	0,3348	—	—	0,0010
27′	—	—	—	0,3346	0,3381	$w_2 - w_0$
34′	0,3416	—	—	—	—	0,0035

Für $\frac{w_1 - w_0}{w_0} = \delta_1$ findet man hiernach 3 Werthe von steigender Grösse, für δ_2 einen einzigen, nämlich:

$$\delta_1 = -0{,}0015 \quad -0{,}0021 \quad -0{,}0030$$

im Mittel also:

$$\delta_1 = -0{,}0022 \quad \text{und} \quad \delta_2 = -0{,}0106.$$

Vorausgesetzt ist hierbei natürlich, dass die durch die Aenderung von p hervorgerufenen Discontinuitäten durch die thermische Nachwirkung verdeckt werden.

Mit dem Werthe von δ in 29 sollte der Werth von δ_2 hier übereinstimmen. Denn *H. M. n* haben dieselben Werthe. Er ist jedoch mehr als doppelt so gross. Einen Theil der beobachteten und berechneten Curve gibt Taf. III Fig. 1 wieder.

§. 5. Hand in Hand mit den Versuchen über den Einfluss der Magnetisirung gingen Versuche über die Extraströme, welche durch jeden Strom im Eisen erzeugt werden. Ich will darauf verzichten, diese Versuche ausführlich mitzutheilen, da sie ihren wesentlichen Ergebnissen nach mit denen der Herren Herwig und Streintz übereinstimmen. Quantitative Angaben über die Stärke der Extraströme in irgendeinem vergleichbaren Maasse liegen jedoch seitens des letzteren Beobachters gar nicht vor, und auch Herwig gibt nur einmal an, dass dem nach Oeffnen des Hauptstromes erhaltenen Ausschlage der Galvanometernadel, falls der Strom fortbestanden hätte, eine Abnahme des Widerstandes um 0,0011 bis 0,00014 entsprochen haben würde. Da ich im allgemeinen von einer Erschütterung der Drähte absah, erhielt ich auch meist länger dauernde Extraströme, wodurch ich die Möglichkeit erzielte, zuweilen recht genaue Widerstandsmessungen der obigen Art auszuführen. Die Werthe, welche ich erhielt, sind zum Theil nicht unerheblich grösser, als der obige Herwig'sche. Die Vorzeichen dieser Werthe waren mit wenigen Ausnahmen, die sich durch fremde Einflüsse erklären, stets derart, dass beim Schluss des Hauptstromes der Maasswiderstand erhöht, beim Oeffnen dagegen verringert werden musste. Ferner finde ich beim Stahl die Ausschläge, wie Herwig, kleiner als beim Eisen; verfolge ich jedoch den zeitlichen Verlauf beider, der beim Eisen, besonders bei geglühten Drähten, ein viel schnellerer ist, als beim Stahl, so finde ich für die den Ausschlägen entsprechenden Integralströme nicht wesentlich verschiedene Werthe.

Weit stärkere Extraströme erhielt ich nun aber, wenn ich den Strom durch magnetisirte Eisen- oder Stahldrähte leitete, wenn auch ihre Richtung stets dieselbe war, als ob der Draht nicht magnetisch gewesen wäre. In denjenigen Fällen, in welchen der definitive Widerstand durch Magnetisirung erhöht wurde, entsprach dem Extrastrome stets ein noch grösserer Widerstand. Es machte sich dies dadurch kenntlich, dass, nachdem die Brücke für den unmagnetischen Zustand des Drahtes abgeglichen war, nun ein Ausschlag nach der Seite der grösseren Widerstände erfolgte, welcher grösser war, als der dauernden Ablenkung der Nadel entsprochen hatte, und auch diese letztere nahm, nachdem die Schwingungen der Nadel längst erloschen waren, in den meisten Fällen langsam noch ein wenig ab, bis sie den in den Tabellen des §. 4 wiedergegebenen Werth annahm. Aber auch in denjenigen Fällen, in welchen der Widerstand im magnetischen Zustande kleiner ist, erfolgte der Ausschlag stets zuerst nach der Seite der grösseren Widerstände. Auf Zahlenangaben verzichte ich, weil in denselben eine ähnliche Mannichfaltigkeit herrscht, wie in den Zahlen des §. 4. Mit der Grösse der magnetisirenden Kraft nimmt die Stärke der Extraströme zu, und zwar anfangs schneller, später (d. h. bei grossen Magnetisirungen) langsamer als diese.

Vorausgesetzt ist hierbei, dass der Hauptstrom erst einige Zeit nach dem magnetisirenden geschlossen werde. Schliesst man ihn kurz nach oder gar gleichzeitig mit demselben, so werden die Erscheinungen sehr unregelmässig. Gänzlich geändert werden sie, wenn man erst den Hauptstrom und dann den magnetisirenden schliesst. Die Schliessungsströme sind dann ungleich schwächer; sind sie aber der Beobachtung zugänglich, so ergibt sich ihre Richtung als die entgegengesetzte, d. h. sie entsprechen einer Widerstandsabnahme; zuweilen beobachtet man eine ganze Reihe oscillirender Extraströme.

§. 6. Die im §. 4 mitgetheilten Versuche scheinen mir geeignet, zwischen den bezüglichen Ergebnissen früherer Beobachter zu vermitteln. In der That finden sich fast alle diese, so divergent sie auch lauten mögen, in meinen Resultaten wieder und erhalten durch die Verschiedenheit der Umstände, unter denen sie gewonnen wurden, ihre vorläufige Erklärung. Beetz fand unter allen Umständen eine Zunahme des Widerstandes. Er scheint jedoch stets sehr starke magnetisirende Kräfte angewendet und nur mit Eisen-, nicht aber mit Stahlstäben operirt zu haben, und unter diesen beiden Bedingungen erhielt auch ich stets positive Werthe von δ. Stewart und Schuster beobachteten an einem magnetisirten Kupferdrahte bei grosser magnetisirender Kraft eine Abnahme des Widerstandes; er verhielt sich also wie meine Stahldrähte. Leider ist nicht angegeben, ob der Draht aus reinem (diamagnetischem) oder aus eisenhaltigem (paramagnetischem) Kupfer bestand, wie man ihn im Handel gewöhnlich erhält. Edlund und Mousson erhielten keine Aenderungen des Widerstandes durch die Magnetisirung, obgleich die Genauigkeit ihrer Messungen hinter der von Thomson nicht wesentlich zurückstand. Auch in meinen Tabellen finden sich einige, welche für δ den Werth Null ergeben. Endlich hat Adams [1]) eine vorläufige Mittheilung von H. Tomlinson veröffentlicht, deren Ausführung ich jedoch in den Transactions vergeblich gesucht habe. Nach diesen Angaben, welche übrigens äusserst wenig Anhaltspunkte gewähren, hat die Magnetisirung beim harten Stahl eine Abnahme, beim Eisen und weichen Stahl eine Zunahme des Widerstandes zur Folge. Dies ist in völliger Uebereinstimmung mit meinen Angaben, wenn man annimmt, dass die Magnetisirung, welche Tomlinson anwandte, stets eine beträchtliche war. Dafür spricht auch die enorme Grösse der Zahlen, welche ich mit δ bezeichnet. Meine Werthe liegen zwischen den Grenzen:

1) Proceed. Royal Soc. June 17. 1875.

$$-0{,}0186 \quad \text{und} \quad +0{,}0281,$$ [1])

die Werthe Tomlinson's zwischen:

$$-0{,}06 \quad \text{und} \quad +0{,}04\ (?).$$

Fügt man den Grenzwerth aus den Versuchen von Beetz:

$$+0{,}0006$$

hinzu, mit welchem der von Chwolson genau, der von Thomson einigermaassen übereinstimmt, so sieht man, dass meine Zahlen die Mitte halten.

Uebrigens scheint Tomlinson die Magnetisirungen ausgeführt zu haben, während der Hauptstrom geschlossen war. Ich habe erwähnt, dass in solchen Fällen ein Extrastrom auftritt, welchem eine Abnahme des Widerstandes entspricht. Da nun diese Extraströme bei hartem Stahl oft sehr langsam verlaufen, so könnte vielleicht ein Theil der Abnahme um 6 Proc. hierauf kommen. Auch von der Zunahme um 1 bis 4 Proc. bei weichen Drähten könnte man einen Theil auf die von Tomlinson selbst zugegebene Erwärmung abrechnen.

§. 7. Im Folgenden will ich es versuchen, auf Grund der Theorie drehbarer Molecularmagnete die beobachteten Erscheinungen zu erläutern. Dabei bediene ich mich des Begriffes der Arbeit und definire dieselbe für den vorliegenden Fall als das Product aus der Kraft, welche zur Drehung eines Molecularmagnetes überwunden werden muss, in die Winkelgrösse dieser Drehung. Die im Eisen auftretenden Extraströme sind bereits allgemein als Ausdruck derartiger Arbeitsleistung erkannt worden. Wenn ein durch eine constante electromotorische Kraft erzeugter Strom von einem bestimmten Momente an eine Arbeit leistet, welche er bis dahin nicht leistete, so gilt das Ohm'sche Gesetz nur noch unter der Voraussetzung, dass entweder die

1) Nur ein Versuch mit einem Stahldrahte hat bei sehr kleinem $M\alpha : H$ und sehr grossem absoluten Werthe von H den Werth $-0{,}03$ ergeben.

Stromstärke i oder der Widerstand w einen andern Werth erhält. Gewöhnlich schreibt man, den ersteren Fall voraussetzend:

$$i = \frac{e - \frac{1}{a}\frac{\partial V}{\partial t}}{w}$$ [1]).

d. h. man betrachtet die Grösse $\frac{1}{a}\frac{\partial V}{\partial t}$ (in welcher a den Arbeitswerth der Wärmeeinheit, V z. B. das Potential des Stromes Eins auf den Magneten bedeutet, in Bezug auf welchen Arbeit geleistet wird) als neue electromotorische Kraft, welche der ersten entgegenwirkt. Ich sehe jedoch nicht ein, warum es nicht auch erlaubt sein soll, zu schreiben:

$$i = \frac{e}{w + w_A},$$

wo w_A einen neuen, infolge der äusseren Arbeit zu w hinzukommenden Widerstand bezeichnet.[2]) Jedenfalls lässt sich nicht, wie Colley[3]) will, beweisen, dass diese letztere Gleichung falsch ist. Colley glaubt folgendermaassen schliessen zu dürfen: bezeichnet man mit T und T' die Zeiten, welche ohne und mit Arbeitsleistung erforderlich sind, um 1 g Zink in der Kette aufzulösen, so wäre, falls w sich änderte:

$$\frac{e^2}{w} T = \frac{e^2}{w + w_A} T' + q T', \tag{1}$$

wo q die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit bedeutet; nun ist aber:

$$\frac{e}{w} T = \frac{e}{w + w_A} T'; \tag{2}$$

folglich:

$$e = e + \frac{q}{e}(w + w_A),$$

was unmöglich ist.

1) Helmholtz, die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847.
2) Vgl. jedoch Wiedemann, Galv. II. 2. p. 521.
3) Pogg. Ann. CLVII. p. 370. (1876.)

Die Gleichung (1) ist richtig, aber die Gleichung (2) ist ebenso wenig anwendbar, wie in dem andern Falle (wo e als veränderlich betrachtet wird) die entsprechende Gleichung:

(2a) $$\frac{e}{w} T = \frac{e - \varepsilon}{w} T',$$

wo ε die Aenderung von e bedeutet. Beide Gleichungen sind vielmehr durch die gemeinsame:

(3) $$T = T'$$

zu ersetzen, welche aussagt, dass mit i auch die Wärmeentwickelung abgenommen hat; und diese führt in unserem Falle zu der sehr wohl möglichen Gleichung:

$$\frac{e^2}{w} = \frac{e^2}{w + w_A} + q,$$

aus welcher sich ergibt:

(4a) $$w_A = \frac{w^2 q}{e^2 - wq}, \quad \text{und} \quad q = \frac{e^2 w_A}{w(w + w_A)}. \qquad (4b)$$

Diese Gleichung lässt sich leicht verificiren, wenn man den Extrastrom verfolgt, welcher bei Schliessung eines bekannten Stromes auftritt, wenn der Strom eine Magnetnadel von bekanntem Momente ablenkt, und wenn überdies die horizontale Componente der Intensität des Erdmagnetismus bekannt ist.[1])

In praktischer Hinsicht ist es jedenfalls am bequemsten, bei jeder Arbeitsleistung, sei es momentane

---

1) Dass auch in dem von Hrn. Colley vertretenen Falle (e veränderlich), die Gleichung (2a) nicht anwendbar ist, kann man schon daraus entnehmen, dass sie zu einem Widerspruche führt. Hr. Colley gelangt nämlich durch richtige Schlüsse zu der (der Gl. 4b) entsprechenden Gleichung:

$$q = \frac{\varepsilon(e - \varepsilon)}{w}$$

welche nicht richtig sein kann, da sie für unendlich kleine ε die Gl.

$$q = \frac{e\,de}{w}, \quad \text{statt} \quad q = \frac{2e\,de}{w}$$

ergibt. Benutzt man dagegen auch in diesem Falle, wie oben, die Gl. (3) so kommt man zu der richtigen, zuletzt angeführten Gleichung.

oder dauernde, eine Aenderung des Widerstandes anzunehmen.

Hiernach muss der Widerstand eines Eisendrahtes im ersten Momente nach der Schliessung grösser, im ersten Momente nach der Oeffnung kleiner sein, als während der übrigen Dauer des Stromes. Denn dort gehen die Molecularmagnete infolge der richtenden Kraft des Stromes in eine der circularen Anordnung mehr oder weniger genäherte Stellung über, wobei der Strom Arbeit in Bezug auf die Directionskraft der Molecüle zu leisten hat; hier kehren die Molecüle mehr oder weniger in ihre natürliche Lage zurück; die Directionskraft leistet also Arbeit in Bezug auf den Strom. Hiermit stimmen die Beobachtungen vollständig überein.

Sobald diejenige actuelle Energie, welche die Molecularmagnete von der drehenden Kraft des Stromes empfingen, vollständig in potentielle umgesetzt ist, hat der Strom keine Arbeit in Bezug auf die Richtung der Molecularmagnete mehr zu leisten. Man müsste daher den Schluss ziehen, dass der Widerstand nunmehr seinen wahren, dem in innerer Ruhe (oder in bestimmter Wärmebewegung) befindlichen Eisendraht entsprechenden Werth annehmen werde, wenn man nicht zu bedenken hätte, dass durch die Wirkung der von dem Strome ausgeübten Drehkräfte der innere Zustand des Eisens (wie man sich denselben auch vorstellen möge) ein anderer geworden ist und bleibt, bis der Strom unterbrochen wird. Das Eisen könnte sonach zwei verschiedene Widerstände besitzen; der eine allein, nämlich derjenige des circularmagnetisirten Eisens, wäre ohne weiteres der Beobachtung zugänglich; der andere, der Widerstand des unmagnetischen, hätte aber eine wichtige theoretische Bedeutung, insofern er allein mit den Grössen vergleichbar ist, welche wir bei anderen Metallen schlechtweg den Widerstand nennen.

Angenommen nun, diese beiden Grössen seien in der That verschieden — und die Erfahrung zeigt, dass es sich so verhält, — so lässt sich doch kein auf speciellen Schlüs-

sen beruhender Weg vorstellen, auf welchem man entscheiden könnte, welche die grössere sei. In solchen Fällen sind in neuerer Zeit häufig mit Erfolg Betrachtungen angewendet worden, deren Ausgangspunkt das Princip von der Erhaltung der Kraft ist. Indem ich hier denselben Weg einschlage, stelle ich ein allgemeines Princip an die Spitze, welches aus jenem folgt, und das bisher, so viel mir bekannt ist, nur für specielle Fälle ausgesprochen worden ist. Dasselbe lautet:

Keine Kraft ist im Stande, „von selbst" Zustände herzustellen, welche für ihr eigenes Wirken günstiger sind, als diejenigen, welche sie vorfand.

Hierin bedarf nichts der Erläuterung; auch die Bedeutung des Ausdruckes „von selbst" ist allgemein bekannt, seit derselbe von Clausius[1]) eingeführt worden ist. Das Princip, in welchem er sich desselben zuerst bedient, „Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren auf einen wärmeren Körper übergehen", ist selbst ein specieller Fall des obigen Princips. Ein anderer ist das Lenz'sche Gesetz, welches die Richtung des inducirten Stromes bestimmt. Ferner gehören hierher die Thatsachen, dass bei den festen Körpern der kubische Compressionscoëfficient mit dem Drucke abnimmt, die specifische Wärme und der galvanische Widerstand der festen Körper mit der Temperatur zunimmt u. s. w.

Für den vorliegenden Fall ist aus obigem Principe zu schliessen, dass der Widerstand des Eisens, wie wir ihn bei der Durchleitung eines Stromes beobachten, grösser ist, als jener ideale Werth. Daraus folgt zunächst, dass circularmagnetisirtes Eisen einen grösseren Widerstand hat, als unmagnetisches, wenigstens wenn die Grösse der Circularmagnetisirung diejenige nicht übersteigt, welche der Strom selbst hervorrufen könnte. Man kann jedoch offenbar diese Einschränkung fallen lassen. Ist nämlich

1) Die mechanische Wärmetheorie. I, p. 81.

die Circularmagnetisirung grösser, als der Strom allein sie zu erzeugen vermag, so gibt es doch stets eine andere Stromstärke von dieser Eigenschaft. Für diese letztere gilt also der obige Satz. Nun ist aber der Widerstand eines Eisendrahtes von bestimmtem magnetischem Zustande[1]) von der Stromstärke unabhängig; folglich ist jener Satz für jeden Betrag der Circularmagnetisirung gültig.

Es folgt aber weiter, dass durch schwache Längsmagnetisirungen der Widerstand verringert werden muss. Denn nach dem obigen ist anzunehmen, dass circularmagnetisches Eisen den Strom um so schlechter leitet, je stärker die Circularmagnetisirung ist; durch die hinzukommende Längsmagnetisirung wird aber ein Theil der circularen aufgehoben. In der That zeigen meine Versuche bei Eisen sowohl wie bei Stahl eine Abnahme des Widerstandes infolge schwacher Magnetisirungen.

Anders verhält es sich, wenn die längsmagnetisirende Kraft gross ist. Dann wird aus ihrem Zusammenwirken mit der circularmagnetisirenden Kraft des Hauptstromes eine Längsmagnetisirung resultiren. Und hier lässt die Theorie eine Lücke. Es kann der Widerstand längsmagnetisirten Eisens kleiner oder grösser sein als derjenige des unmagnetischen; im ersten Falle hat die Widerstandsfunction nirgends ein Minimum oder Maximum; vielmehr steigt der Widerstand stetig vom Zustande des gesättigten Längsmagnetismus bis zum Zustande des gesättigten Circularmagnetismus; dieser Fall ist, wie die Versuche zeigen, beim harten Stahl verwirklicht; im andern Falle hat die Widerstandsfunction ein Minimum für den unmagnetischen Zustand. Beim Eisen und beim weichen Stahl haben meine Versuche dies in der That ergeben; einer und derselben Ordinate der Widerstandscurve entsprechen hier zwei Abscissen, d. h. demselben

1) Dass dieser Zusatz erforderlich ist, zeigt sich im §. 8.

Widerstande entsprechen zwei magnetische Zustände, nämlich ein längs- und ein circularmagnetischer; die muthmaassliche Gestalt der Widerstandscurven gibt Taf. III Fig. 2 wieder. Hierdurch finden die Versuche 7, 21, 25 ihre Erklärung, sowohl, soweit ihre Ergebnisse positiv, als auch, soweit sie negativ waren. Mit Benutzung der Gesetze, welche über die Magnetisirung durch einen Kreisstrom bezüglich durch eine Spirale[1]), und über die circulare Magnetisirung durch den den Draht selbst durchfliessenden Strom[2]) aufgestellt sind, liesse sich das Verhältniss der electromotorischen Kräfte des magnetisirenden und des Hauptstroms, d. h. das Verhältniss $M : H$ berechnen, welches bei gegebenen Werthen von n, w_0, l und d stattfinden muss, damit δ (für Eisen und weichen Stahl) verschwinde. Da jedoch die Kleinheit der Werthe von δ eine Prüfung dieser Berechnung kaum zulässt, verzichte ich darauf sie auszuführen. Nur erwähnen will ich, dass jenes Verhältniss nach den Versuchen ausser von n, w_0, l, d auch von der Natur des Drahtes abzuhängen scheint. Dass die Abhängigkeit von der Dicke eine erhebliche sein muss, kann man durch folgende Betrachtung einsehen. Das längsmagnetische Moment, welches der Draht annimmt, ist bei gleichen magnetisirenden Kräften der Quadratwurzel aus der Dicke nahezu proportional[3]); anders verhält es sich mit dem circularmagnetischen Moment; zwar scheint bei gleicher magnetisirender Kraft das circulare magnetische Moment nicht wesentlich von der Dicke abzuhängen; aber die magnetisirende Kraft ändert sich sehr beträchtlich mit der Dicke. Dieselbe ist nämlich:

$$P = c \int_0^{2\pi} \int_0^{l} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{r^2}{d^2} i \, dr \, dl \, d\varphi.$$

Führt man die Integration aus und benutzt die Gleichung:

1) Vgl. Wiedemann, Galv. II. 1. p. 180 und 329.
2) Streintz l. c.
3) Dub, Electromagnetismus. (1861.) p. 197.

$$i = \frac{H}{w_k + \frac{4f}{\pi d^2} l},$$

in welcher f den specifischen Widerstand des Eisens bedeutet, so erhält man für das Moment:

$$K = \frac{\text{const.}\ H l d}{w_k + \frac{4f}{\pi d^2} l} \cdot \varphi(d) \cdot \psi(l),$$

wo $\varphi(d)$ eine ganze, bei Aenderungen von d sich langsam in gleichem Sinne ändernde Function von d und $\psi(l)$ eine Function von l ist, auf welche es hier nicht ankommt. Für grosse l kann man es, wenigstens wenn d nicht zu gross ist, einrichten, dass w_k zu vernachlässigen ist; man findet dann:

$$K = \text{const.}\ H d^3 \varphi(d) \cdot \psi(l).$$

Aber selbst wenn d so gross ist, dass man umgekehrt $\frac{4fl}{\pi d^2}$ gegen w_k vernachlässigen kann, ist noch:

$$K = \text{const.}\ H d \varphi(d) \cdot l \psi(l),$$

während doch, wie erwähnt, das längsmagnetische Moment:

$$K' = \text{const.}\ M n V d \chi(l)$$ ist.

Als Ausdruck der Arbeit, welche der Strom bei Drehung der Molecularmagnete leistet, tritt, wie wir sahen, beim Schliessen des Stroms ein Extrastrom oder, wie dies ausgedrückt wurde, eine vorübergehende Vergrösserung des Widerstandes auf. Ist der Draht vorher längsmagnetisirt worden und befindet er sich beim Schlusse des Hauptstromes noch in diesem Zustande, so ist die Drehung durch letzteren jedenfalls viel geringer; hieraus könnte man auf den ersten Blick geneigt sein zu schliessen, dass auch die Arbeit kleiner sei, was der beobachteten Thatsache, dass die Extraströme in diesem Falle stärker sind, widersprechen würde. Aber man hat zu erwägen, dass zwar die Drehung geringer ist, weil die längsmagnetisirende Kraft die Molecüle stärker zurückhält als die Directionskraft, welche in dem ersten Falle allein der Kraft des

Hauptstromes entgegenwirkte, dass aber der andere Factor des Productes, welches die Arbeit darstellt, eben jene längsmagnetisirende Kraft, viel grösser ist als die Directionskraft. So lange die Drehungen unendlich klein sind, ändert sich nun die Kraft umgekehrt proportional mit dem Drehungswinkel; die Arbeit des Stromes bleibt also constant; wenn aber die längsmagnetisirende Kraft erheblich ist, also die Drehungen in die axiale Lage nicht mehr als unendlich klein betrachtet werden dürfen, so wächst die Arbeit, welche der Strom zu leisten hat, obgleich die Circulardrehung, welche er hervorbringt, kleiner ist. Bezeichnet man, um dies nachzuweisen, mit D die Directionskraft, mit H die richtende Kraft des Hauptstromes, so erhält man, zunächst von einer Längsmagnetisirung absehend, für die bei Drehung um den Winkel ψ für irgendein Molecül zu leistende Arbeit:

$$A = \int_0^{\psi} D \sin \psi \, d\psi .$$

Bildet nun die Richtung von D für dieses Molecül mit der Axe des Drahtes den Winkel φ, so ist ψ durch die Gleichung:

$$D \sin \psi = M \cos (\varphi + \psi)$$

bestimmt, aus welcher:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{H \cos \varphi}{D + H \sin \varphi}$$

folgt. Setzt man diesen Werth in die Gleichung:

$$A = D (1 - \cos \psi)$$

ein, so findet man:

$$A = D \left(1 - \frac{D + H \sin \varphi}{W}\right),$$

wo W die Grösse $+ \sqrt{D^2 + 2HD \sin \varphi + H^2}$ bezeichnet.

Wollte man nun die Erscheinungen der Extraströme mit Strenge beschreiben, so hätte man folgende Aufgaben zu lösen:

1) Wie gross ist der Mittelwerth von A für alle Molecüle des Drahtes?

2) Wie gross ist die entsprechende Arbeit für ein Molecül, auf welches ausser den Kräften D und H noch die Kraft M senkrecht zu H wirkt?

3) Wie gross ist der Mittelwerth dieser Arbeit für alle Molecüle?

Ich habe diese Rechnung unter folgenden Annahmen verfolgt: a) im unmagnetischen Zustande seien alle Werthe von φ zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ gleich häufig vertreten; Werthe zwischen $\frac{\pi}{2}$ und π schienen mir wegen des labilen Gleichgewichtes, welches dann an gewissen Stellen des Drahtes herrschen müsste, sehr unwahrscheinlich; übrigens ist der Werth des Integrals, soweit er in Betracht kommt, hiervon unabhängig. b) Die Richtungsunterschiede der Molecüle sollen mit zunehmendem M, also mit abnehmender Abweichung von der Axe des Drahtes rasch abnehmen, d. h. das Integral, welches, durch die Differenz seiner Grenzen dividirt, jenen Mittelwerth darstellt, soll in rasch sich nähernde Grenzen eingeschlossen sein und bei Werthen von M, welche gegen D gross sind, durch ein Differential zu ersetzen sein, also jener Quotient durch einen Differentialquotienten; der endliche Werth desselben stellt dann den Grenzwerth der Arbeit des Stromes für gesättigten Längsmagnetismus dar.

Die Arbeit im zweiten Falle ist aus doppeltem Grunde grösser, als die erste. Einmal weil mit der zu überwindenden Kraft die Arbeit wächst; dies kann man schon ohne Kenntniss jener allgemeinen Ausdrücke auf folgende Weise einsehen; es ist:

$$\frac{\partial A}{\partial D} = 1 - \frac{2D + H\sin\varphi}{W} + \frac{D(D + H\sin\varphi)^2}{W^3}$$

oder: $$\frac{\partial A}{\partial D} = 1 - \frac{D + H\sin\varphi}{W} - \frac{DH^2\cos^2\varphi}{W^3}.$$

Nun kann man W in der Form:

$$W = \sqrt{(D + H\sin\varphi)^2 + H^2\cos^2\varphi}$$

schreiben. Die in dem Ausdrucke für $\frac{\partial A}{\partial D}$ von 1 abzuziehende Summe ist daher am grössten, wenn gerade:

$$D + H \sin \varphi = H \cos \varphi$$

ist, und in diesem Falle ist sie gleich:

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 1.$$

Daraus folgt, dass $\frac{\partial A}{\partial D}$ niemals < 0 ist. (Man kann auch $\frac{\partial A}{\partial D}$ auf die Form:

$$1 - \frac{(D + H \sin \varphi)^3 + 2H^2 D \cos^2 \varphi + H^3 \sin \varphi \cos^2 \varphi}{W^3}$$

bringen, aus welcher man durch Entwickelung von W denselben Schluss zieht).

Was hier für $\frac{\partial A}{\partial D}$ bewiesen ist, gilt aber auch für $\frac{\partial A}{\partial M}$, falls D sehr klein gegen M ist; denn die längsmagnetisirende Kraft ist von derselben Natur wie die Directionskraft. Dies ist der eine Grund, weshalb die Arbeit des Stromes für längsmagnetisirtes Eisen grösser ist, als für unmagnetisches. Aber auch wenn die zu überwindende Kraft dieselbe ist, ist die Arbeit grösser, sobald der Winkel zwischen der Richtung der Kraft, welche die Arbeit leistet, und der Richtung des Molecüls bei Beginn der Arbeitsleistung grösser ist. Ich will wenigstens die obere Grenze dieser Aenderung berechnen; es bilde also das Molecül den Winkel φ mit der Axe; das eine mal wirke H sofort und magnetisire vollständig, d. h. der Drehungswinkel ψ sei gleich $\frac{\pi}{2} - \varphi$; diese Arbeit sei A_1; das andere mal wirke zuerst M und magnetisire vollständig; drehe also um φ; sodann wirke H und magnetisire seinerseits vollständig, drehe also um $\frac{\pi}{2}$; diese Arbeit sei A_2. Grösser als in diesem Falle, in welchem M von höherer Ordnung als D, H von höherer als M ist, kann das Verhältniss $\frac{A_2}{A_1}$ offenbar nie werden. Nun ist:

$$A_1 = D(1 - \sin\varphi) \qquad A_2 = D,$$

also die Mittelwerthe:

$$[A_1] = \frac{2D}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin\varphi)\, d\varphi = \frac{\pi - 2}{\pi} D,$$

$$[A_2] = \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad D,$$

d. h. $$\frac{[A_2]}{[A_1]} = \frac{\pi}{\pi - 2} = 2{,}752....$$

Wenn also M wächst, so wächst A schneller als M; erstens weil man mit immer grösserer Genauigkeit D gegen M vernachlässigen kann, und daher die obige Formel für $\frac{\partial A}{\partial D}$ immer strenger anwendbar wird; und zweitens, weil der längsmagnetische Zustand selbst eine Rückwirkung ausübt, die sich (in roher Annäherung) in Rechnung ziehen lässt, indem man zu A einen mit M von dem Werthe 1 bis zum Werthe 2,752... stetig wachsenden Factor hinzufügt. Wer die angestellten Beobachtungen über die Extraströme auf diese Angaben hin prüft, wird sie qualitativ und, soweit dies bei der durchschnittlichen Unerheblichkeit der überhaupt auftretenden Ausschläge möglich ist, auch quantitativ bestätigt finden.

Ich habe die Extraströme im Eisen als Ausdruck von Drehungsarbeit gekennzeichnet und diese Arbeit durch eine Widerstandszunahme, resp. Abnahme beschrieben. Der dem Schliessungsstrome entsprechende Werth des Widerstandes geht in den durch den Durchgang eines constanten Stromes oder durch eine dauernde Längsmagnetisirung (oder beides zugleich) bedingten Werth nicht plötzlich über, sondern ist mit ihm meist durch eine Nachwirkungserscheinung verknüpft. Auch von dem Wesen dieser kann man sich nach dem obigen leicht eine Vorstellung machen. Wirkt ausser der Directionskraft nur der Hauptstrom, so ertheilt derselbe den Molecülen eine Drehungsgeschwindigkeit, welche, je nach dem Werthe von H, stets positiv ist (Rotation) oder ihr Zeichen periodisch wechselt (Schwingung). Beobachten wir nun schon bei

einer in einer Kupferhülse sich bewegenden Magnetnadel eine rasche Umsetzung der Massenbewegung in thermische, so wird dieselbe bei einem Molecüle eines Eisendrahtes noch viel rascher erfolgen. Es tritt also eine Erwärmung auf, welche sich erst allmählich durch Leitung und Strahlung ausgleicht, und der Ausdruck dieser Erwärmung ist die Nachwirkungserscheinung. In der That wird nicht nur durch Längsmagnetisirung, sondern, wie Villari[1]) nachgewiesen hat, auch durch circulare Wärme erzeugt. Hierauf gehe ich nicht näher ein und erwähne nur, dass die Versuchsreihen 16 bis 18 des §. 4 und die Bemerkungen auf p. 308 (§. 5) hierher gehören; dass bei jenen Versuchen ausser D und H auch M wirkte, hat, wie sich zeigt, keinen wesentlichen Einfluss. Ueber den Verlauf dieser Art von Nachwirkung füge ich noch einige charakteristische Zahlen bei.

1) $M = 2B$, $H = 1D$, $n = 150$. Diese Zahlen waren so gewählt, dass δ fast gleich Null war. Draht f_4. Der Hauptstrom wurde nach dem magnetisirenden geschlossen. t bedeutet die Zeit zwischen zwei Beobachtungen. Wegen der beträchtlichen Entfernung des magnetisirenden Stromes verstrichen meist einige Secunden zwischen Schluss oder Oeffnung des magnetisirenden Stromes und der ersten Beobachtung; die absolute Widerstandsänderung infolge der Drehungsarbeit lässt sich daher aus den Zahlen nicht entnehmen. s bedeutet Schliessen, $\ddot{o}$ Oeffnen des magnetisirenden Stromes. In Taf. III Fig. 3 sind dieselben Verhältnisse graphisch dargestellt; die verstärkt gezeichneten Stellen entsprechen Nachwirkungen.

Man sieht, dass beim Oeffnen die Nachwirkungsdauer geringer ist als beim Schliessen.

---

1) Nuovo Cim. (2) IV. Nov. — Dec. 1870.

t		w	Dauer der Nachwirkung beim Schliessen.	Dauer der Nachwirkung beim Oeffnen.
		0,7906		
	s	0,7911	?	
	$\bar{o}$	0,7904	—	keine Nachwirkung.
	s	0,7912		
20″		0,7907	40″	
20		0,7905		
	$\bar{o}$	0,7903	—	20″
20		0,7905	—	
	s	0,7911		
15		0,7909	30″	
15		0,7908		
30		0,7908	—	
	$\bar{o}$	0,7905	—	35″

t		w	Dauer der Nachwirkung beim Schliessen.	Dauer der Nachwirkung beim Oeffnen.
35″		0,7906	—	35″
	s	0,7911		
30		0,7906	50″	
20		0,7905		
20		0,7905		
	$\bar{o}$	0,7903	—	20″
20		0,7905	—	
	s	0,7912		
40		0,7905	50″	
10		0,7904		
20		0,7904		
	$\bar{o}$	0,7904		keine Nachwirkung.
			Mittel 45″	Mittel 15″

2) Ohne Magnetisirung. $H = 2D$. Dicker, weicher Stahldraht F_6. Es wurde abwechselnd die Brücke, in welcher das Galvanometer stand, bei geschlossenem Strom und der Strom bei geschlossener Brücke geschlossen und geöffnet. Im ersten Falle kann ein Extrastrom überhaupt nicht auftreten. (Die Schwächung des Stromes im Draht durch Abzweigung ins Galvanometer konnte bei meiner Anordnung durchaus keinen merklichen Einfluss haben.) Im zweiten Falle tritt dagegen der volle Extrastrom in die Erscheinung; stark war derselbe nicht, aber trotzdem war die Nachwirkung gross. Es zeigte sich das in folgender Weise: Im ersten Falle trat ein erster Ausschlag s_1 und eine definitive Ablenkung u_1 ein; beide standen in einem constanten, nur durch die Natur der Galvanometernadel und der Dämpfung bedingten Verhältniss; im zweiten Falle trat ein Ausschlag s_2 auf, welcher grösser war als s_1 und, als die Nadel eben ihre periodischen Schwingungen beendet hatte, eine Ablenkung u_2, ebenfalls grösser als u_1, welche erst allmählich auf u_1 sank. In der Tabelle enthält jede Reihe zwei Versuche, nämlich einen jeder Art. Es war

$$w + w_k = 0{,}2389.$$

Nr.	s_1	u_1	s_2	u_2	sinkt auf (u_1)
1.	4,3	2,3	5,2	4,0	2,6
2.	4,9	2,9	6,0	3,9	2,9
3.	5,2	3,0	6,1	3,9	.?
4.	5,5	3,4	6,4	4,1	3,4
5.	5,6	3,5	6,6	4,1	?
Mittel	5,1	3,0	6,1	4,0	3,0

Auf das langsame Wachsen aller Zahlen von Versuch zu Versuch werde ich bald zu sprechen kommen.

Hierher gehören auch einige schon gelegentlich erwähnte Thatsachen; so die Erscheinung, dass selbst in den Fällen, in welchen die Magnetisirung den Widerstand verringert, der erste Versuch das entgegengesetzte Ergebniss liefert; es wirkt nämlich die bei der Arbeitsleistung durch Reibung verursachte Wärmeentwickelung noch nach. Ferner hat das Oeffnen oft den entgegengesetzten Einfluss; d. h. der Widerstand wird durch die Magnetisirung verringert, wo er sonst vergrössert werden würde; oder, er wird stärker herabgedrückt, als es sonst der Fall wäre. Besonders stark tritt diese Erscheinung bei der Umkehr des Stromes hervor (vgl. §. 4, Versuchsreihen 10 und 11).

Mit grösserem Rechte glaube ich einige von den eben beschriebenen verschiedene Erscheinungen als specifisch magnetische Nachwirkung bezeichnen zu dürfen[1]); ich beschränke mich jedoch hier auf eine kurze Angabe.[2]) Erstens nimmt die Stärke der Extraströme bei häufigem Hindurchleiten des Stromes, bezüglich bei häufiger Magnetisirung zu. Diese Erscheinung hat schon Herwig beobachtet und durch eine zunehmende Beweglichkeit der Theilchen erklärt. Die Tabelle 2 (p. 325)

1) Wie ich aus einer soeben erschienen Abhandlung von Fromme (Wied. Ann. IV. p. 76) ersehe, bedient sich auch der Verfasser derselben für analoge Erscheinungen desselben Ausdrucks.

2) Vgl. Herwig, Streintz l. c., ferner Herwig, Pogg. Ann. CLVI. p. 430 (1875).

zeigt dieselbe sehr deutlich. Zugleich ergibt sich aus ihr, dass die Nachwirkung infolge der Arbeitsleistung, welche der Gegenstand jener Tabelle ist, nicht gleichzeitig zunimmt. Denn die Zahlen u_2 sind nahezu constant und die Differenz $u_2 - u_1$ sinkt von 1,7 durch 1,0 — 0,9 — 0,7 bis auf 0,6. — Im Zusammenhange hiermit steht es, dass der Widerstand des Eisens bei häufigem Hindurchleiten des Stromes überhaupt nicht unerheblich wächst. Diese Erscheinung ist nicht mit der von v. Quintus Icilius beobachteten zu verwechseln, nach welcher der Widerstand aller Metalle nach einmaligem, aber lange anhaltendem Stromdurchgange zunimmt. Die Erscheinung beim Eisen tritt vielmehr in der ersten Zeit der galvanischen Benutzung auf und verschwindet meist schon nach zehn- bis hundertmaligem Schliessen. So ergab sich bei einem Eisendrahte ($l = 1670$, $d = 0{,}20$, $H = 2D$, $M = 1D$):

ursprünglich:	$w = 7{,}3501$	längsmagnetisirt . . .	7,3547
nach 10mal. Schliessen	7,3589	10 mal magnetisirt . .	7,3541
„ 100 „ „	7,3552 (const.)	entmagnetisirt	7,3559

Diese Zahlen zeigen die Nachwirkung sowohl bei der Quermagnetisirung durch den Strom als bei der Längsmagnetisirung. Dass die Abnahme des Widerstandes infolge der letzteren so gering erscheint (nachdem die Verhältnisse des Drahtes stationär geworden waren, wurde sie bei gleichen Werthen von H, M, n viel grösser), liegt offenbar daran, dass die beiden Nachwirkungen, wie es ja bei diesen Erscheinungen meist der Fall ist, nicht voneinander unabhängig verlaufen, dass also infolge der beschleunigten Nachwirkung der häufigen Quermagnetisirung ein Theil der Widerstandsabnahme verdeckt wird.

Nach dem vorangegangenen scheint die Vermuthung nahe zu liegen, es möchten auch die mit dem magtischen Zustande andauernden Aenderungen des Widerstandes durch Magnetisirung als Ausdruck gewisser Arbeitsleistungen aufzufassen sein. In der That werden beim Durchgange eines Stromes durch

einen Eisendraht constante Rotationen der Molecüle erzeugt werden, welche bei einer Aenderung der Anordnung, wie sie die Magnetisirung hervorruft, nicht ungeändert bleiben können. Sind diese Betrachtungen auch sehr hypothetischer Natur, so scheinen sie mir doch immerhin noch mehr Anhaltspunkte zu gewähren, als die Betrachtungen von Beetz.

Von verschiedenen Seiten sind Versuche gemacht worden, neue Anhaltspunkte durch künstliche Quermagnetisirung des vom Strome durchflossenen Eisens zu gewinnen. Ich habe diese Idee deshalb bisher experimentell nicht verfolgt, einmal, weil nicht, wie man aus den stillschweigenden Voraussetzungen der betreffenden Autoren schliessen könnte, der Längsmagnetisirung einfach die Quermagnetisirung gegenübersteht, vielmehr hier wiederum, je nach der Anordnung, eine Menge verschiedenartiger Magnetisirungen denkbar sind; (der Bestimmtheit halber habe ich deshalb die hier behandelte als Circularmagnetisirung bezeichnet); sodann, weil diese Versuche nothwendig eine noch grössere Feinheit der Messung erfordern, als die Versuche mit Längsmagnetisirung. Die Theorie fordert, dass künstliche (d. h. zu der durch den Hauptstrom erzeugten hinzukommende) Circularmagnetisirung den Widerstand, falls sie ihn überhaupt noch ändert, vergrössert oder verkleinert, je nachdem der Sinn der künstlichen und der natürlichen Circularmagnetisirung derselbe oder der entgegengesetzte ist, und je nach der Stärke beider. Ein Versuch hierüber ist mir nicht bekannt. Dagegen hat W. Thomson[1]) den Strom durch eine quadratische Eisenplatte in einer zu der Magnetisirungsrichtung geneigten Richtung hindurchgeleitet. Die Pole des Electromagneten lagen an zwei gegenüberliegenden Seiten des Quadrats, die Electroden des Hauptstroms in zwei gegenüberliegenden Ecken. Von den einzelnen Stromfäden, in welche die Platte unter diesen Um-

1) l. c. p. 741.

ständen zerfällt, untersuchte Thomson die beiden am Rande sich hinziehenden, von denen jeder aus zwei aufeinander folgenden Kanten besteht, ABC und ADC (Taf. II Fig. 4). Das Ergebniss des Versuchs war, dass die Magnetisirung die Niveaulinie DB in die Lage DE verschob, dass also der Widerstand längs AB kleiner als längs AD und längs DC kleiner als längs BC war. Beetz und andere haben darauf hingewiesen, dass schon der mechanische Zug, der mit der Magnetisirung verknüpft ist, für sich allein dieses Ergebniss gefordert hätte. Ich glaube mich dieser Erklärung anschliessen zu müssen. Ich will jedoch zeigen, dass meine Theorie mit der Thomson'schen Beobachtung nicht im Widerspruche steht, dass sie dieselbe unter Umständen fordert und endlich, dass diese Umstände bei dem entsprechenden Versuche von Beetz[1]), welcher ein negatives Resultat hatte, nicht vorhanden waren.

Längs der Linie AB wird, bei dem Thomson'schen Versuche, die richtende Kraft des Electromagneten, je nach ihrer Stärke im Vergleich zu derjenigen des Stromfadens, die Circularmagnetisirung mehr oder wenig zerstören und in eine Quermagnetisirung überführen, bei welcher alle molecularen Nordpole nach derselben Seite des Raumes zeigen. Dabei wird der Widerstand in gewissen Linien des Stromfadens, nämlich in denjenigen, wo beide magnetisirende Kräfte dieselbe Richtung haben oder einen Winkel von 180° miteinander bilden, nicht erheblich sich ändern, in den übrigen aber im allgemeinen abnehmen. Der Gesammtwiderstand wird also entweder abnehmen oder, falls der Electromagnet stark ist, etwas, aber nicht erheblich, zunehmen. Gerade in dem letzteren Falle muss aber der Widerstand des Stromfadens BC sehr bedeutend zunehmen; denn hier vernichtet der Electromagnet die Circularmagnetisirung und erzeugt eine starke Längsmagnetisirung. Wie der Gesammtwiderstand von ABC sich ändert, darüber folgt hieraus freilich nichts; aber

1) l. c. p. 206.

ebenso wenig folgt hierüber etwas aus dem Thomson'schen Versuche; es folgt nur, dass eine etwaige Abnahme des Widerstandes ganz oder grösstentheils, eine etwaige Zunahme dagegen zum kleinsten Theile auf das Stück *AB* entfallen muss, und dies lehrt die obige Betrachtung in der That. Dass ich bei derselben auf die Wirkung der benachbarten Stromfäden keine Rücksicht nahm, ist ohne Einfluss; denn die Folge dieser Wirkung ist für *AB* gerade wie für *BC* die, dass die Molecularmagnete der gegen die Ebene der Platte senkrechten Stellung ein wenig genähert werden.

Bei dem Versuche von Beetz befand sich die zu magnetisirende Eisendrahtspirale innerhalb der magnetisirenden Kupferspirale, so dass die Windungen einander parallel waren. Es wurden mithin die Molecüle mehr oder weniger so gestellt, dass (die Windungen horizontal und der Strom im Kupfer im Sinne der Uhrzeigerbewegung fliessend gedacht) alle Nordpole nach unten zeigten. Der Hauptstrom dagegen rief eine circulare Magnetisirung hervor; in den der vorderen Hälfte der Eisenspirale angehörigen Drahtstücken wurden also, wenn auch der Hauptstrom im Sinne der Uhrzeigerbewegung floss, die Nordpole in den vorderen der Halbcylinder, in welche man jedes Drahtstück zerlegen kann, mehr oder weniger nach oben, in den hintereren (inneren) nach unten gerichtet; umgekehrt wurden in den Drahtstücken der hinteren Halbspirale die Nordpole in den hinteren (äusseren) Halbcylindern nach oben, in den vorderen nach unten gerichtet. Ist also die magnetisirende Kraft des Hauptstroms nicht sehr klein gegen die andere, so bietet die Hälfte der Stromfäden einen grösseren Widerstand, als vor der Quermagnetisirung, die andere Hälfte einen kleineren. Der Gesammtwiderstand bleibt also nahezu ungeändert. Das negative Resultat des Versuches von Beetz darf also nicht verwundern.

§. 8. Es ist noch die Frage zu beantworten, ob die skizzirte Theorie einen Einfluss auf die galvanischen Grundgesetze, sowie auf die galvanischen

Constanten des Eisens bedinge, und im Bejahungsfalle, wie sich dieser Einfluss geltend mache.

Dass ein solcher Einfluss vorhanden sein müsse, zeigt folgende Ueberlegung. In den Grundgesetzen kommt unter anderen wesentlichen Begriffen auch derjenige des Widerstandes vor; derselbe muss also, damit die Geltung jener Gesetze einen Sinn habe, ein für allemal festgestellt sein; für das Eisen ist das nach der durchgeführten Untersuchung eine missliche Aufgabe; der Erwägung, dass man, um Vergleichungen mit anderen Metallen zu ermöglichen, den Widerstand des unmagnetischen Eisens in Betracht zu ziehen hat, steht die andere gegenüber, dass diese Grösse der Erfahrung unzugänglich ist. Da nun für sie allein die Gesetze von Ohm, Joule und Lenz etc. gelten, so muss die Erfahrung, welche sich nothgedrungen des empirischen Begriffs des Widerstandes bedient, Abweichungen von den Gesetzen ergeben.

Nach dem Ohm'schen Gesetze ist der Widerstand von der electromotorischen Kraft unabhängig.[1]) Das gilt natürlich auch von dem idealen Widerstande eines Eisendrahtes. Der factische Widerstand desselben muss sich dagegen ändern, wenn die electromotorische Kraft und mit ihr die Stromstärke geändert wird. Denn mit letzterer nimmt bis zur Sättigungsgrenze die Circularmagnetisirung zu und mit dieser der Widerstand.

Um diese Forderung experimentell zu prüfen, benutzte ich eine Vorrichtung, welche es gestattet, die electromotorische Kraft momentan zu ändern. Es war dies ein nach Angabe des Hrn. Prof. Meyer construirter Stöpselumschalter. Auf einer Platte von Hartgummi sind die in Taf. III Fig. 5 schraffirten Messingstücke angebracht; durch Einsetzen von Metallstöpseln in die conischen Ausschnitte lassen sich dieselben untereinander, durch die schematisch

1) Nach dem jüngst erstatteten Berichte der British Association stimmt dies Gesetz für Kupfer, soweit die Genauigkeit der Beobachtung reicht, vollständig. (Beibl. II. p. 267. 1878.)

angedeuteten Klemmschrauben mit den übrigen Theilen der Schliessung in Verbindung bringen. Verbindet man z. B. ein galvanisches Element (immer den positiven Pol zuerst genannt) mit E und B, ein zweites mit A und H, ein drittes mit G und F, und stecken von den Stöpseln nur die bei a, d, e, h, während die Klemmen C und D zur Fortführung des Stromes dienen, so sind die 3 Elemente hintereinander eingeschaltet. Entfernt man jetzt die Stöpsel bei a und h und setzt solche bei b, c, f, g ein, so sind die 3 Elemente nebeneinander eingeschaltet.[1])

Für meinen Zweck schaltete ich den Umschalter bei A und C in die eine Diagonale des Wheatstone'schen Vierecks ein; zwischen B und D war ein Daniell'sches Element in der Reihenfolge Kupfer — Zink eingeschaltet, zwischen F und H zwei, zwischen G und E drei solche in derselben Richtung und hintereinander. Der Stöpsel bei b steckte nie; diejenigen bei a und h immer; steckte nun ausserdem nur noch:

g u. f	c, e, f	c, g, d	g u. d	c, e, d	e u. d
so waren:					
1	2	3	4	5	6

Elemente eingeschaltet.

Das doppelte Element und das dreifache können also einfach ausgeschlossen werden; das einfache kann freilich nur durch die Nebenschliessung bei c geschwächt werden; ich fand jedoch, dass es factisch dadurch ebenfalls ausgeschlossen wird.

Der Widerstand in den Elementen kam gegen den Widerstand der übrigen Schliessung kaum in Betracht;

1) Bei dieser Gelegenheit sei es mir gestattet, den beschriebenen und einen anderen, ebenfalls von Hrn. Meyer angegebenen, durch die Zeichnung Taf. III Fig. 6 sich selbst erläuternden Umschalter für Vorlesungszwecke zu empfehlen. Eine Combination eines Exemplars der ersten Art und zweier der zweiten Art macht es dem Vortragenden möglich, ausschliesslich durch Versetzung von Stöpseln von einem beliebigen galvanischen Versuche zu fast jedem beliebigen anderen überzugehen. Von Hrn. Mechanikus Pinzger hierselbst sind dieselben in vortrefflicher Ausführung zu beziehen.

die Stromstärke änderte sich also nahezu wie die electromotorische Kraft. Anfangs beabsichtigte ich, diese Versuche mit den schon zu den übrigen Versuchen benutzten Drähten anzustellen; dieselben zeigten jedoch ein so abnormes Verhalten, dass ich neue, galvanisch und magnetisch noch nicht bearbeitete an ihre Stelle setzen musste.

Ich will nur einige Beispiele für diese Abnormitäten anführen. Durch einen dünnen, geglühten Eisendraht (die mit ihm angestellten Magnetisirungsversuche sind nicht unter den oben ausgewählten) wurde der Strom von $2D$ ohne Pausen, je eine Minute lang, in der einen und in der anderen Richtung hindurchgeschickt. Es ergaben sich folgende Widerstände a und b:

a	14,57	14,42	14,29	14,23	14,14	14,11	14,06	14,06	14,03
	14,02	14,03	14,00	13,98	13,96	13,95	13,94	13,94	
b	13,74	13,37	14,15	13,71	13,38	13,69	13,43	13,81	13,39
	13,82	13,44	13,89	13,44	13,81	13,51	13,79	13,39	

Während also a, abgesehen von einer, mit allmählicher Erniedrigung der Umgebungstemperatur zusammenhängenden allmählichen Abnahme um 4 Proc. Constanz zeigt, bilden die Werthe b eine ziemlich regelmässige Zickzacklinie, deren Maxima im Mittel um 3 Proc. der ganzen Ordinaten abweichen. Ferner fand sich am nächsten Tage (bei anderer Befestigung des Drahtes) der Widerstand bei Anwendung von:

$$\left.\begin{array}{l} 1D : w_1 = 14{,}92 \\ 2D : w_2 = 15{,}63 \\ 3D : w_3 = 16{,}33 \end{array}\right\} \begin{array}{l} w_2 - w_1 = 0{,}71 \\ w_3 - w_2 = 0{,}70 \end{array}$$

im Mittel:

$$\frac{w_{n+1} - w_n}{w_n} = \delta = 0{,}048.$$

Eine so kolossale Widerstandsänderung (fast 5 Proc.) hätte den Beobachtern nicht entgehen können; überdies ist sie an sich unwahrscheinlich; überschreitet sie doch sogar die Grenzen der Widerstandsänderungen durch Magnetisirungen, wie ich sie oben (§. 6) angegeben habe.

Eine dritte Versuchsreihe endlich zeigte, dass bei dauerndem Stromdurchgange der Widerstand enorm abnahm; es war nämlich:

Anfangs	nach 1 Min.	wieder nach 3	5	5	5 Minuten.	
$w = 16{,}54$	16,23	16,01	15,92	15,83	15,82	(constant).

Sodann wurde der Strom kurze Zeit geöffnet und wieder geschlossen; ein abermaliges Abnehmen von w war die Folge; bei $w = 15{,}70$ schien wiederum Constanz eingetreten zu sein, und so ging es fort. Alle diese Erscheinungen charakterisiren sich ohne weiteres als Folgen der gestörten Molecularverhältnisse des Drahtes.

Auch bei neuen Drähten ist eine Schwierigkeit nicht unwesentlich. Durch jede Aenderung der electromotorischen Kraft wird das thermische Gleichgewicht des Drahtes gestört, indem die Ausstrahlung eine Zeit lang mit der gesteigerten Erwärmung nicht Schritt hält. In dem einen Zweige der Brücke, welcher ausschliesslich aus Neusilber besteht, hat aber die Erwärmung einen sehr geringen, in dem andern dagegen, in welchem der Eisendraht sich befindet, einen bedeutenden Einfluss. Ich habe versucht, aus den Zahlenangaben von Weber, Favre und Bosscha diesen Einfluss angenähert zu bestimmen. In den Einheiten Bosscha's ist die electromotorische Kraft eines Daniells rund 10^{11}, also in Volta'scher Stromeinheit und Siemens'scher Widerstandseinheit rund 10. Nun operirte ich stets so, dass ich nur ein einziges Element zufügte, nie gleichzeitig mehrere. Eine obere Grenze für die Erwärmung werden wir also erhalten, wenn wir die Erwärmung durch $2D$ berechnen; (diejenige durch $1D$ genügt nicht, weil die Erwärmung quadratisch wächst, wenn die electromotorische Kraft bei constantem Widerstande linear zunimmt). Wir haben also die electromotorische Kraft $E = 20$. Gerade so gross war im Mittel der Gesammtwiderstand derjenigen beiden Viereckseiten, durch welche der betrachtete Strom floss, nämlich 10 im Vergleichszweige (w_2, vgl. §. 3) und durchschnittlich 10 im

Eisendraht. Die Stromstärke ist also gleich 1. Dabei werden nach Favre in der Minute 1,6 Wärmeeinheiten erzeugt, also im Eisendrahte 0,8. Das Gewicht des letzteren betrug mindestens $10 \times 0{,}1 \times 10000 = 10000$ mg oder 10 g. Diese 10 g Eisen werden etwa ebenso stark erwärmt, wie 1 g Wasser durch eine gleiche Wärmemenge. Die Temperaturerhöhung beträgt also 0,8° R. oder 1° C. — 6 Secunden waren zur Widerstandsbestimmung erforderlich. Da nun eine Temperaturerhöhung um 0,1° C. den Widerstand 1 um 0,0005 erhöht, so erscheint ein thermischer Einfluss in der That nicht ausgeschlossen.

Diese Betrachtungen habe ich erst angestellt, nachdem ich durch zahlreiche Versuchsreihen ohne Berücksichtigung dieses Umstandes die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke bereits nachgewiesen zu haben glaubte. Ich will die Mittelwerthe aus den Ergebnissen einiger dieser Versuchsreihen anführen, einmal weil man aus ihnen wenigstens so viel schliessen kann, dass auch nach Abzug der thermischen Widerstandsänderungen solche übrig bleiben und dann, weil der Vergleich mit späteren, von thermischen Einflüssen freien Versuchen in der That eine Bestätigung der eben durchgeführten Rechnung liefert.

1. Ungeglühter Eisendraht. $l = 2120$, $d = 0{,}28$. Im Mittel aus je 5 symmetrisch vertheilten Versuchen:

$(1D)$ $w_1 = 7{,}7570$ $(2D)$ $w_2 = 7{,}7600$ $(3D)$ $w_3 = 7{,}7636$

$$w_2 - w_1 = 0{,}0030 \qquad w_3 - w_2 = 0{,}0036.$$

Es ist also $w_{n+1} - w_n$ nahezu constant und:

$$\frac{w_{n+1} - w_n}{w_n} = \delta = + \mathbf{0{,}00043}.$$

Diese Zahl liegt zwar unter dem gefundenen Grenzwerthe für den Einfluss der Erwärmung; der in diesem Falle dem Grenzwerthe entsprechende wahrscheinliche Werth des Einflusses beträgt jedoch keinesfalls mehr als die Hälfte des ersteren, also nicht über 0,00025. Es ist also mit grosser Wahrscheinlichkeit constatirt, dass der Widerstand mit der Stromstärke zunimmt.

2. Wiederholt.

$w_1 = 7{,}7482 \quad w_2 = 7{,}7526 \quad w_3 = 7{,}7574$, also im Mittel:

$$\delta = \mathbf{0{,}00059.}$$

3. Wie der Versuch 2 ein grösseres δ ergeben hatte als Versuch 1, so ergab eine dritte Versuchsreihe einen noch grösseren Werth. Es war nämlich:

$$w_1 = 7{,}7469 \quad w_2 = 7{,}7528 \quad w_3 = 7{,}7587$$

$$\delta = \mathbf{0{,}00076.}$$

Dieses allmähliche Wachsen von δ liefert eine Bestätigung der p. 332 gemachten Annahme, dass die grossen Werthe von δ bei dem dort untersuchten Drahte eine Folge seines vielfachen galvanischen Gebrauchs sein möchten.

4. Bei einem dünnen Eisendrahte fanden sich als Mittel aus vielen Versuchen, von denen stets nur zwei benachbarte zur Bildung der Widerstandsdifferenzen benutzt wurden, bei Anwendung Bunsen'scher Elemente:

$$w_2 - w_1 = 0{,}0037 \qquad w_3 - w_2 = 0{,}0049 \qquad \frac{w_3 - w_1}{2} = 0{,}0041,$$

Mittel 0,0042.

(w im Mittel $=6{,}83$); also: $\delta = \mathbf{0{,}00061.}$

Wäre dies δ allein Folge der Erwärmung, so müsste es hier, im Vergleich zu dem δ der Versuchsreihe 1 viel grösser sein.

Die Ergebnisse einer andern Versuchsreihe, bei welcher die thermischen Einflüsse mindestens sehr gering waren, sind in Taf. III Fig. 7 graphisch dargestellt.

5. Der Antheil der Temperatureinflüsse an dem Werthe von δ musste sich an einem Kupferdrahte isolirt darstellen; das Kupfer war rein, $l = 18000$, $d = 0{,}41$ und w im Mittel $= 4{,}164$. Ich fand bei Anwendung derselben Bunsen'schen Elemente wie in 4:

$$w_3 - w_1 = 0{,}00090, \quad \text{also} \quad \frac{w_3 - w_1}{2\,w_1} = \delta = \mathbf{0{,}00011.}$$

Dieser Werth stimmt mit dem wahrscheinlichen Werthe des thermischen Einflusses für diesen speciellen

Fall überein, soweit bei derartig rohen Rechnungen Uebereinstimmung möglich ist.

Von verschiedenen Kunstgriffen, welche ich anwandte, um den Einfluss der Erwärmung auszuschliessen, hat sich schliesslich, wenigstens bei dünnen Drähten, der folgende am meisten bewährt. Der Widerstand des Eisendrahtes wurde angenähert bestimmt, etwa bis auf eine oder bis auf zwei Decimalstellen; beim Schliessen der Brücke erfolgte dann immer noch ein kleiner Ausschlag nach der einen Seite, etwa nach derjenigen, welcher ein zu kleiner Maasswiderstand entspricht. Es wurde dann die letzte Ziffer dieses Maasswiderstandes durch Einschaltung im Widerstandskasten um die Einheit erhöht, so dass jetzt beim Schluss der Brücke ein Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite erfolgte; seien diese beiden Ausschläge für den Fall, dass n-Elemente benutzt werden, gleich a_n und b_n; falls diese Grössen klein sind (bei den Versuchen überschritten die zugehörigen Winkel nie den Werth von 15 Minuten) und falls Inductionserscheinungen jeder Art ausgeschlossen sind, wird man einen beliebigen beobachteten Ausschlag s_n durch Division mit $a_n + b_n$ auf einen Zusatz-, resp. Abzugswiderstand reduciren können, je nachdem man diesen Ausschlag bei ausgeschalteter oder eingeschalteter Einheit in der letzten Decimalstelle des Maasswiderstandes beobachtet. Auf diese Weise kann man sich noch zwei weitere Decimalstellen mit grosser Genauigkeit verschaffen; ich habe daher die Versuche folgendermaassen angestellt:

1) w angenähert bestimmt,

2) $s_1\ s_2 \ldots . s_{n-1}\ s_n\ s_{n-1} \ldots . s_2\ s_1$ beobachtet und daraus ein System gleichzeitiger Werthe von $s_1 \ldots . s_n$ abgeleitet,

3) $a_1 + b_1$, $a_2 + b_2 \ldots . a_n + b_n$ beobachtet,

4) Versuch 2 umgekehrt wiederholt:

$$s_n\ s_{n-1} \ldots . s_2\ s_1\ s_2 \ldots . s_{n-1}\ s_n.$$

Dies gibt wieder ein System gleichzeitiger Ausschlagswerthe. Aus diesen beiden endlich wurde wiederum das

Mittel genommen; dasselbe stellt dann ein mit den Bestimmungen 3 gleichzeitiges System dar und lässt sich durch diese exact auf ein System von Zusatz- resp. Abzugswiderständen zurückführen.

Der Strom blieb hier durchschnittlich nur eine einzige Secunde geschlossen; ein thermischer Einfluss konnte sich also kaum geltend machen (vergl. unten); dagegen machten die Extraströme bei dicken Drähten das Verfahren unmöglich; ich musste mich daher auf dünne beschränken.

6. Harter Eisendraht f_{10}. $l = 24300$, $d = 0{,}21$. 1 bis 3 Daniell'sche Elemente. (Vorversuch.)

$w = 103{,}9$ Ausschläge (nach links[1])):

$s_1 = 0{,}0$ $\quad s_2 = 2{,}3$ $\quad s_3 = 4{,}7$ $\quad s_2 = 2{,}9$ $\quad s_1 = 1{,}2.$

Also sind die gleichzeitigen Werthe:

$$s_1 = 0{,}6 \qquad s_2 = 2{,}6 \qquad s_3 = 4{,}7.$$

Nun fand sich:

$$a_1 + b_1 = 4{,}7 \qquad a_2 + b_2 = 8{,}6 \qquad a_3 + b_3 = 12{,}2.$$

Es ist also:

$$w_1 = 103{,}913 \qquad w_2 = 103{,}930 \qquad w_3 = 103{,}939,$$

also im Mittel $\frac{w_2 - w_1}{w_1} = \delta_{12} = 0{,}00017$, also in der That viel kleiner als auf p. 334 f.

In den folgenden Tabellen der Resultate der exacten Versuche gibt der in der ersten Columne stehende Index die Anzahl der Daniell'schen Elemente an, die zweite Columne gibt die Summe $a+b$ der nach rechts und links gerichteten Ausschläge für eine Einheit mehr oder weniger in der letzten bei dem angenäherten w angegebenen Decimale; s und s' sind die vor und nach der Bestimmung von $a+b$ gefundenen Mittelwerthe der Ausschläge; w und w' die entsprechenden wahren Widerstände; r bedeutet rechts, l links.

1) Nach links bedeutet stets nach derjenigen Seite, welcher ein zu geringer Maasswiderstand entspricht.

7. Draht f_{10}. 1 bis 6 Daniell's. $w = 103{,}9$.

n	$a+b$	s	s'	w	w'	Mittel.
1	4,6	0,5 r	0,5 r	103,889	103,889	103,889
2	8,5	0,1	0,1	899	899	899
3	12,2	1,0 l	1,0 l	908	908	908
4	15,2	2,3	2,9	915	919	917
5	17,6	6,0	6,1	934	935	934
6	20,0	9,8	10,1	949	950	950

$$\frac{w_2 - w_1}{w_1} = \delta_{12} = 0{,}00010.$$

Von den Differenzen $w_n - w_{n-1}$ sind die ersten constant, nämlich resp. 10, 9 und 9; die beiden letzten dagegen sind grösser, nämlich 17 und 16; diese letzteren deuten auf thermische Einflüsse. Ueberhaupt sind diese leicht daran kenntlich, dass sie mit n wachsen, während der Einfluss, um den es sich hier handelt (wegen der allmählichen Sättigung des Drahtes) mit n abnehmen muss.

8. Geglühter Eisendraht f_{11}. $l = 43200$, $d = 0{,}205$. $w = 182{,}6$.

n	$a+b$	s	s'	w	w'	Mittel.	Differenz.
1	1,6	0,6 l	0,8 l	182,638	182,650	182,644	
2	2,9	1,9	2,2	665	676	670	26
3	4,4	3,1	3,6	668	682	675	5
4	5,8	4,0	5,1	669	687	678	3
5	7,1	5,6	6,7	679	694	687	9
6	8,3	8,2	8,7	699	705	702	15

Hier ist der Erwärmungseinfluss noch deutlicher vom Einfluss der Stromstärke zu unterscheiden. Was nun den letzteren betrifft, so ergibt derselbe:

$$\frac{w_4 - w_1}{w_1} = \delta_{14} = 0{,}00019.$$

Davon kommt auf: $\delta_{12} = 0{,}00014$. Bei dem harten Drahte f_{10} war die Abnahme der Grössen $w_2 - w_1$, $w_3 - w_2$ etc. eine viel langsamere. Jedenfalls geht dort der Einfluss der Stromstärke weit über $n = 4$ hinaus. Nun ist aber schon δ_{14} dort gleich 0,00028, dagegen $\delta_{12} = 0{,}00010$. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der

Stromstärke ist also dort grösser als hier; dagegen ist hier δ_{12} grösser, d. h. die Abhängigkeit ist auf ein kleineres Gebiet concentrirt. Denkt man sich für beide Fälle Curven construirt, deren Abscissen die Stromstärken x, deren Odinaten die Widerstände y darstellen, so werden zwar beide für wachsende x der horizontalen, geradlinigen Gestalt sich nähern, aber diese gerade Linie wird für den Fall harter Drähte eine grössere Ordinate besitzen und bei einer grösseren Abscisse beginnen. Vgl. Taf. III Fig. 8.

9. Wiederholung von 7. $w = 102{,}4$.

n	$a+b$	s	s'	w	w'	Mittel.	Differenz.
1	3,4	2,0 r	2,9 r	102,341	102,315	102,328	
2	7,8	3,2	5,5	359	329	344	16
3	12,0	3,6	7,0	370	342	356	12
4	15,9	2,5	6,9	384	357	370	14
5	18,9	0,2	5,3	399	373	386	16
6	22,0	3,3 l	1,2	415	394	404	18

In allen qualitativen Verhältnissen stimmt diese Versuchsreihe mit 7 überein: die Differenzen nehmen sehr langsam ab, von $n = 4$ ab infolge thermischer Einflüsse zu; nur die absoluten Werthe der Differenzen sind etwas grösser; es wird nämlich:

$$\delta_{12} = 0{,}00016.$$

Um die für hartes und weiches Eisen gezeichneten Curven auch für Stahl festzustellen, habe ich auch Versuche mit Drähten von federhartem Stahl angestellt. Dieselben haben jedoch im allgemeinen nicht Resultate von entsprechender Zuverlässigkeit ergeben. Nur soviel liess sich aus ihnen schliessen, dass die Ordinate der geraden horizontalen Linie, in welche die Widerstandscurve mit wachsender Stromstärke ausläuft, hier noch grösser ist als beim harten Eisen, und dass diese bei einer noch grösseren Abscisse ihren Anfang nimmt. Ich will wenigstens eine solche Versuchsreihe mittheilen.

10. Stahldraht F_5. $l = 3500$, $d = 0{,}43$. Annähernd $w = 3{,}53$, resp. $w = 3{,}54$ (für s und s').

n	$a + b$	s	s'	w	w'	Mittel.	Differenz.
1	8	3,7 *l*	5,8 *r*	3,5346	3,5328	3,5337	
2	14	8,3	9,3	59	35	47	10
3	19	11,6	8,6	61	55	58	11
4	24	13,5	7,6	? 56	68	? 62	? 4
5	28	19,9	7,6	71	73	72	10
6	31	25,8	7,0	88	77	80	8

Es ist also: $\delta_{12} = \mathbf{0{,}00033}$.

Die Gesammtänderung ist aber selbst bei $n = 6$ noch nicht abgeschlossen.

Die beiden letzten hier folgenden Tabellen beziehen sich auf Controlversuche mit Kupferdrähten; bei beiden stellte sich für δ_{12} ein sehr kleiner negativer Werth heraus; bei grösseren n machte sich dann der Einfluss der Erwärmung geltend.

11. Reiner Kupferdraht. $l = 18000$, $d = 0{,}41$. w (angenähert) $= 4{,}32$, resp. 4,31.

n	$a + b$	s	s'	w	w'	Mittel.	Differenz.
1	6,8	2,0 *r*	0,4 *l*	4,3171	4,3106	4,3138	
2	11,2	3,6	0,6	68	05	36	−2
3	15,0	4,7	1,0	69	07	38	+2
4	19,7	6,1	1,3	69	07	38	0
5	24,0	7,0	1,6	71	07	39	1
6	27,8	7,7	2,1	72	08	40	1

$\delta_{12} = -\mathbf{0{,}00005}$.

12. Plattirter Kupferdraht. $l = 15000$, $d = 0{,}12$. $w = 30{,}15$.

n	$a + b$	s	s'	w	w'	Mittel.	Differenz.
1	1,3	0,0	0,2 *l*	30,1500	30,1515	30,1507	
2	2,2	0,2 *r*	0,2 *r*	1491	1491	1491	−16
3	2,7	0,2	0,1	1493	1496	1494	+ 3
4	3,0	0,1 *l*	0,3 *l*	1503	1510	1506	+12
5	3,2	0,9	1,1	1529	1534	1532	26
6	3,3	2,3	2,5	1569	1576	1572	40

$\delta_{12} = -\mathbf{0{,}00005}$.

Ich habe gezeigt, dass, wenn die Stromstärke von $1D$ an steigt, auch der Widerstand steigt, und bei weichen Eisendrähten konnten wir diese Steigung bis zu ihrer Grenze verfolgen. Wie ändert sich nun aber der Widerstand, wenn wir die Stromstärke, von $1D$ ausgehend, fallen lassen? Dass dann auch w fällt, ist zweifellos, es sprechen aber ferner zwei Umstände dafür, dass es schnell fällt, wenigstens bei weichen Eisendrähten. Einmal nämlich sahen wir, dass die Grösse $w_{n+1} - w_n$ mit zunehmendem n abnimmt, also mit fallendem n wächst, und es ist kein Grund anzunehmen, dass die Curve bei dem willkürlichen Werthe $x = 1D$ ihr Gesetz verändere; sodann aber geben die Magnetisirungsversuche uns directen Aufschluss über die totale Widerstandsänderung mit der Circularmagnetisirung, also auch mit der Stromstärke; die negativen Werthe von δ waren aber dort ungleich grösser, als die positiven Werthe, welche sich hier für δ_{14} ergaben; der Rest muss also auf die Grösse δ_{01} kommen. Ich habe verschiedene Methoden versucht, diese Grösse zu bestimmen, d. h. den Widerstand eines Eisendrahtes bei unendlich kleinem Strome mit dem bei endlicher Stromstärke zu vergleichen. Sie scheiterten vorläufig sämmtlich, theils an der Empfindlichkeitsgrenze der Galvanometer, theils an der nicht durchführbaren Vergleichung, selbst wenn die absolute Bestimmung von w_0 gelungen war. Ich beabsichtige jedoch diese Versuche fortzusetzen.

Die durchgeführten Betrachtungen eröffnen einen Einblick in eine interessante Analogie mit Betrachtungen der Dynamik und der Thermodynamik, welche ich kurz aussprechen will:

1) Der Elasticitätscoëfficient ist das Verhältniss eines Druckzuwachses zur erzeugten Volumenverminderung. Gleichzeitig mit der letzteren erfolgt aber eine Temperaturerhöhung. Je nachdem die letztere durch irgendeine Kraft, z. B. durch Strahlung oder Leitung ausgeglichen

wird oder nicht, erhält man für den Elasticitätscoëfficienten einen kleineren oder einen grösseren Werth.

2) Die specifische Wärme ist das Verhältniss einer Wärmemenge zur erzeugten Temperaturerhöhung. Gleichzeitig mit der letzteren erfolgt aber eine Ausdehnung. Je nachdem diese durch einen äusseren Druck ausgeglichen wird oder nicht, erhält man für die specifische Wärme einen kleineren oder einen grösseren Werth.

3) Der Widerstand eines Electricitätsleiters ist das Verhältniss einer electromotorischen Kraft zum erzeugten Strom. Aber, falls der Leiter magnetisch polarisirbar ist, erfolgt gleichzeitig eine Circularmagnetisirung. Je nachdem man dieselbe durch irgendeine äussere Kraft, z. B. durch Längsmagnetisirung, ausgleicht oder nicht, erhält man für den Widerstand einen kleineren oder einen grösseren Werth.

Wie der zweite Satz dem ersten reciprok ist, so lässt sich dem dritten ein vierter gegenüberstellen; doch gehört derselbe nicht hierher.

Auch das Gesetz von Joule, betreffend die Erwärmung des Schliessungskreises, kann für das Eisen nicht streng gültig sein, oder, exacter ausgedrückt, wenn man in die Joule'sche Formel:

$$W = \text{const. } i^2 w$$

für die entwickelte Wärme W und für den Widerstand w Werthe einsetzt, welche die Beobachtung direct geliefert hat, so muss man für die Constante einen je nach dem Werthe von i verschiedenen, im Vergleich mit anderen Metallen aber stets zu grossen Werth erhalten. Lenz hat die zu gleichen Wärmeentwickelungen bei verschiedenen Stromstärken, Widerständen und Metallen erforderlichen Zeiten beobachtet; in der That fand er für das Product ti^2w nahezu constante Zahlen. Ganz constant dürfen aber diese Zahlen nicht sein. Die theoretische Ableitung des Gesetzes setzt nämlich die absolute Constanz

der Grösse w während des betrachteten Vorgangs voraus; thatsächlich findet dieselbe nie statt, weil der Widerstand von der Temperatur abhängig ist. Constant bleibt nur die electromotorische Kraft E. Da nun jene Constante von Lenz in der Form:

$$\frac{t E^2}{w}$$

geschrieben werden kann, so folgt, dass jede Zunahme von w durch den Vorgang des Stromdurchganges selbst jene Constante verkleinern muss. In der That hat dies Robinson[1]) bestätigt, indem er zeigte, dass t mit wachsendem i abnimmt. Beim Eisen findet nun aber eine Zunahme von w, abgesehen von der Erwärmung, noch besonders durch die Magnetisirung statt. Bei gleichen Werthen von i muss daher die Constante beim Eisen kleiner ausfallen, und zwar, da der wahre, in Betracht zu ziehende Werth nicht:

$$\frac{t E^2}{w}, \quad \text{sondern} \quad \frac{t E^2}{w_0}$$

ist, und da nach den Versuchen des §. 4 $\frac{w}{w_0}$ bis zu 1,03 ansteigt, kleiner bis zu 3 Proc. Ich habe im Eingange der Abhandlung die Durchschnittszahlen angegeben (p. 291), welche sich aus den Lenz'schen Versuchen ergeben. Die Differenzen derselben mögen am wahrscheinlichsten den Beobachtungsfehlern und der Ungenauigkeit der Methode zuzuschreiben sein. Versucht man jedoch die oben angestellten Betrachtungen mit der Lenz'schen Zahl für das Eisen in Einklang zu bringen, so gelingt dies vollständig. Denn in der That ist die Zahl für das Eisen die kleinste und zwar ist sie um etwa 3 Proc. kleiner als der Mittelwerth aus den drei andern Zahlen.

Die frühere Ansicht, dass der Temperaturcoëfficient α des Widerstandes metallischer Leiter für alle reinen Metalle derselbe sein möchte, hat die Erfahrung nicht bestätigt. Die Abweichungen von dem mittleren Werthe 0,0037 sind

1) Trans. Irish. Acad. Vol. 22. (1) p. 3.

mitunter sehr beträchtliche. Auch müssen verschiedene Grössen einen Einfluss auf den Werth von α haben, z. B. die specifische Wärme, und ebenso auch der specifische Magnetismus. Da nach G. Wiedemann[1]) die Magnetisirbarkeit mit der Temperatur zunimmt, und da, wie gezeigt wurde, der Widerstand mit der Magnetisirung durch den Strom zunimmt, so muss der Widerstand des Eisens mit der Temperatur schneller zunehmen als bei andern Metallen. Der Werth von α ist nach meinen Angaben im Mittel etwa:

$$\alpha = 0{,}0045.$$

Dieser Werth ist in der That grösser als der Mittelwerth für die übrigen Metalle, für welche (mit wenigen Ausnahmen) α zwischen 0,0036 und 0,0038 liegt. In der Vermuthung, dass ein Theil dieser Differenz durch den starken Magnetismus des Eisens zu erklären sei, wird man bestärkt, wenn man beachtet, dass (mit Ausnahme des Platins) dem Wismuth, dem stärksten diamagnetischen Metalle, der kleinste Werth von α zukommt, nämlich:

$$\alpha = 0{,}0035$$

Ich habe hier nur einige Punkte herausgegriffen, welche eine Beziehung zu der behandelten Frage am unmittelbarsten hervortreten lassen. Der mit den betreffenden Theorien vertraute Leser wird auch auf andern Gebieten, z. B. bei den schönen Untersuchungen von G. Wiedemann über den Zusammenhang zwischen galvanischen Strömen, Torsion und Magnetismus, vielfach Punkte finden, welche einen Zusammenhang mit den obigen Auseinandersetzungen erkennen lassen.

Bei der Ausführung meiner Versuche im Laboratorium hiesiger Universität wurde ich durch die entgegenkommende Unterstützung des Hrn. Prof. Meyer sehr gefördert, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen Dank ausspreche.

Breslau, 25. Juni 1878.

1) Pogg. Ann. CXXII. p. 346. Galvanismus (2.) II. (1). p 604.

II. *Magnetische Experimentaluntersuchungen; von Carl Fromme.*

(Der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen theilweise mitgetheilt am 4. August 1877.)

Dritte Abhandlung.

Bei der Magnetisirung durch den galvanischen Strom ist von einigen Beobachtern das Verfahren eingeschlagen worden, welches auch ich bis dahin befolgt habe: den zu magnetisirenden Stab erst dann in die Magnetisirungsspirale zu bringen, nachdem der Strom bereits geschlossen war und ihn aus dieser wieder zu entfernen, ehe der Strom geöffnet wurde. Auch G. Wiedemann hat sich bei seinen zahlreichen Untersuchungen dieses Verfahrens bedient und dasselbe damit gerechtfertigt, dass, falls der Stab während des Stromschlusses oder der Oeffnung in der Spirale verweilte, die Resultate durch die Wirkung inducirter Ströme complicirt werden könnten.

Andere haben es vorgezogen, die Stäbe vom ersten Beginn bis zur Oeffnung des Stromes seiner Wirkung auszusetzen. Dahin gehören beispielsweise die Versuche von Hrn. Ruths[1]), welcher glaubte, dass durch das Herausziehen des Stabes aus der vom constanten Strome durchflossenen Spirale die im homogenen Felde erhaltene Vertheilung des Magnetismus geändert werden würde, und darum von dem erstgenannten Verfahren durchaus absehen zu müssen meinte.

Auch Hr. Holz[2]) entfernte seine Ellipsoide während der ganzen Dauer einer Versuchsreihe nicht aus der Spirale, bediente sich aber weiter noch einer Vorrichtung, deren besonders complicirende Wirkungen nachher Gegenstand mehr eingehender Besprechung sein sollen.

Schliesslich gehören hierher alle Untersuchungen, bei denen die magnetischen Momente durch die bei Strom-

1) Ueber den Magnetismus weicher Eisencylinder. Dortmund 1876.
2) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 353.

schluss und Stromöffnung oder Stromumkehrung in einer secundären Spirale inducirten Ströme bestimmt wurden.

Versuche, die ich selbst vor zwei Jahren mit zwei gleichen Stahlstäben anstellte, ob ein merkbarer Unterschied in den nach beiden Methoden gewonnenen Resultaten bestände, ergaben einen solchen nicht.

Einige Zeit später jedoch wurde ich durch die unter IV Tab. 23 zu beschreibenden Erscheinungen an eine mögliche Verschiedenheit in den Resultaten beider Methoden erinnert, welche bei weiterer Verfolgung immer deutlicher hervortrat. Bereits im Jahre 1863 hat schon v. Waltenhofen[1]) bemerkt, dass in jedem Fall ein kleineres permanentes Moment erhalten wird, wenn man die magnetisirende Kraft plötzlich auf Null reducirt, ja dass in gewissen Fällen das permanente Moment ein dem temporären entgegengesetztes Vorzeichen aufweisen kann. (Anomale Magnetisirung.) Hieran sind sofort weitgehende Speculationen geknüpft worden, nach denen hierdurch die Hypothese der drehbaren Molecularmagnete eine der Gewissheit nahe kommende Wahrscheinlichkeit erhielte.

Von anderer Seite[2]) hat man freilich auf die Möglichkeit einer vorwaltenden Wirkung secundärer, nicht im Wesen des Magnetismus begründeter Ursachen aufmerksam gemacht. Ich habe es indess doch für nöthig gehalten, die einmal begonnene Untersuchung fortzusetzen, zugleich zu dem Zweck, um über die Vergleichbarkeit der nach beiden Methoden von den verschiedenen Beobachtern erhaltenen Resultate ein Urtheil zu gewinnen. Dabei hat sich jedoch mehr und mehr die Meinung in mir befestigt, dass die Ursachen der beobachteten Erscheinungen nicht oder doch nur zum geringsten Theil secundärer Natur sind, sondern aus dem Wesen des Magnetismus selbst hergeleitet werden müssen.

Die angewendeten Apparate sind dieselben wie die in der 2. Abhandlung benutzten. Schluss und Unter-

1) Pogg. Ann. CXX. p. 650.

2) Wiedemann, Galvanismus. (2.) II, 1. §. 316.

brechung des Stromes geschah an Quecksilber, nur bei einigen besonders bezeichneten Versuchen mittelst eines kupfernen Federcontacts. Das Eintauchen des Leitungsdrahtes in das Quecksilbernäpfchen und das Ausziehen aus demselben wurde immer sehr schnell ausgeführt; das Gegentheil ist besonders bemerkt. Ausser der früher benutzten, auf ein geschlossenes Messingrohr gewundenen Spirale bediente ich mich noch einer zweiten auf ein Papprohr aufgewickelten. Die Dimensionen waren:

1. Spirale (Sp_R) Länge = 420 mm. Aeusserer Durchmesser des Rohrs = 8,7 mm, Dicke desselben = 1,0 mm. Zahl der Windungen = 1382, 2,6 mm, (mit Umspinnung, ohne dieselbe 2,0 mm) dicken Drahtes.

2. Spirale (Sp). Länge = 500 mm. Aeusserer Durchmesser des Papprohrs = 25,0 mm. Zahl der Windungen = 1859 in 5 Lagen 1,92 mm dicken (mit Umspinnung) und in 3 Lagen 1,75 mm dicken Drahtes. Es befanden sich immer sämmtliche 8 Windungslagen in der Stromleitung.

Als Stromquelle sind 2 Bunsen'sche Elemente von der grössten Constanz benutzt. Tangentenbussole, Rheostat und Entfernungen der Scalen wie in Abh. II.

Die Abkürzungen sind dieselben wie in Abh. II.[1]) Ein GM oder PM angehängtes a bedeutet, dass der Stab ausgezogen war, d. h. bei Stromschluss oder Oeffnung sich nicht in der Spirale befand. Ein angehängtes f dagegen soll anzeigen, dass er fest in der Spirale lag, während der Strom geschlossen oder geöffnet wurde. $f + R$ bedeutet, dass sich der Stab im Augenblicke der Stromschliessung oder -Oeffnung in der Spirale befand und mit einer geschlossenen metallischen Röhre umgeben war.

Material. 1. Weiche Eisen- und Stahlstäbe von cylindrischer Form und an den Enden ellipsoidisch zugespitzt, 1,5—7 mm dick und 70—150 mm lang.

---

1) Statt der Bezeichnung „Remanenter" Magnetismus (RM) ist hier nach dem Vorgange von G. Wiedemann (Galv. (2.) II. p. 446) „Permanenter" Magnetismus (PM) gebraucht.

2. Bündel von dünnem Eisen- und Stahldrath von 150 mm Länge. Die Drahtdicke beträgt 0,5—1,2 mm.

Die Magnetisirung derselben geschah stets nur in einer einzigen Richtung.

Alle Angaben beziehen sich auf die Wirkung des Sättigungsimpulses, und zwar ist die Sättigung, wo nicht das Gegentheil bemerkt ist, durch Magnetisirung bei ausgezogenem Stabe erreicht. Ausser in den besonders bezeichneten Fällen wurde niemals eine grössere Kraft vor einer kleineren angewandt. Nachdem die Wirkung einer Kraft p, bei welcher der Stab fest lag, auf ein (durch p, resp. eine grössere Kraft P erzeugtes) PM_a untersucht war, wurde stets erst wieder PM_a hergestellt, ehe man eine andere Kraft p' wirken liess.

I.

Tabelle 1. Eisenstab. $L = 149$ mm. $D = 4{,}5$ mm. $\Delta = 7{,}74$. $E = 306$. Spirale II. Die bei einigen Versuchen den Stab umhüllende Messingröhre war 138 mm lang, hatte einen äusseren Durchmesser von 8 mm und eine Wanddicke $= 0{,}4$ mm.

W	i_{sc}	TM_f sc	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$ (beides nach PM_a)	$GM_{f+R} - GM_a$ (beides nach PM_a)	GM_f (nach PM_a) $- GM_f$ (nach PM_f)	PM_a	$PM_a - PM_f$ (nach PM_a)	$PM_a - PM_{f+R}$	Nach Magnetisirung mit $W = 0$. $PM_a = 89$. $GM_f - PM_a$	$PM_a - PM_f$
50	30	74,5	3,0	—	0	—	16	2,2	—	76 (71)[1]	10
30	46	123,5	6,5	1,8	0	—	26	5,8	—	126 (119)	14
20	64	187	17	3,5	0	0,5	38	13,5	2,5	184 (174)	19
12	94	295	27	8,5	2,0	4,0	55	23,5	8,5	292 (277)	22
8	121	403	34	11,0	3,0	5,2	63	30,5	12,5	—	—
4,5	165	572	32	13,0	5,0	8,2	74	33,5	17	—	—
2	217	778	34	17,0	10,0	10,7	82	31,5	19	—	—
0	—	—	—	—	—	—	89	30,5	18	—	—

1) Die in Klammern gesetzten Zahlen sind die entsprechenden, in der aufsteigenden Reihe der Kräfte gefundenen.

W	$\frac{TM_f - TM_a}{TM_a} \cdot 100$	$\frac{GM_f - GM_a}{GM_a} \cdot 100$	$\frac{PM_a - PM_f}{TM_a} \cdot 100$	$PM_{f+R} - PM_f$	$GM_f - GM_{f+R}$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	$\frac{PM_a}{i}$	$\frac{TM_a}{i}$	$\frac{PM_a - PM_{f+R}}{PM_a} \cdot 100$
50	4,2	1,5	3,1	2,2	—	13,7	0,533	2,383	—
30	5,6	2,1	5,0	5,8	1,8	22,3	0,565	2,543	—
20	10,0	3,2	8,0	11,0	3,5	35,5	0,594	2,656	6,6
12	10,1	3,0	8,8	15,0	6,5	42,7	0,585	2,851	15,4
8	9,2	2,4	8,3	18,0	8,0	48,4	0,520	3,050	20,0
4,5	nimmt	2,3	nimmt	16,5	8,0	45,3	0,448	3,273	23,0
2	ab	—	ab	12,5	7,0	38,4	—	3,430	23,2
0		—		12,5	—	34,3	—	—	20,2

Tabelle 2. Derselbe Stab, aber durch Spirale I magnetisirt.

	W	i_{sc}	TM_a	PM_a	$GM_f - GM_a$	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 357$	25	64	104,0	20,9	1,25	0	0,0
	15	101	181,4	33,0	3,0	1.32	4,0
	10	139	273,1	40,5	5,82	4,17	10,4
	7	183	378,6	45,6	7,6	6,2	13,8
	5	230	494,6	51,0	9,07	7,67	15,0
$E = 461$	3,5	288	293,4	26,7	4,05	4,7	17,6
	2,5	344	350,8	28,5	3,2	5,15	18,1
	1,5	431	428,1	29,7	0,67	5,75	19,4
	0,6	—	505,1	31,8	0,45	6,62	20,8
$E = 512$	0	—	404,0	31,0	0,05	4,75	20,0

Tabelle 3. Eisenstab. $L=149$. $D=4{,}5$. $\Delta=7{,}63$. $E=306$. Spirale II. Das Messingrohr (R) das nämliche wie in Tabelle 1.

W	TM_a	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$	$GM_{f+R} - GM_a$	PM_a	$PM_a - PM_f$	$PM_a - PM_{f+R}$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
30	151,9	17,6	4,1	−0,6	30,5	13,5	4,3	44,3
20	219,1	24,9	7,9	+2,4	38,0	17,0	5,5	44,7
5	599,1	43,4	15,1	+7,6	59,3	28,3	16,3	47,7
0	—	—	—	—	70,5	29,2	20,3	41,4

Tabelle 4. Derselbe Stab, aber durch Spirale I magnetisirt.

$W = 15$	10	7	5	3	2	1
$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100 : 10{,}3$	20,5	24,2	23,7	29,9	32,3	28,3

Tabelle 5. Eisenstab. $L = 199$. $D = 3{,}4$. $\Delta = 7{,}68$. Spirale I.

	W	i_{sc}	TM_a	PM_a	$PM_a - PM_f$	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 357$	40	42,5	88,4	31	−1,55	−0,40	Der grösste Werth liegt zwischen 7 und 8.
	25	65,0	160,6	55	−3,0	+0,65	
	15	101	301,3	75	−0,05	+0,30	
	10	130	457,3	87	+3,47	+0,37	
$E = 461$	7	184	283,1	49	+1,85	+0,57	
	5	231	336,3	54	+3,0	+0,55	
	3,5	289	377,7	56	+4,0	−0,20	
	2,5	345	404,1	57	+4,45	+0,07	
	1,2	467	444,7	59	+3,47	−0,45	
	0	—	486,7	61	+3,82	−0,80	

Stab in zwei Stücke geschnitten.

a) 149 mm langes Stück.

	W	i_{sc}	TM_a	PM_a	$PM_a - PM_f$	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 357$	25	64,5	87,2	23,5	−0,87	+0,12	negat.
	15	99,2	155,9	33,0	+0,57	+0,87	1,7
	10	127,8	234,7	41	+1,57	+1,05	4,0
	7	181,0	319,0	48	+5,32	+1,17	10,6
	5	229,0	407,1	51	+6,95	+1,37	13,0
$E = 409$	3	310	358,3	38	+4,92	+0,42	13,0
	1,5	425	429,5	40	+5,15	0,0	12,6
	0	—	501,1	42	+5,90	+0,30	14,0

b) 50 mm langes Stück.

$E = 254$	10	127	41,7	3,0	+0,90	+0,05	27
	7	180	55,9	4,0	+0,90	0,0	22
	4	260	83,6	5,0	+2,02	+0,27	34
	2	373	122,2	5,5	+2,15	+0,57	43
	0	—	222,6	7,0	+2,90	+0,50	41

Tabelle 6. Stahlstab. $L = 149$. $D = 4{,}8$. $\Delta = 7{,}83$.
Spirale I.

	W	i_{sc}	TM_a	PM_a	$PM_a - PM_f$	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
2 Bunsen							
$E = 254$	40	46	105,7	88,0	−0,2	−0,1	neg.
	25	70	168,5	106,1	−0,9	−0,1	neg.
	12	129	352,4	188,5	−0,97	+0,22	neg.
$E = 357$	7	194	220,0	107,0	−0,4	+0,42	neg.
	4	299	361,2	142,0	+0,52	+0,47	0,37
	2	389	558,5	168,9	+4,17	+0,42	2,5
$E = 460$	1	492	336,4	88,0	+3,82	+0,35	4,3
	0	671	428,6	96,0	+6,67	+0,27	7,0
4 Bunsen	2	—	465,7	99,5	+6,55	0,0	6,6
	1	—	520,9	104,0	+7,32	+0,15	7,0
	0	—	584,0	107,0	+8,37	—	7,8

Tabelle 7. Derselbe Stab, aber in Spirale II. Das Messingrohr das nämliche wie in Tab. I.

	W	i_{sc}	TM_a	TM_{f+R}	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM}{i}$	$\frac{TM}{i}$	Nach Magnetis. mit $W = 0$: $PM_a - PM_f$ u. TM_a (mit Nachw.)
$E=305$	15	84	90,8	90,5	127,2	0,9	—	0	1,51	1,08	
	11	104	115,3	113,7	147,0	0,5	—	−0,2	1,41	1,11	5,1 (113)
	8	127	144,5	143,8	173,0	1,5	0,87	+0,5	1,36	1,14	7,0 (147)
	5	163	195,5	195,7	216,5	3,8	1,76	0	1,33	1,20	7,6 (200)
	3	200	257,8	258,4	261,2	7,2	2,76	+1,1	—	1,29	11,0 (266)
	1,5	242	345,5	345,7	308,5	12,0	3,90	+1,6	—	1,43	13,0 (353)
	0	—	471,2	—	359,8	20,0	5,56	+0,5	—	—	—

Tabelle 8. 3 Eisenstäbe, aus dem gleichen Stück geschnitten, von gleicher Dicke. $D=5{,}25$. L u. Δ: I. 151,3. 7,688. II. 113,4. 7,682. III. 77,2. 7,691. Spirale I.

I.						II.				III.				
W	TM_a	PM_a	$GM_f - GM_a$	$GM_f - GM_a$ nach Magnetisirung bei $W=0$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	W	TM_a	PM_a	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	W	TM_a	PM_a	$GM_f - GM_a$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
						$E=305$									
$E=357$						40	66,8	5,0	0,9	1,4					
35	90,3	9,0	0,9	—	7,0	30	89,0	6,0	1,1	10,0					
22	145	18	2,5	1,0	8,6	20	131	10	2,0	14,2					
15	212	26	3,9	2,7	17,0	15	171	14	3,2	18,7	$E=254$				
10	311	33	5,4	5,9	22,2	10	246	18	4,7	26,4	20	93,0	4,0	1,3	20,0
6	481	42	8,4	7,1	26,0	6	375	25	6,3	35,8	14	127	6,0	1,9	32,2
$E=460$						3	600	31	7,6	39,2	9	186	8,0	3,0	40,2
3,5	332	21	4,9	4,4	28,6	$E=409$					5	288	12	4,4	49,0
1,5	503	26	4,7	7,0	27,0	1,5	352	13	1,4	52,0	2	489	17	5,6	59,0
0	729	29	1,9	—	25,0	0	559	15	3,5	45,0	0,5	742	20	5,2	58,0

1) Die Versuche sind einige Tage später angestellt.

Tabelle 9. Dieselben Stäbe, aber in Spirale II.

R: s. Tab. 1.

I.

	W	TM_a	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$	$GM_{f+R} - GM_a$	$GM_f - GM_{f+R}$	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	$PM_a - PM_{f+R}$	$PM_{f+R} - PM_f$
$E = 357$	20	143,5	14,0	3,2	0,4	2,8	23,8	10,8	45,4	3,1	7,7
	10	247,8	26,2	6,0	1,5	4,5	36,7	20,2	55,0	8,7	11,5
	5	380,7	35,6	9,8	4,0	5,8	45,3	25,8	57,0	12,8	13,0
	2	552,2	37,1	9,6	5,8	3,8	51,0	27,5	54,0	15,5	12,0
	0	766,0	36,5	9,0	5,5	3,5	57,5	27,5	48,0	16 5	11,0

	II. $E = 305$.						III. $E = 254$.					
W	TM_a	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	TM_a	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
20	114,1	11,4	0,9	13,3	10,5	79,0	82,5	4,2	0	6,0	4,2	70,0
10	189,8	19,2	5,2	21,5	14,0	65,1	137,0	9,7	3,2	6,5	6,5	100,0
5	285,2	23,8	7,3	27,0	16,5	60,0	199,0	13,0	3,2	12,0	9,8	81,7
2	404,5	28,0	8,5	32,3	19,5	60,4	280,0	17,7	4,0	16,5	13,7	83,0
0	553,8	31,7	7,5	38,7	24,2	62,5	383,0	21,3	6,8	19,0	15,0	80,0

Nach Magnetisirung bei $W = 0$:

(Die in Klammern gesetzten Zahlen sind die entsprechenden aus der aufsteigenden Reihe der Kräfte.)

	W	TM_a (mit Nachw.)	$TM_f - TM_a$	$GM_f - GM_a$	$PM_a - PM_f$
I.	20	145,5	18,0 (14,0)	2,5 (3,2)	15,5 (10,8)
II.	—	111,5	13,3 (11,4)	0,8 (0,9)	12,5 (10,5)
III.	—	132,3	10,9 (9,7)	2,2 (3,2)	8,7 (6,5)

Tabelle 10. Bündel von 28 Eisendrähten, wovon jeder 150 mm lang und 0,8 mm dick.

a) Sp. II. $E = 254$.

W	i_{sc}	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	PM_a	$\frac{PM_a}{i}$	$\frac{TM_a}{i}$
30	51	0,34	0,44	2784	1917	
20	71	2,60	2,5	2789	2379	
12	103	9,52	7,0	2403	2812	
8	133	17,63	11,8	2067	3088	
5	171	26,47	16,0	1790	3289	
3	211	32,70	18,4	1562	3373	
1,5	256	37,17	19,8	1360	3328	
0	328	39,92	20,3	1116	3145	

b) Sp. I.

	W	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 305$	15	−2,5	−3,0
	12	−3,4	−3,6
$E = 357$	7	−1,8	−2,4
$E = 406$	5	+0,8	+1,5
$E = 460$	3	+0,2	+0,5

c) Sp. I.

	W	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 305$	20	−1,7	−2,1
	14	−2,4	−3,2
	9	−3,7	−4,1
	5	−0,7	−0,7
	2	+2,3	+1,9
	0	+3,2	+2,5

d) Sp. II.

	W	i_{sc}	TM_a	$GM_f - GM_a$	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$
$E = 254$	50	31,6	137,8	+0,8	40,4	1,75	4,40
	30	49,4	240,1	+0,6	76,3	0,57	0,75
	20	69,1	372,0	−0,1	105	2,17	2,07
$E = 357$	12	100,2	226,1	+0,4	51,0	4,7	9,22
	8	130,5	314,1	+0,1	56,7	7,0	12,28
	5	166,9	422,0	−0,1	62,6	9,6	15,41
	3	207,2	534	—	68,0	12,3	18,16
	1,5	251,4	—	—	70,4	13,9	19,77
$E = 406$ 3 Bunsen	2,7	314,6	—	—	49,5	10,4	20,95
	1,2	384,0	—	—	51,0	10,9	20,13

e) Sp. II. $E = 254$.

PM_a ist erzeugt durch 2 B. $W = 0$ und $= 197^{sc}$.

Es wird dieses PM_a reducirt durch:

$W = 70$	um	$11{,}4^{sc}$
50	„	18,1
30	„	6,3
20	„	28,6
12	„	38,6
8	„	46,5
5	„	51,7
3	„	52,3
1,5	„	47,8
0	„	46,5

Tabelle 11. Bündel von 17 Eisendrähten, wovon jeder 150 mm lang und 1,2 mm dick. Sp. II. Röhre von Messing, 138 mm lang, äusserer Durchmesser = 10 mm, Wanddicke = 0,4 mm.

	W	TM_a	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	$PM_a - PM_{f+R}$	Nach. $W=0$ TM_a (mit N.)	$PM_a - PM_f$
$E=305$	50	91	17	3,3	8,0	−0,7	76	19,4
	30	153	32	2,1	6,6	−2,1	146	11,5
	20	224	55	6,4	11,6	−2,6	210	14,7
	12	359	79	15,2	19,2	−2,5	358	33,3
	8	500	90	18,6	20,7	−4,7	523	38,1
$E=406$	5	297	43	10,7	25,0	−2,0	310	19,6
	3	380	49	14,5	30,0	0,0	400	19,8
	1,5	469	56	14,4	25,7	+0,5	490	20,6
	0	608	62	18,2	30,0	+1,5	609	17,1

Die magnetisirende Kraft der Röhre $[PM_{f+R} - PM_f]$ findet sich zu:

4,0 4,2 9,0 17,7 23,3 | 12,7 14,5 13,9 16,7.

Ein Unterschied zwischen GM_a und GM_f konnte nicht constatirt werden. Das Maximum von $\frac{PM}{i}$ liegt zwischen $W=20$ und $W=12$, das von $\frac{TM}{i}$ bei $W=0$.

Bei einer Wiederholung der in den beiden letzten Reihen der Tabelle enthaltenen Beobachtungen fanden sich folgende Werthe der Reduction des durch $W=0$ erzeugten $PM_a = 87$ sc.

$E=357$.												
$W=$	100	70	50	30	20	15	12	8	5	3	1,5	0
$PM_a - PM_f =$	3,0	6,0	9,7	6,0	10,4	11,8	16,1	21,3	27,1	30,1	28,3	26,0
$TM_a =$	27	38	53	90	134	178	222	317	413	575	703	—

Eine zweite Wiederholung, in der Entfernung $E=254$, wo PM_a $(W=0)=197$, gab:

W	$PM_a - PM_f$	W	$PM_a - PM_f$	W	$PM_a - PM_f$
300	1,0	50	16,5	25	11,4
200	2,1	44	19,9	20	13,8
100	6,5	42	23,7	18	20,5
90	9,0	40	24,7 2,0 24,0	14	30,5
84	13,4	38	4,0 25,7	12	34,0
70	13,0 14,0	35	6,3 4,7	8	49,5
60	14,4	30	6,2	3	53,0
				0	45,5

Tabelle 12. Bündel aus 16 Stahldrähten, jeder 150 mm lang und 1,05 mm dick. Sp. II. $E = 254$.

W	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a}.100$	W	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a}.100$	Nach $W=0$ $PM_a - PM_f$
100	5	Merklich Null.	—	8	233	0	0	0
70	8		—	5	320	2,6	0,8	4,4
50	15		—	3	400	3,27	0,82	12,2
30	38		—	1,5	466	7,75	1,66	20,4
20	76		—	0	533	19,65	3,70	20,5
12	160		—					

Sowohl $W = 0$ und 1.5, als auch $W = 0{,}5$, 1 und 2 geben nicht merklich verschiedene Werthe der Reduction des durch $W = 0$ erzeugten PM_a.

Tabelle 13. Bündel aus 40 Eisendrähten, ein jeder 150 mm lang und 0,5 mm dick.

Während bei den vorher angeführten Drahtbündeln die Isolirung der einzelnen Drähte voneinander nur durch die Oxydoxydulschicht bewirkt wurde, ist bei diesem ein jeder Draht noch besonders mit einer Schellackschicht überzogen. Die Drähte befanden sich in einer 160 mm langen, fest anschliessenden Glasröhre.

W	i_{sc}	PM_a	$PM_a - PM_f$	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	$\frac{PM_a}{i}$	Nach Magnetisirung bei $W = 0$. (Am folgenden Tage beobachtet.) J_1 [2])	Mittel.	J_{2-4}	Mittel.	J_n
100	15	37	0,92	2,5	2,47	−18,8 −19,5	−19,15	−20,0 −16,5	−18,25	−37,4
70	21	51	3,17	6,2	2,37	−26,2 −31,0	−28,60	−25,5 −23,5	−24,5	−53,1
50	29	78	0,92	1,2	2,69	− 1,5 − 3,0 −31,5	−12,0	− 7,5 −38,0 + 4,8	−13,6	−25,6
40	35	105	1,78	1,7	3,00	− 1,0 + 4,5	+1,75	− 7,0 − 8,5	− 7,75	− 6,0
30	45	148	2,92	2,0	3,29	0,0 − 4,5	−2,2	− 6,0 −45,5	−25,75	−28,0
20	62	222	10,27	4,6	3,58	−19,8 −19,0	−19,4	− 5,2 − 4,4	− 4,8	−24,2
12	90	301	32,50	10,8	3,34	−56,0 −56,8	−56,4	− 8,8 − 6,7	− 7,75	−64,1
8	117	338	46,35	13,7	2,90	−69,5 −68,0	−68,7	− 2,0 − 2,0	− 2,0	−70,7
5	149	370	63,50	17,2	2,50	−74,5 −76,5	−75,5	+ 7,0 + 9,5	+ 8,2	−67,2
3	184	386	73,65	19,1	2,10	−75,5 −76,5	−76,0	+ 5,5 + 8,5	+ 7,0	−69,0
1,5	219	401	77,50	19,3	1,83	−80,0 −76,5	−78,2	+13,0 +10,5	+11,7	−66,5
0	283	409	85,25 [1])	20,8	1,45	−73,5 −74,5	−74,0	+ 4,5 + 6,5	+ 5,5	−68,5

Tabelle 14. Eisenstab. S. Tab. 1. Magnetisirt bei $W = 0$, darauf wirken kleinere Kräfte auf den festliegenden Stab und reduciren PM_a ($W = 0$) um Grössen: J_1, J_2 und J_{1+2}, wo J_1 die Wirkung des 1., J_2 die des 2., J_{1+2} die des 1. und 2. Impulses zusammengenommen.

1) 85,25 bildet nicht das Mittel aus zwei oder mehreren Beobachtungen, wie alle vorhergehenden Zahlen der Tabelle.

2) J_1 bezeichnet die Wirkung des 1. Impulses der kleineren Kraft auf PM_a ($W = 0$), J_{2-4} die Gesammtwirkung des 2., 3. und 4. Impulses, J_n die Wirkung aller 4 Impulse zusammengenommen.

W	J_1	J_2	J_{1+2}	W	J_1	J_2	J_{1+2}
120	− 4,2	−1,3	− 5,5	8	−35,5	−0,3	−35,8
80	− 8,0	−2,7	−10,7	5	−36,5	+0,7	−35,8
50	−13,4	−2,8	−16,2	3	−37,6	+2,1	−35,5
35	−16,5	−2,5	−19,0	2	−38,2	+1,2	−37,0
20	−23,8	−3,0	−26,8	1	−40,0	+0,8	−39,2
12	−30,5	−2,0	−32,5	0	−41,2	+2,0	−39,2

Tabelle 15. Eisendrahtbündel, genau ebenso beschaffen, wie das in Tab. 11. Magnetisirt (ausgezogen) bei $W=0$, darauf (festliegend) kleineren Kräften unterworfen, welche PM_a ($W=0$) reduciren.

W	J_1	J_2	J_{1+2}	W	J_1	J_2	J_{1+2}
0	−53,5 −59,1	+3,0	−53,3	8	−53,0 −54,5	−11,9 −10,5	−64,9
1	−55,8	—	—	12	−32,5	−13,3	−45,8
1,5	−59,5	+4,0	−55,5	20	− 22,7	− 5,3	−28,0
2	−61,5	—	—	30	−17,9	− 2,1	−20,0
3	−60,3 −66,0	+4,3	−58,8	50	− 7,5 − 8,7	− 4,1 − 2,7	−11,5
5	− 67,3 − 69,3	+1,0 +3,3	−66,2	70	−14,3 −14,0	− 6,7 − 6,0	−20,4
6,5	− 68,0 − 66,2	−4,7	−71,8	100	− 8,0	− 0,5	− 8,5

Tabelle 16. Eisenstab. $L=130$ mm. $D=5$ mm. $\Delta=7{,}73$. $E=254$.

			Nach Magnetisirung bei $W=0$
$W=15$.	TM_a =	290,9	292,2 (mit Nachw.)
	TM_f-TM_a =	30,6	33,6
	GM_f-GM_a =	13,8	6,4
	PM_a-PM_f =	16,4	27,2

II. Folgerungen aus den Tab. 1—16.

Die beiden Verfahren, welche sich bei der Magnetisirung durch den galvanischen Strom darbieten, charak-

terisiren sich zunächst bei jedem Material durch zum Theil auffällige Unterschiede in der Grösse der inducirten Magnetismen. Wenn wir vorläufig von der Complication absehen, welche die Resultate durch die Anwesenheit einer geschlossenen metallischen Röhre in der Magnetisirungsspirale erhalten, so finden wir durchaus $TM_f > TM_a$. Der verschwindende Magnetismus TM ist aber $= GM - PM$, es kann also der Unterschied der TM entweder durch einen Unterschied zugleich der GM und der PM, oder durch einen solchen nur einer der beiden Grössen herbeigeführt sein.

Das Erstere zeigt sich bei weichem Eisen, wenn die Dicke (das Verhältniss der Dicke zur Länge) nicht unter einen gewissen kleinsten Werth herabgeht. Dann ist $GM_f > GM_a$ und $PM_f < PM_a$, so dass durch den summirenden Einfluss von GM und PM $TM_f > TM_a$ wird. [Tab. 1, 3, 9.]

Sinkt jedoch das Dimensionsverhältniss der Eisenstäbe unter eine gewisse untere Grenze, so ist GM_f nicht merkbar verschieden von GM_a und es bleibt nur $PM_a > PM_f$, also $TM_f > TM_a$. [Tab. 5, 10, 11.]

Stahlstäbe dagegen haben selbst bei einer Dicke von 7 mm (Länge = 148 mm) keinen bemerkenswerthen Unterschied der GM, sondern nur den der PM gezeigt.

Wenn wir also innerhalb der hier eingehaltenen Grenzen: $L = 70$ mm Minimum und $D = 7$ mm Maximum zwischen Eisenstäben einerseits und massiven Stahlstäben andererseits bezüglich ihres Verhaltens bei beiden Methoden unterscheiden wollen, so zeigt sich ein Unterschied am auffälligsten bei der Beobachtung der GM, indem bei den Eisenstäben GM_f von GM_a verschieden, bei den Stahlstäben aber beide merklich einander gleich sind.

Dieser Unterschied zwischen Eisen und einem gleichgestalteten Stahlstab verschwindet aber in dem Maasse, als der Stab gestreckter wird, sich der Drahtform annähert. Auf das Verhalten der GM bei den beiden Magnetisirungsverfahren ist also erstens die Härte,

zweitens aber auch die äussere Form des Stabes von Einfluss.

Die gleichen Einflüsse verrathen sich auch in den PM, sobald man den Unterschied $PM_a - PM_f$ in Procenten von PM_a ausdrückt: Es liefern dann Stahlstäbe und Bündel von Eisen- oder Stahldraht bedeutend geringere Werthe als massive Eisenstäbe, es wächst ferner der Werth $\frac{PM_a - PM_f}{PM_a}$ bei Eisenstäben gleicher Dicke mit ihrer Länge.[1]) [Tab. 5, 5a, 5b. Tab. 9, 10, 11 und 13. Eine anomale Magnetisirung, wie sie v. Waltenhofen beobachtete, ist bei meinen Versuchen niemals hervorgetreten, nur einmal (Tab. 9. II) habe ich $PM_f = 0$ gefunden. Um zu einem negativen PM_f zu gelangen, waren meine Stäbe zu wenig dick im Verhältniss zu ihrer Länge. Man sehe jedoch am Schluss der Arbeit die Besprechung der Ruths'schen Versuche.

Verfolgen wir die Unterschiede $GM_f - GM_a$ und $PM_a - PM_f$ in der aufsteigenden Reihe der Kräfte, so wächst dGM anfangs mit wachsender Kraft, erreicht ein Maximum und zeigt dann in einigen Beobachtungsreihen wieder eine kleine Abnahme. [Tab. 9 I. u. II.] Drückt man $GM_f - GM_a$ in Procenten von GM_a aus, so tritt ein Maximum und darauf folgende Abnahme deutlich hervor. [Tab. 1.] $TM_f - TM_a$ erreicht mit wachsender Kraft ein Maximum, ein Herabsinken von diesem ist nicht zu beobachten. [Tab. 1, 9 I.] $\frac{TM_f - TM_a}{TM_a}$ zeigt das nämliche Verhalten wie $\frac{GM_f - GM_a}{GM_a}$.

$PM_a - PM_f$ nimmt gleichfalls mit wachsender Kraft zu. (Man nehme das Minimum aus, Tab. 10d. $W = 30$, Tab. 11, $W = 30$, Tab. 13, $W = 40$, wovon später die Rede sein wird); erreicht ein Maximum und bleibt bis zum Ende der Versuchsreihe constant.

Drückt man $PM_a - PM_f$ in Procenten von PM_a aus

1) Bei Stahlstäben zeigt sich das Gleiche, die Beobachtungen sind nicht mitgetheilt.

so wächst dasselbe ebenfalls zuerst an und erreicht ein Maximum, von welchem es bei einigen Beobachtungsreihen wieder ein wenig herabsinkt. [Tab. 1, 3, 9 I.] Es wird von Interesse sein zu bemerken, dass das letzte nur bei den massiven Stäben eintritt, bei den Drahtbündeln dagegen $\frac{PM_a - PM_f}{PM_a}$ auf dem Maximum stehen bleibt.

Wie Tab. 9 zeigt, wird das Maximum von DGM und DPM bei einer desto grösseren äusseren magnetisirenden Kraft erreicht, je mehr die Querdimension des Stabs gegen seine Länge bevorzugt ist.

Die vorhergehenden Gesetze erleiden zum Theil bedeutende Modificationen, wenn im Augenblick des Stromschlusses oder der Stromöffnung der zu magnetisirende Körper von einer geschlossenen leitenden Röhre umgeben ist. In dieser Weise, nämlich mit der auf eine geschlossene Messinghülse gewickelten Spirale I (Sp_R) habe ich meine ersten Versuche angestellt. Der Einfluss der dann die Röhre durchlaufenden Inductionsströme erweist sich bedeutender bei der Oeffnung als bei der Schliessung des primären Stromes — des Extrastromes wegen, der im letzteren Falle immer die Spirale durchläuft und in demselben Sinne wie die Röhrenströme wirkt.

Zunächst wird nun die Differenz der GM kleiner. $GM_{f+R} - GM_a$ macht bei kleinen Kräften nur einen ganz verschwindenden Bruchtheil von $GM_f - GM_a$ aus, erreicht aber mit wachsender Kraft ebenfalls hohe Werthe. [Tab. 1.]

Auf PM aber hat die Gegenwart der Röhre einen so bedeutenden Einfluss, dass sogar $PM_f > PM_a$ werden kann. Diese Umkehrung des Grössenverhältnisses von PM_a und PM_f zeigt sich nicht bei dicken Eisenstäben, sondern nur bei Stahlstäben und Drahtbündeln von Stahl und Eisen (und bei Eisenstäben, deren Dicke klein ist gegen ihre Länge) unter der Voraussetzung nicht zu grosser magnetisirender Kräfte. $PM_a - PM_f$ ist dann bei kleinen Kräften negativ, bei grösseren positiv: es wächst die

Differenz zu einem negativen Maximum und geht dann durch die Null ins Positive. [Tab. 5, 5a, 6, 10b, 10c, 11.]

Die Differenzen $GM_f - GM_{f+E}$ und $PM_{f+E} - PM_f$ geben das, was man als die magnetisirende Wirkung der Röhrenströme bezeichnen könnte. Dieselben weisen bei den massiven Eisenstäben [Tab. 1 und 9 I] ein Maximum auf, bei dem Drahtbündel [Tab. 11] nicht.

Dass auch bei Anwesenheit einer Röhre der Einfluss der Dimensionen des Stabes auf die Grösse von $GM_f - GM_a$ noch zu erkennen ist, zeigt Tab. 5: der ungetheilte Stab verhält sich durchaus wie ein Stahlstab oder ein Drahtbündel, die Differenz ist nicht öfter positiv als negativ. Dagegen wurden bei seinen beiden Theilen nur positive Werthe erhalten. Auch $PM_a - PM_f$ zeigt bei dem ungetheilten Stab ein Verhalten wie bei Drahtbündeln oder bei Stahl, es ist anfangs negativ, später erst positiv, $PM_a - PM_f$ in Procenten von PM_a gibt mit abnehmender Länge des Stabes wachsende Werthe.

Die Abhängigkeit von $PM_a - PM_f$ von der Grösse der Kraft stellt sich ebenso wie ohne Röhre. Dagegen zeigt $GM_f - GM_a$ nach Erreichung des Maximums jetzt eine deutliche Abnahme, welche ohne Gegenwart der Röhre weniger hervortrat. (Tab. 2, 5a).

In den Tabellen ist mehrfach zwischen GM_f nach PM_f und GM_f nach PM_a unterschieden. Es erläutert sich das am besten mit Hülfe der folgenden, von einem Eisenstab erhaltenen Beobachtungsdaten.

Ruhelage 586.0.

7 Impulse bei festliegendem Stab.

J_8 fest. GM 1414,5. PM 636,0.

$J_9 J_{10} J_{11}$ bei ausgezogenem Stab.

J_{12}	ausgezogen.	GM 1409,5.	PM 665,5.
J_{13}	fest.	GM 1426,5.	PM 634,0.
J_{14}	fest.	GM 1417,0.	

Es ist GM_f nach ausgezogen grösser als GM_f nach fest.

Wo nichts Besonderes bemerkt, bezieht sich darum GM_f sowohl wie GM_a immer auf eine auf RM_a folgende Beobachtung.

Vielleicht wird ein ähnlicher Unterschied auch bei GM_a stattfinden, wenn es auf ein PM_a oder auf ein PM_f folgt. Doch muss er bei GM_a sehr klein sein, da er nie mit Sicherheit beobachtet werden konnte.[1]) Dadurch tritt GM_f in einen Gegensatz zu GM_a, welcher auf einen tieferen Unterschied zwischen denselben, als der der Quantität ist, hindeutet. (S. Abschnitt V.)

Es ist ferner auch PM_f abhängig von dem kurz vorher bestandenem PM: nämlich es ist PM_f grösser nach einem PM_f als nach einem PM_a. Magnetisirt man also zuerst bei festliegendem Stab und erhält ein gewisses Sättigungsmoment PM_f, zieht bei folgenden Impulsen den Stab aus und gibt dann wieder einen Impuls bei festliegendem Stab, so erhält man ein $P'M_f < PM_f$, welches durch Wiederholung der Impulse bei festliegendem Stab wieder zu dem Werthe PM_f aufsteigt. Der Unterschied zwischen der durch einen und durch mehrere Impulse bei festliegendem Stab erzeugten Reduction des PM_a ist jedoch klein, immer vorausgesetzt, dass man sich in der aufsteigenden Reihe der Kräfte bewegt.

Anders verhält es sich, wenn auf ein PM_a, erzeugt durch eine grösste Kraft P, ein Impuls einer kleineren Kraft p bei festliegendem Stab einwirkt. Es wird dann erstens durch einen einzigen Impuls von p PM_a um einen Werth reducirt, welcher immer den bedeutend übertrifft,

1) Es ist hier nur von der aufsteigenden Reihe der Kräfte die Rede, es sind GM_f, GM_a, PM_f, PM_a von der nämlichen Kraft inducirte Momente. Ist PM_a und PM_f von einer Kraft P erzeugt und entspricht GM_a und GM_f einer kleineren Kraft p, so treten die in der 2. Abhandlung unter II, 2 entwickelten Gesetze in Kraft.

um welchen pm_a und pm_f von p sich unterschieden. Es wächst also die reducirende Kraft der bei festliegendem Stabe ausgeführten Impulse mit der Grösse des permanenten Momentes.

Zweitens aber geht hiermit Hand in Hand eine vermehrte Wirkungsfähigkeit des zweiten und folgender Impulse.

Schon in der aufsteigenden Reihe der Kräfte, wo sich zugleich PM und TM änderten, war beobachtet worden, dass von der Regel, nach welcher $PM_a - PM_f$ mit der Grösse der magnetisirenden Kraft wächst, die Drahtbündel bei kleineren Kräften eine Ausnahme machen. Bei diesen wurde im Anfange der Magnetisirung ein zweifelloses Minimum von $PM_a - PM_f$ beobachtet.

Lässt man nun die Grösse des zu reducirenden PM_a constant und variirt blos die reducirende Kraft (TM), so tritt dieses Minimum an derselben Stelle in der Reihe der Kräfte deutlicher hervor und es bildet sich ausserdem noch ein in der aufsteigenden Reihe nicht beobachtetes Maximum aus. Beides, das Minimum sowohl als das Maximum, habe ich aber auch nur bei Drahtbündeln constatiren können.

Der Verlauf der Reduction eines PM_a durch Kräfte, welche auf den festliegenden Stab einwirken und kleiner sind als diejenige, welche PM_a erzeugte, ist danach folgender:

Es nimmt DPM mit wachsender Kraft zu bis zu einem Maximum, ab — und zwar sehr schnell — bis zu einem Minimum, steigt langsam zu einem zweiten Maximum an und geht von diesem nochmals etwas herunter. Der rasche Abfall des ersten Maximums zu einem Minimum ist besonders gut in Tab. 11 (2. Wiederholung) zu beobachten. ($W = 40$ und 38).

Ob in der That nur 2 Maxima existiren oder ob bei grösserem Umfange der Kräfte mehrere zu beobachten sind, lasse ich vorläufig dahin gestellt.

Hat der erste Impuls von p das PM_a von P um

einen gewissen Werth reducirt, so kann ein zweiter und folgende Impulse das reducirte PM noch weiter vermindern oder wieder etwas heben. Das letztere fand immer statt in der aufsteigenden Reihe, wenn überhaupt weitere Impulse nach dem ersten noch von merkbarer Wirkung waren, was nur bei stärkeren Kräften der Fall war. Jetzt zeigen sich dieselben auch bei schwächeren Kräften — und zwar bei diesen erst recht — wirksam, indem sie das durch den ersten Impuls reducirte PM noch weiter vermindern. Nur bei solchen Kräften, welche derjenigen, die PM_a erzeugte, nahe liegen, wirkt der zweite Impuls dem ersten entgegen, er erhöht das reducirte PM wieder ein wenig. Durch die Tab. 13, 14 und 15 wird man zu dem Schluss geführt, dass die Wirkung eines zweiten und folgender Impulse durch die des ersten mitbestimmt wird, da dieselben ganz ähnliche Schwankungen verrathen: anfangs negativ, nähert sich J_2 (J_{2-4}) der Null, wächst wieder bis zu einem negativen Maximum und geht sodann durch die Null ins Positive.

Hervorzuheben bleibt noch, dass durch Wiederholung der Impulse nicht etwa die in der Wirkung des ersten Impulses auftretenden Schwankungen (Maxima und Minima) ausgeglichen werden, sondern im Gegentheil nur noch stärker sich ausprägen.

Es liegt nun die Vermuthung nahe, dass der Grund für die Erhöhung der Reductionsfähigkeit eines bei festliegendem Stabe ausgeführten Impulses nicht direct in dem vergrösserten PM_a, sondern in einer hierdurch bedingten Vergrösserung des temporären Moments (2. Abhandlung II, 2) liege. Diese Auffassung widerlegt sich sofort durch die geringen Aenderungen, welche in den bezüglichen Tabellen TM nach der Magnetisirung bei $W=0$ erfährt.

Den gleichen — alleinigen oder doch ganz überwiegenden — Grund wie die Zunahme von $PM_a - PM_f$ hat auch die Abnahme, welche die Differenz $GM_a - GM_f$ nach Magnetisirung bei $W = 0$ aufweist. Sie geht mit der Zu-

nahme von $PM_a - PM_f$ Hand in Hand. [Tab. 9 und 16.] Dabei ist letztere grösser als die Abnahme von $GM_f - GM_a$, so dass auch $TM_f - TM_a$ mit Vergrösserung von PM_a wächst.

III. Einfluss des Oeffnungsextrastroms[1]), der Zeit, während welcher der Strom geschlossen ist und derjenigen, welche auf die Stromöffnung verwandt wird.

Bei den vorher beschriebenen Versuchen wurde die Oeffnung des Stromes durch Herausziehen des zur Magnetisirungsspirale führenden Leitungsdrahtes aus einem Quecksilbernapf ausgeführt, so dass der Oeffnungsextrastrom sich nicht — von dem im Funken sich ausgleichenden Theil abgesehen — ausbilden konnte. Die in Tab. 17 verzeichneten Beobachtungen sollen den Einfluss des Oeffnungsextrastroms, wenn derselbe sich vollkommen ausbilden und die Magnetisirungsspirale durchlaufen konnte, veranschaulichen.

Man verband dazu zwei Quecksilbernäpfe *a* und *b*, durch welche die Zuleitungsdrähte von der Batterie (*B*) gingen, durch ein sehr kurzes und dickes Kupferstück *N* als Parallelleitung zu den Spiralen. Dadurch sank die Stromintensität in den Spiralen, der Tangentenbussole und dem Rheostaten fast auf Null — von dem inducirten Magnetismus blieb nur $^1/_2\,^0/_0$ (Unterschied von 2 und 3) — der Extrastrom aber konnte in der geschlossen bleibenden Leitung zur vollen Entwickelung gelangen. Schliesslich wurde der zur Magnetisirungsspirale führende Draht aus dem Quecksilbernapf *a* entfernt.

---

1) Unter Oeffnungsextrastrom soll hier nicht nur der durch Oeffnung des magnetisirenden Stromes entstehende, sondern auch die durch das Verschwinden des Magnetismus bedingten Inductionsströme, begriffen werden.

Tabelle 17. Spirale II. Eisendrathbündel, Stahl- und Eisenstab sind von gleicher Länge und Dicke. $W = 0$.

	Eisendrathbündel.		Stahlstab.		Eisenstab.	
1. Ausgezogen . . . PM_a	186,0		765,0		146,0	
2. Nebenleitung geschlossen PM_N + Rest von TM	200,0	41,0	770,4	20,6	133,7	48,8
3. Leitung zur Magnetisirungsspirale geöffnet . . PM_N	194,0	49,0	768,0	23,6	128,6	31,4
4. Fest . . . . . PM_f	145,0	39,0	744,4	20,6	97,2	16,3
5. Fest mit Röhre PM_{f+R}	184,0		765,0		113,5	

Das TM des Drathbündels ist $= 1{,}46$,
das des Eisenstabes . . . . $= 1{,}66$, wenn
das des Stahles . . . . . $= 1$ gesetzt wird.

Es ersetzt also die magnetisirende Kraft des Extrastromes beim Eisendrathbündel den durch die Stromöffnung bei festliegendem Bündel sonst entstehenden Verlust, und erzeugt noch $8{,}0^{sc}$. Bei dem Stahlstabe sind es statt 8 nur 3^{sc} und bei dem Eisenstabe ist der Extrastrom nicht hinreichend, den Verlust von $48{,}8^{sc}$ zu decken, er ersetzt nur $31{,}4^{sc}$.

Auch die in der Messingröhre inducirten Ströme haben die grösste Wirkung bei dem Eisendrathbündel, eine geringere bei dem massiven Eisen- und Stahlstabe, wobei wieder ihre Wirkung bei Stahl die bei Eisen etwas übertrifft.

Ich habe weiter eine Reihe von Versuchen angestellt, bei welchen die Unterbrechung des Stromes nicht an Quecksilber sondern an Kupfer bewerkstelligt wurde.

Dieselben ergaben, dass im letzteren Falle der Unterschied $PM_a - PM_f$ etwas, nämlich um 2—3 Proc. grösser war, als bei der Oeffnung an Quecksilber. Nachdem die vorigen Versuche die bedeutende magnetisirende Kraft des Extrastromes dargethan hatten, war dieses Resultat zu erwarten. Denn bei der Oeffnung an Kupfer wird wegen der geringeren Menge mitgeführter Theilchen auch ein

kleinerer Theil des Extrastromes sich ausgleichen können, als an Quecksilber.

Die folgenden Zahlen zeigen, dass es durchaus gleichgültig ist, ob man den Leitungsdrath bei Oeffnung des Stromes sehr rasch oder nur ganz allmählich aus dem Quecksilber heraushebt.

Tabelle 18. Eisenstab. Sp. II.

Ruhelage 302,0. $W = 0$ ausgezogen $PM_a = 390,5$, fest . . . $PM_f = 344,0$ } DPM 46,5.

sehr rasch geöffnet.

$PM_a = 388,0$, $PM_f = 344,0$ } 44,0,	$PM_a = 387,5$, $PM_f = 344,0$ } 43,5,	$PM_a = 390,0$, $PM_f = 345,0$ } 45,0.
langsam	rasch	langsam.

Endlich war zu beobachten, dass selbst bei den (im Verhältniss zur Länge) dicksten Stäben der Strom nur eine sehr kurze Zeit geschlossen zu sein brauchte, um die gleiche Reduction des PM_a wie bei länger dauernder Schliessung zu erhalten. Es genügte, den Drath so geschwind als nur möglich in das Quecksilber einzutauchen und im selben Augenblicke wieder herauszuziehen. Unter der Voraussetzung einer momentanen Entwickelung des Magnetismus fand sich diese Zeit, bestimmt aus dem ersten Ausschlage des Magnetometers, seiner constanten Ablenkung und seiner Schwingungsdauer, zu 0,05″.

IV. Das PM_a einer grössten Kraft P ist reducirt durch Kräfte p (1 Impuls): $0 < p \leqq P$. Verhalten des so erzeugten PM_f gegen Kräfte p': $0 < p' \leqq P$.

a) wenn bei p' der Stab ausgezogen wird.

Tabelle 19. Drathbündel von Eisen. Sp. II. $P : W = 0$, $p = P$.

p'	Erhöhung des PM_f:	p'	Erhöhung des PM_f:
$W = 70$	1,6sc	$W = 8$	24,0sc
50	9,5	5	29,0
30	13,2	3	32,0
20	13,0	1	41,4
12	21,1	0	43,6.

In diesem Falle erhöht also die Kraft p' das reducirte PM, um so mehr, je grösser sie ist.

b) wenn bei p' der Stab fest in der Spirale liegt.

Tabelle 20. Eisendrathbündel, s. Tab. 10. $P : W = 0$, $p = P$. Sp. II.

p'	Erhöhung des PM_f:	p'	Erhöhung des PM_f:
$W = 100$	4,2 sc	$W = 5$	7,2 sc
40	6,8	2	5,3
20	8,8	1	4,5
10	7,5	0	3,2.

Tabelle 21. Eisendrathbündel. S. Tab. 11. $P : W = 0$. $p = P$. Sp. II.

p'	Erhöhung des PM_f:	p'	Erhöhung des PM_f:
$W = 100$	1,8 sc	$W = 12$	4,8 sc
70	2,8	8	4,0
50	3,4	5	3,6
30	3,6	0	1,6.
20	4,5		

Bei diesen Versuchen ist PM_f constant. Wirken auf dasselbe kleinere Kräfte p' bei festliegendem Stabe, so erhöhen dieselben das reducirte PM, und zwar wächst die Zunahme anfangs mit wachsender Kraft, erreicht einen grössten Werth und nimmt bis zu derjenigen Kraft, welche das PM_f erzeugte (hier der grössten, welche überhaupt angewandt ist), wieder ab. Das Gleiche hat sich bei Versuchen mit Spirale I ergeben.

In den Versuchen der folgenden Tabelle ist dagegen auch die reducirende, PM_f erzeugende Kraft variirt.

Tabelle 22. Drathbündel von Eisen. Sp. II. Ruhelage 736.

	P	p	p'	
	$W = 0$ ausgez.	$W = 1{,}5$ fest	$W = 0$ fest	
PM	916	876,5	882,0	$D + 5{,}5$.
	$W = 0$ ausgez.	$W = 8$ fest	$W = 0$ fest	
PM	916	875,8	881,3	$D + 5{,}5$.
	$W = 0$ ausgez.	$W = 70$ fest	$W = 0$ fest	
PM	916	906,2	879,5	$D - 26{,}7$.
	$W = 0$ ausgez.	$W = 0$ fest	$W = 0$ fest	
PM	916	879,7	881,3	$D + 1{,}6$.

Hier ist $p' \gtrless p$. Dann erfolgt also bei p' theils ein Anwachsen des durch p reducirten PM, theils eine weitere Abnahme. Es kommt PM auf den Werth, welchen es auch durch sofortige Wirkung von p' auf PM_a bei festliegendem Stabe erhalten hätte.

Ferner wurde beobachtet:

	PM		PM
$W = 0$ ausgezogen . .	916	$W = 0$ ausgezogen . .	916
$W = 8$ fest	877,0	$W = 1{,}5$ fest	875,0
$W = 3{,}7$ fest	874,0	$W = 3{,}7$ fest	880,2.

$W = 1{,}5$ und $W = 8$ reduciren PM_a ($W = 0$) um die merklich gleiche Grösse. Die so erhaltenen, scheinbar ganz gleichen (nämlich gleich grosse magnetische Momente ergebenden) Zustände werden aber sofort unterschieden durch die Wirkung, welche $W = 3{,}7$ fest ausübt: Im ersteren Falle wirkt $W = 3{,}7$ vermindernd, im zweiten vergrössernd auf PM ein.

Der folgende Abschnitt wird hierzu Analoga liefern.

Tabelle 23. Eisenstab, ausgeglüht. $L = 199$. $D = 5{,}5$. $E = 406$. Die Impulse geschehen sämmtlich bei festliegendem Stabe. Sp. I.

		Nach einem Impulse mit $W = 5$ ist $PM = 36{,}0$:		Nach einem Impulse mit $W = 2$ ist $PM = 40{,}5$:	
$W = 10.$	$PM_1 = 31{,}0$ sc	$W = 10.$	$PM_1 = 40{,}8$	$W = 10.$	$PM_1 = 45{,}1$
	$PM_2 = 33{,}0$		$PM_2 = 41{,}8$		$PM_2 = 46{,}5$
	$PM_6 = 34{,}8$		$PM_6 = 42{,}6$		$PM_6 = 48{,}5.$

Tabelle 24. Eisenstab, ausgeglüht. Sp. II. Sämmtliche Impulse werden bei festliegendem Stabe ausgeführt. PM bedeutet das nach einer grösseren Zahl von Impulsen erhaltene permanente Moment.

	PM		PM
$W = 20.$	10,0 sc		
$W = 10.$	14,5	$W = 20.$	19,0
$W = 5.$	23,5	$W = 20.$	29,0
$W = 2.$	29,0	$W = 20.$	40,0
$W = 0.$	40,3	$W = 20.$	46,0.

Während in den Tabellen 19—22 die Einwirkung kleinerer Kräfte auf ein PM_f untersucht ist, welches aus dem zugehörigen PM_a durch Festlegung des Stabes gebildet wurde, wirken hier alle Kräfte nur bei festliegendem Stabe. Wenn demnach (Tab. 24) nach $W=10$ wieder $W=20$ angewandt wird, so hat — für die Beobachtung wenigstens — ein grösseres PM, als $W=20$ es jetzt vorfindet, (14,5^{sc}) nicht bestanden; trotzdem erhöht jetzt $W=20$ das von $W=10$ herrührende PM (um 4,5^{sc}), ebenso nachher das von $W=5$, 2 und 0 erzeugte. Die weitere Ausführung siehe in Abschnitt VI.

V. Beweis einer besonderen Eigenartigkeit des Zustandes, welcher durch die Magnetisirung bei festliegendem Stabe resultirt.

Ein durch eine Kraft P erzeugtes PM_a kann auf drei Arten reducirt werden:

1) Man setzt den Stab, aber fest in der Spirale liegend, der Wirkung von P aus. PM_f.
2) Man unterwirft den Stab einer Kraft p von entgegengesetztem Vorzeichen wie P. PM_c.
3) Man erschüttert den Stab. PM_e.

Im Folgenden ist nun versucht worden, durch passende Auswahl der Kraft p resp. durch geeignete Erschütterungen dem Stabe ebenso viel permanenten Magnetismus zu entziehen, als der Verlust durch Festlegung in der Spirale betrug, so dass also $PM_f = PM_c = PM_e$ wurde. Darauf liess man auf den Stab eine Kraft $p' < P$, von dem gleichen Vorzeichen wie P einwirken, so dass sie das reducirte RM wieder vergrösserte.

Tabelle 25. Eisenstab. Sp. I. $P : W = 1{,}5$. $PM_a : 24^{sc}$. Die Reduction des PM_a ist als Mittel sehr wenig abweichender Werthe $= 7{,}1^{sc}$, so dass $PM_f = PM_c = PM_e = 17^{sc}$.

$p : W = 70$.

	p':	$W=70$	$=20$	$=10$	$=10$	$=10$
Erhöhung des	PM_f	0	0,7	2,2	1,8	1,8
	PM_c	1,6	4,1	5,5	—	5,5
	PM_e	—	—	—	4,6	7,7.

Tabelle 26. Eisenstab. S. Tab. 1. Sp. II. **Magnetisirt** mit $W = 0$. $PM_a = 88^{sc}$. $p' : W = 8$. GM bezieht sich auf p', ebenso PM_a.

$PM_e = 61{,}5$	$PM_e = 58{,}0$	$PM_e = 62{,}5$
$GM_f = 482$	$GM_f = 481$	$GM_a \,.\, J_1 = 472$
	$PM_a = 83{,}5$	$J_3 = 467$
		$PM_a = 84{,}8.$
$PM_f = 60{,}5$	$PM_f = 61{,}5$	$PM_f = 61{,}5$
$GM_f = 471$	$GM_f = 472$	$GM_a \,.\, J_1 = 462$
$PM_a = 74{,}5$	$PM_a = 78{,}0$	$J_3 = 458$
		$PM_a = 80{,}0.$

Tabelle 27. Eisendrathbündel. S. Tab. 10. Sp. II. Magnetisirt bei $W = 0$. $p : W = 170$. $p' : W = 5$ resp. $W = 0$.

$W = 5$. $PM_f = 156{,}5$, $PM_a = 184{,}7$ $\Big\} D = 28{,}2.$ $\quad$ $PM_e = 157{,}4$, $PM_a = 205{,}4$ $\Big\} D = 47{,}9.$

$W = 5$. $PM_e = 150{,}0$, $PM_a = 198{,}2$ $\Big\} D = 48{,}2.$

$W = 0$. $PM_f = 156{,}0$, $PM_a = 205{,}5$ $\Big\} D = 49{,}5.$ $\quad$ $PM_e = 157{,}0$, $PM_a = 203{,}0$ $\Big\} D = 46{,}0.$

Also: Wenn die Reduction des permanenten Momentes PM_a durch Wirkung von P bei festliegendem Stabe erfolgt ist, so bringt eine, im Sinne von P wirkende (kleinere) Kraft p' eine geringere Steigerung hervor, als wenn PM_e durch Erschütterung oder entgegengesetzten Strom um gleichviel reducirt war. Auch nach Anwendung wiederholter Impulse von p' bleibt noch ein merklicher Unterschied bestehen (Tab. 26). Es gleicht sich derselbe mehr und mehr aus, je näher p' an P liegt (Tab. 25 und 27). In den GM von p' zeigen sich ähnliche Unterschiede, mag bei p' der Stab festliegen oder ausgezogen werden: GM ist kleiner, wenn p' auf PM_f, als wenn es auf PM_e wirkt (Tab. 26).

Die Versuche beweisen demnach, dass der Zustand, wie er durch die Magnetisirung bei festliegendem Stabe erzeugt wird, wohl unterschieden werden muss von denen, welche man durch Reduction eines PM_a vermittelst Er-

schütterung oder eines conträren Stromes erhält, auch wenn in allen dreien das magnetische Moment das gleiche ist.

VI. Verhalten verschiedener permanent magnetischer Zustände gegen Erschütterungen.

Nach mehrfachen Vorversuchen habe ich gefunden, dass man, um dem Stabe durch Erschütterung einen Verlust an permanentem Momente zu ertheilen, in einfachster Weise zu sehr constanten Resultaten gelangt, wenn man den horizontal gehaltenen Stab aus geringer Höhe, aber dann öfters, auf die Tischplatte auffallen lässt. Ein constantes Endmoment, ein Maximum des Verlustes wurde häufig schon nach dreimaliger Wiederholung erreicht.

Tabelle 28. Eisenstab. Länge = 200 mm. Dicke = 5 mm. $A = 7{,}74$. Sp. I.

$W=$	7.	3.	0.	$\frac{\text{Verlust}}{PM_a} \cdot 100$
PM_a	65,0	80,0	87,0	67,0, 68,0, 71,3
Verlust durch Erschütterung	43,5	54,3	62,0	
				$\frac{\text{Verlust}}{PM_f} \cdot 100$
PM_f	58,0	67,0	73,0	58,6, 54,5, 55,3
Verlust durch Erschütterung	34,0	36,5	40,4	

Tabelle 29. Eisenstab. $L = 130$. $D = 5$. Sp. II.

W	PM_a	PM_f	$\frac{PM_a - PM_f}{PM_a} \cdot 100$	Verlust durch Erschütterung PM_a	Verlust durch Erschütterung PM_f	$\frac{\text{Verlust}}{PM_a} \cdot 100$	$\frac{\text{Verlust}}{PM_f} \cdot 100$
25	53 sc	24 sc	54,7	30,8	5,0	58 %	21,0 %
15	79	28	64,6	47,3	6,2	60	22,0
10	100	36	64,0	57,2	9,2	57	25,6
5	126	50	60,0	70,6	10,2	56	20,0
0	168	83	51,0	90,0	18,0	54	21,7

Tabelle 30. Ein dem vorigen in den Dimensionen gleicher Stab von etwas grösserem specifischem Gewichte. Sp. II. Die Versuche sind in der angegebenen Reihenfolge angestellt.

$W = 15$ wirkt auf den ausgeglühten Stab.

W = 15. Zur Sättigung magnetisirt bei
festliegendem Stabe . . . . $PM_f = 45{,}5$ ∝
Verlust durch Erschütterung . . . . = 13,5.

Es bleiben 32,0 ∝.

Stab mehrmals ausgezogen $PM_a = 88{,}6$
Verlust durch Erschütterung . . . . = 53,4.

Es bleiben 35,2 ∝.

Fest . . . . . $PM_f = 45{,}0$
Verlust durch Erschütterung . = 15,0.

$W = 0$. Zur Sättigung magnetisirt bei
festliegendem Stabe . . . . $PM_f = 98{,}6$
Verlust durch Erschütterung . . . . = 23,9.

Es bleiben 74,7 ∝.

Stab mehrmals ausgezogen . . $PM_a = 178{,}3$
Verlust durch Erschütterung . . . . = 98,3.

Es bleiben 80,0 ∝.

Fest . . . . . $PM_f = 98{,}4$
Verlust durch Erschütterung . = 25,0.

$W = 0$ ausgezogen, darauf $W = 50$ in
entgegengesetzter Richtung $PM = 89{,}5$
Verlust durch Erschütterung . . . . = 21,0.

Es bleiben 67,5 ∝.

$W = 0$ ausgezogen, darauf $W = 60$ in
entgegengesetzter Richtung $PM = 104{,}0$
Verlust durch Erschütterung . . . . = 29,5.

Es bleiben 74,5 ∝.

$PM_f : \frac{\text{Verlust durch Erschütterung}}{PM_f} . 100 = 29{,}7$ bei $W = 15$ und $= 24{,}2$ bei $W = 0$.

$PM_a : \frac{\text{Verlust durch Erschütterung}}{PM_a} . 100 = 60{,}3$ „ „ „ $= 55{,}1$ „ „

$PM_c : \frac{\text{Verlust durch Erschütterung}}{PM_c} . 100 = 23{,}5$ für $W = 50$ und $= 28{,}4$ für $W = 60$.

Die Versuche ergeben, dass sowohl bei den PM_a wie bei den PM_f die Grösse der durch die gleiche Erschütterung

zu erreichenden Reduction mit PM wächst: drückt man den Verlust, $PM - PM_e$, in Procenten des vorher bestandenen PM_a resp. PM_f aus, so erhält man, vorausgesetzt, dass dieses das grösste, bis dahin inducirte Moment darstellt, eine anfängliche Zunahme, welche nach Erreichung eines Maximums in eine Abnahme übergeht. Doch sind die Veränderungen gering. Entspricht aber PM nicht der grössten zur Wirkung gekommenen Kraft, sondern ist es bereits durch einen conträren Strom reducirt, so complicirt sich die Erscheinung dadurch, dass der frühere, stärker permanent magnetische Zustand einen Einfluss ausübt. Die Wirkung der Erschütterung ist jetzt geringer, $\frac{PM - PM_e}{PM}$ nimmt ab mit abnehmendem PM, der durch die Erschütterung eintretende Verlust vermindert sich in viel stärkerem Verhältnisse, als der Abnahme von PM_a auf PM_e entspricht.

Vergleichen wir nun das Verhalten eines PM_a gegen Erschütterungen mit dem eines PM_f! PM_a wird überall bedeutend mehr reducirt, als ein PM_f von gleicher Grösse, und zwar nicht allein dann, wenn von PM_f bereits ein grösseres PM_a bestanden hatte (Tab. 28 und 29), sondern auch dann, wenn PM_f das grösste bis dahin inducirte Moment war (Tab. 30).

Es fragt sich nun, ob man hieraus den nämlichen Schluss ziehen darf, welcher im vorigen Abschnitte aus den dort beschriebenen Versuchen gezogen wurde: dass PM_a und PM_f nicht nur quantitativ, sondern qualitativ durchaus verschiedene Zustände sind.

Wenn gezeigt ist, dass ein PM_a verschieden stark durch Erschütterung reducirt wird, je nachdem es das grösste bis dahin inducirte oder aus einem grösseren durch einen in conträrer Richtung geleiteten Strom gebildet ist, so sollte man diese Abhängigkeit von früheren Zuständen auch bei PM_f wiederfinden. Nun ist aber die Reduction eines PM_f nicht verschieden in den beiden Fällen, wo es vor PM_a und grösser als jedes vorher ge-

bildete PM_a und wo es nach PM_a aus diesem gebildet ist (Tab. 30 bei $W = 15$ und bei $W = 0$).

Man wird also zu der Alternative geführt: Entweder es ist PM_f, wenn der Stab bereits vorher das zugehörige PM_a besass, doch nicht von diesem abhängig, oder aber der Zug, welchen ein vorher gebildetes grösseres PM ausübt, indem es die Wirkung einer Erschütterung vermindert, besteht auch dann schon, wenn PM_f nicht aus PM_a gebildet war, sondern das grösste bis dahin inducirte PM repräsentirte, wenn also der Stab entweder nur in der Spirale festliegend magnetisirt wurde oder doch das Intervall zwischen den Kräften ein so grosses war, dass das PM_f der grösseren das PM_a der nächst vorhergehenden kleineren Kraft übertraf.

Zur Entscheidung dienen die Versuche, Tab. 23 und 24.

Wenn nämlich ein Stab mit einem gewissen PM einer Kraft p unterworfen wird und es vergrössert diese das PM, so kann der Grund nur einer der folgenden sein:

1) Entweder es ist p grösser als alle Kräfte, welche bis dahin gewirkt hatten.

2) Oder es ist p zwar kleiner als die grösste angewandte Kraft P, aber

a. es hat P nicht mit einer genügenden Zahl von Impulsen gewirkt, oder

b. es ist auf irgend welche Art (durch Erschütterng, conträre Ströme) PM von einem grösseren Werthe auf den jetzigen kleineren reducirt worden.

Fall 1) schliessen wir aus. Der Grund 2a könnte in Tabelle 23 der wirksame gewesen sein, da dort $W = 5$ und $W = 2$ nur mit einem Impulse gewirkt hatten; er ist es aber nicht, da p ($W = 10$) den Kräften $W = 5$ und $W = 2$ zu viel an Intensität nachsteht, um die von letzteren inducirten PM um so viel, als dort beobachtet wurde, erhöhen zu können.

Demnach bleibt zur Erklärung der in Tab. 23 und 24 geschilderten Versuche nur der Grund 2b.

Man würde so zu der Ansicht geführt werden, dass ein PM_f sich stets erst aus dem zugehörigen PM_a bildet, dass PM_f eine besondere Form eines durch conträren Strom oder Erschütterung reducirten PM_a darstellt. Nachdem aber im V. Abschnitte gezeigt ist, dass durch conträren Strom oder Erschütterung wesentlich verschiedene Zustände erzeugt werden von dem, welchen man durch Magnetisirung bei festliegendem Stab erhält, so verbleibt, um zu einer Erklärung zu gelangen, als einziger Ausweg der folgende:

Wenn eine Kraft P auf den ausgezogenen Stab mit ihrem Sättigungsimpulse gewirkt hat, so repräsentirt das erzeugte PM einen Gleichgewichtszustand, welcher für alle mit P gleichgerichteten Kräfte $p: 0 < p \leqq P$ — vorausgesetzt, dass der Stab immer ausgezogen wird, stabil ist. Stabilität des Gleichgewichts findet nicht mehr statt, sobald PM durch Erschütterung oder conträren Strom reducirt worden ist. Die Molecularmagnete nähern sich unter Wirkung einer Kraft p der vorher inne gehabten, einem grösseren PM entsprechenden Lage wieder an.

Da aber nach dem über das Verhalten von PM_f Gefundenen dieser Zug nach der Seite grösseren Momentes nicht allein dann wirkt, wenn das grösste Moment PM_a gebildet war und darauf erst ein Impuls bei festliegendem Stabe folgte, sondern auch dann schon, wenn nur temporär ein grösseres Moment bestanden hat, so ist nur eine Auffassung zulässig: dass nämlich sofort mit beginnender Wirkung einer magnetisirenden Kraft, sofort mit beginnender Drehung der Molecularmagnete aus ihren bisherigen Gleichgewichtslagen die permanente Aenderung der Gleichgewichtslagen, d. h. das permanente Moment der Kraft, sich ausbildet und seinen Einfluss auf das temporäre Moment, wie er in der 2. Abhandlung bewiesen ist, geltend macht. Zu der Zeit, wo unter der Wirkung des 1. Impulses einer Kraft P ein gewisses GM_1 beobachtet wird, sind bereits die Gleichgewichtslagen der Molecularmagnete im Sinne dieser Kraft verschoben, ist

bereits die Resultirende aller auf einen einzelnen unter ihnen von den ihn umgebenden ausgeübten Kräfte entsprechend dem PM_1 von P geändert.

Hierdurch dürfte das Verhalten eines PM_f gegen Erschütterung im Vergleich mit dem eines PM_a vollkommen erklärt sein. Eine Verschiedenheit der beiden Zustände, wie sie aus Abschnitt V unwiderleglich hervorging, ergibt sich demnach hieraus nicht.

VII. Schlussbetrachtungen.

Wenn ich zum Schluss dieser Abhandlung noch einen kurzen Rückblick auf die gewonnenen Resultate werfe, so wird es zugleich an der Zeit sein, auf Grund derselben die Eingangs gestellte Frage zu beantworten, ob es rein secundäre Ursachen sind, welche die beschriebenen Erscheinungen veranlassen, oder ob eine Erklärung derselben direct aus unseren hypothetischen Vorstellungen vom Wesen des Magnetismus möglich ist.

Im Beginne meiner Arbeiten habe ich das Letztere möglichst von der Hand gewiesen, im weiteren Verlaufe jedoch immer mehr die Ueberzeugung gewonnen, dass eine weitere Verfolgung dieser Untersuchungen für die Entwickelung und Präcisirung der Theorie Material liefern müsse. Zudem konnte ein Anschluss an die theoretischen Vorstellungen für eine passende Auswahl der Versuche nur von Nutzen sein.

Wenn schon v. Waltenhofen aus seiner Beobachtung den Schluss zog, dass die Theorie der drehbaren Molecularmagnete durch dieselbe eine Bestätigung finde, so wird diese Ansicht Waltenhofen's durch die Gesammtheit meiner Resultate über jeden Zweifel erhoben. Viele derselben lassen sich aus der Theorie vollkommen erklären, von anderen vermag ich ihren Zusammenhang mit der Theorie vorläufig noch nicht genügend zu übersehen.

Wenn die magnetisirende Kraft nicht allmählich, wie es beim langsamen Einschieben des Stabes in die vom

Strom schon durchflossene Spirale der Fall ist, bis zu ihrer vollen Stärke anwächst, sondern fast plötzlich, wie es geschieht, wenn der Stab bei Stromschluss sich schon in der Mitte der Spirale befindet, ihren constanten Endwerth erreicht, so schwingen die Molecularmagnete über die Gleichgewichtslagen, welche sie im ersten Falle einnehmen würden, hinaus, verlieren ihre lebendige Kraft allmählich durch einen ihre Bewegung hemmenden (Reibungs-) Widerstand (vgl. die 2 Abh. III) und werden so in Lagen stärkeren Momentes festgehalten.

Geht die magnetisirende Kraft nicht allmählich, wie bei dem ersten Verfahren, auf den Nullwerth herunter, sondern wird, während der Stab noch in der Spirale liegt, der Strom unterbrochen, so schwingen die Molecularmagnete ebenfalls über ihre natürlichen Gleichgewichtslagen hinaus und kommen so nach Verlust ihrer lebendigen Kraft in Stellungen zur Ruhe, welche ein geringeres permanentes Moment repräsentiren.

Man kann vermuthen, dass die bei festliegendem Stabe erhaltenen GM und PM, welche resp. grösser und kleiner als die bei ausgezogenem Stabe zu erreichenden sind, durch Erschütterungen in die letzteren übergeführt werden können. Die der Ausführung entgegenstehenden Schwierigkeiten liegen in dem Umstande, dass die Erschütterung sonst (im allgemeinen immer, vgl. die 2. Abh. III) dieselbe Wirkung hat, wie das Festlegen des Stabes in der Spirale, da sie ebenfalls GM zu vergrössern, PM zu verkleinern strebt. An der Möglichkeit der Ausführung ist wohl kaum zu zweifeln, nachdem G. Wiedemann gezeigt hat[1]), dass ein durch einen conträren Strom magnetisirter Stab durch Erschütterung einen Theil seines früheren Magnetismus wieder annehmen kann, und die Versuche des letzten Abschnittes für PM_f das Vorhandensein eines nach der Seite grösseren Momentes hin gerichteten Zugs nachgewiesen haben. Immerhin besitzt aber nach Abschnitt V

1) Pogg. Ann. C. p. 241.

ein PM_f eine grössere Stabilität als ein PM_e, es setzt einer nach der Richtung von PM_a wirkenden Kraft einen grösseren Widerstand entgegen, dürfte also auch gegen Erschütterungen, welche auf Herstellung des PM_a zielen, unempfindlicher sein.

Es war weiter denkbar, wenn auch nach den früher (2. Abh.) gemachten Erfahrungen wenig wahrscheinlich, dass sich ein PM_f, wenn der Stab ruhig, ohne mechanische und magnetische Einflüsse, in der Spirale verblieb, allmählich wieder etwas erheben könnte. Einige Versuche lieferten aber ein negatives Resultat.

Wenn wir aber den Grund der Erscheinungen in dem Wesen des Magnetismus selbst suchen, so muss erstens die innere Beschaffenheit des Körpers von Einfluss sein: Der Stahl, in welchem wir das Vorhandensein stärkerer, der Bewegung der Molecularmagnete widerstehender Kräfte voraussetzen, muss die Erscheinungen durchaus in geringerem Grade als weiches Eisen zeigen. In der That sehen wir auch den Unterschied der PM_a und PM_f bei Stahl nur einen geringen Bruchtheil von PM bilden, der Unterschied der GM aber der Null gleich.

Weiter aber soll dann auch die äussere Form des Körpers von maassgebendem Einfluss sein.[1]) Wächst das Verhältniss der Dicke zu seiner Länge, so wächst auch die Resultirende der Kräfte, welche auf einen Molecularmagneten von allen übrigen ausgeübt werden und der äusseren magnetisirenden Kraft entgegenwirken. Compactere Stäbe müssen darum im Verhältniss grössere Unterschiede von PM_a und PM_f zeigen, weil die rückgängige Bewegung der Theilchen bei Aufhebung der magnetisirenden Kraft lebhafter ist.

Man muss weiter erwarten, dass die Unterschiede

1) Der Ansicht, dass die Geschwindigkeit des Entstehens und Verschwindens des Magnetismus von der Form des Magneten beeinflusst wird, hat sich schon Hr. Beetz auf Grund seiner Beobachtungen, Pogg. Ann. CV. (unter Nr. 29) nicht verschliessen können.

DGM und *DPM* von *TM*, also von der Grösse der Bewegung der Theilchen abhängig sind, nämlich mit dieser wachsen. Es nimmt nun in der That in der aufsteigenden Reihe mit wachsender Kraft *DPM* zu (über die anfangs auftretende Abweichung hiervon siehe nachher), erreicht aber einen constanten Werth; obwohl *TM* noch zunimmt. Das Verhalten von *DPM* in der aufsteigenden Reihe der Kräfte kann aber schon darum nicht entscheidend sein, weil hier auch *PM* selbst sich verändert, also zugleich *PM* und *TM* ihren Einfluss geltend machen. Um also den von *TM* allein zu erhalten, ist die Voraussetzung eines constanten *PM* erforderlich.

Dabei zeigte sich nun aber, dass zwar mit wachsender Kraft (*TM*) ein Anwachsen der Reduction beobachtet wird, wenn man die Intervalle zwischen den Kräften gross wählt, dass jedoch bei sorgfältigerer, kleineren Intervallen folgender Beobachtung deutliche Maxima und Minima eintreten; nicht jedoch bei massiven Stäben, sondern nur bei Eisendrahtbündeln.

Eine Erklärung dieser Erscheinung wird ohne eine besondere Annahme über die Art und Weise, wie die Molecularmagnete bei plötzlicher Veränderung der wirkenden Kräfte aus einem Gleichgewichtszustande in einen anderen übergehen, nicht möglich sein. Die Annahme, von welcher ich glaube, dass sie von den beobachteten Vorgängen Rechenschaft gibt, ist aber keine andere, als dass eine neue Gleichgewichtslage von den Molecularmagneten nur erst nach einer Reihe von Oscillationen um dieselbe erreicht wird. Diese, in Verbindung mit der ohnehin schon in unsere hypothetischen Vorstellungen eingeführten Annahme eines (Reibungs-)Widerstandes reicht zur Erklärung aus.

Die in Rede stehende Erscheinung erinnert nun aber sofort an die Magnetisirungsvorgänge bei der Entladung einer Leydener Flasche. Sie hat das vor der letzteren voraus, dass sie bedeutend einfacher und leichter zu übersehen ist.

Sehen wir jedoch von allen Umständen, welche die Wirkung einer electrischen Entladung verwickeln, ab. nehmen wir an, dieselbe sei einfach, nicht alternirend. und gehe durch einen geradlinig ausgespannten Draht, senkrecht zu welchem in verschiedenen Entfernungen eine Reihe gleicher Stahlnadeln aufgestellt ist, so erhalten wir nach Savary[1]) regelmässige Schwankungen der Momente bei den in successive zunehmender Entfernung aufgestellten Nadeln (auf welche demnach die magnetisirende Kraft des Entladungsstromes mit abnehmender Intensität wirkte). Trotz auffälliger Analogien bleibt diese Erscheinung doch ungleich verwickelter als die von mir studirte, bei der Schliessung oder bei der Oeffnung eines constanten galvanischen Stromes zu beobachtende. Doch hoffe ich, dass mich die letztere in den Stand setzen wird, demnächst auch für die Erklärung der ersteren, besonders was den Einfluss der Dicke der Nadeln und die Wirkung der Metallhülsen (nach Savary) und die gleichbedeutende der Nebenschliessungen (nach Riess[2])) betrifft, eine sichere Grundlage zu schaffen.

Wenn sich, wie erwähnt, die Schwankungen nur bei Drahtbündeln, nicht aber bei massiven Eisenstäben gezeigt haben, so ist darin der ausgleichende Einfluss der Ströme zu erkennen, welche bei der Stromöffnung in der Masse des Eisens selbst inducirt werden. (Vgl. das unten über den Einfluss desselben bei der Schliessung des Stromes Gesagte.)

Sehr ausgesprochen ist der Einfluss, welchen eine Vergrösserung von *PM* auf die Grösse von *DPM* hat. Es wächst letzteres durchweg mit *PM*. Es ist klar, dass diese Vorgänge in nahem Zusammenhange mit den Erscheinungen stehen müssen, welche ich in II, 2 der 2. Abh. beschrieben habe, und welche einen Blick in die Veränderungen eröffneten, welche die inneren magnetischen Kräfte

1) Ann. de chim. et phys. 2. XXXIV.
2) Pogg. Ann. CXXII. p. 304.

durch Aenderungen des permanenten Momentes erleiden. Dort ist gezeigt, dass eine Vergrösserung desselben sowohl eine Zu- als eine Abnahme dieser Kräfte veranlassen kann, welche der äusseren magnetisirenden Kraft entgegenwirken. Bei den jetzt beschriebenen Versuchen ist mir also nur der Nachweis einer Zunahme mit wachsendem PM gelungen.

In einer Hinsicht aber erfüllen die vorstehenden Resultate vollkommen die Forderungen der Theorie:

Wenn DPM mit wachsendem PM grösser wurde, so musste sich das zugehörige DGM kleiner ergeben, denn das Eine ist die nothwendige Folge des Anderen.

Es bietet ferner auch die in Abschn. IVb. Tab. 20 und 21 beschriebene Erscheinung der Erklärung keine Schwierigkeit: Ein constantes PM_f wird durch kleinere Kräfte p, die auf den festliegenden Stab wirken, um Werthe erhöht, welche mit wachsendem p bis zu einem Maximum ansteigen und darauf wieder abnehmen. Der Erhebung des PM_f günstig ist eine durch Wirkung von p erfolgende grössere Näherung der Molecularmagnete an ihre früheren Einstellungen, ungünstig ist die durch eine grössere Excursion bedingte grössere Geschwindigkeit, mit welcher sie sich bei Aufhebung von p zurückbewegen. So kommt es, dass eine gewisse Kraft, d. h. eine gewisse mittlere Entfernung der Theilchen aus ihren augenblicklichen Gleichgewichtslagen das Maximum der Wirkung ausübt.

Fassen wir nun die Differenzen $GM_f - GM_a$ ins Auge, so bestätigen diese die vorhin aus der Theorie gezogenen Folgerungen zum Theil gar nicht. Es ist der Extrastrom, welcher die bei der Schliessung des magnetisirenden Stromes beobachteten Erscheinungen in hohem Maasse verwirrt. Der bedeutende Einfluss des Oeffnungsextrastromes konnte durch den Versuch erwiesen werden, er zeigte sich am wirksamsten bei Stahl und bei Drahtbündeln. Was aber von dem Oeffnungsextrastrom gilt, muss auch von dem Schliessungsextrastrom, wenngleich nicht in demselben Maasse, gelten. Er verzögert die schon lang-

samere Bewegung der Stahlmolecüle so sehr, dass *DGM* der Null gleich wird. Dieselbe Wirkung hat er bei einem Eisendrahtbündel, dessen Verhalten in vielen Beziehungen dem eines Stahlstabs analog ist. Ohne ihn müsste *DGM* grösser sein bei dünnen Drähten als bei massiven Stäben. — Das Gleiche sollte man auch deshalb erwarten, weil bei dem Drahtbündel die in der Masse eines Eisenkerns selbst inducirten Ströme fortfallen —, da bei jenen die der Magnetisirung entgegenstehenden inneren Kräfte kleiner sind, die Molecularmagnete also bei Stromschluss ihren neuen Lagen mit grösserer Geschwindigkeit zueilen.

Bei der Schliessung des Stromes geht demnach der Einfluss des Extrastromes dahin, die Bewegung der Theilchen zu verzögern, Unterschiede, welche zwischen verschiedenen Körpern bestehen, auszugleichen.

Zu demselben Resultate ist Hr. Beetz[1]) gekommen, als er das Ansteigen des Magnetismus in Körpern verschiedener Gestalt, die bis zur Erreichung eines constanten Moments erforderliche Zeit maass. Er fand das Ansteigen des Magnetismus eben nicht verschieden in den Körpern der verschiedensten Form und schloss daraus, dass auf dasselbe der Extrastrom der Schliessung von einem Einfluss sei, gegen welchen der Einfluss der in den Eisenkernen inducirten Ströme oder der Zeit, welche die Molecularmagnete zu einer Ortsveränderung gebrauchen, verschwindet.

Ebenso wie *DPM* so ist auch *DGM* von *TM* abhängig. Es zeigt das die Tab. 8I, wo bei constantem *PM* *DGM* mit *TM* wächst. Das Verhalten von *DGM* in der aufsteigenden Reihe der Kräfte dagegen wird sowohl von dem Einfluss der wachsenden *TM* wie auch durch den der *PM* beherrscht. Es nimmt *DGM* mit wachsendem *PM* ab, mit *TM* aber zu, woraus sich vielleicht die in der aufsteigenden Reihe schliesslich beobachtete kleine Abnahme theilweise erklärt.

1) A. a. O. p. 533 unter 31a.

Wenn also *DGM* wesentlich von dem Extrastrome der Schliessung beeinflusst wird, so kann *DPM* von dem Oeffnungsextrastrom in nur geringer Abhängigkeit stehen. Derselbe kann ja nur so lange wie der Funken andauern, welcher ihm den Leitungsweg bietet. Die Versuche, bei welchen der Strom, statt an Quecksilber, an Kupfer geöffnet wurde, gaben immerhin ein sehr wenig verschiedenes Resultat[1], trotzdem hier gewiss ein geringerer Theil des Extrastromes überging. Nehmen wir indess an, dass selbst der kleine Theil, welcher sich im Oeffnungsfunken ausgleicht, eine magnetisirende Wirkung hat, so wird dieselbe desto stärker hervortreten, je intensiver der Funken, also der Strom ist. Von grösserem Einfluss als der Oeffnungsfunken mit zunehmender Stromstärke sind die Ströme, welche in der Masse des Eisens selbst inducirt werden [1]) und welche PM_f über seinen wahren Werth erheben. Es folgt dies hier daraus, dass eine Abnahme von $\frac{PM_a - PM_f}{PM_a}$ nur bei massiven Stäben, nicht aber bei Drahtbündeln beobachtet wurde.

Den besten Beweis für die geringe Wirkungsfähigkeit des Oeffnungsextrastroms in allen Fällen, wo der Stromkreis der Magnetisirungsspirale geöffnet wurde, geben jedoch die Versuche, bei welchen der Extrastrom sich ganz entwickeln konnte und wo infolge dessen das Grössenverhältniss von PM_a und PM_f umgekehrt wurde bei dem Stahlstab und dem Eisendrahtbündel und stark der Einheit genähert wurde bei dem Eisenstab.

Von den Beobachtern, welche ihre Stäbe während der Dauer einer Beobachtungsreihe fest in der Spirale beliessen, hat Hr. Holz [2]) auf eigenthümliche Weise eine complicirende Wirkung des Oeffnungsextrastromes vermeiden wollen. Er bediente sich dazu derselben Vorrichtung einer Nebenschliessung, welche ich angewandt

1) Zu dem gleichen Resultate sind andere Beobachter (Dove, Beetz a. a. O. unter 31b) schon gelangt.

2) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 359 und 360.

...strom sich ganz ausbilden und die ... durchlaufen zu lassen. Hr. Holz ... Abhandlung von Helmholtz: ... den Verlauf der durch Stromes... inducirten electrischen Ströme [1]) missver... mit der Nebenschliessung immer ... permanente Momente erhielt, als ... nach den Versuchen des III. Ab... ohne dass „Oscillationen des pri... Hülfe gerufen werden. Es bleibt ... zu widerlegen, den man auf Grund ... III. 2 erhaltenen Resultate erheben

... Stab sich bereits im Augenblick des Strom... Spirale befindet, so wirkt wegen der ... Element die magnetisirende Kraft anfangs ... Intensität, als wenn der Stab erst ... Stromschluss langsam eingeschoben wird. ... Annahme der Intensität continuirlich er... gerade so wie bei den in der 2. Abh. ... nehmen die Molecularmagnete durch eine ... Widerstand an einer der Stromabnahme ... Verzögerung gehindert werden. Auf diese ... grössere GM bei festliegenden Stabe ... Obgleich das Nichtstattfinden eines ... M und GM_s gerade bei Stahlstäben, ... Widerstand am grössten ist, schon diesen ... so habe ich doch noch eine Versuchs... welcher der Strom bis zur Erreichung ... constanten Werthes durch eine Neben... Widerstande der Spirale geschlossen ... schon in der Spirale befindlichen ... kam. Dabei ergaben sich von den ... verschiedene Werthe der GM_f.

... bemerkt, dass Beziehungen zu den

[1]) ... XXXIII. p. 305.

Wendepunkten und Maximis der Magnetisirung sich nicht haben nachweisen lassen, wie ein Blick in die Tabellen zeigt.

In neuerer Zeit sind mehrere sorgfältige Arbeiten zur Ermittelung der Magnetisirungsverhältnisse des Eisens und Stahls, zur Bestimmung der sogenannten Magnetisirungsfunction geliefert, leider aber selten das Verfahren befolgt worden, eine magnetisirende Kraft nur allmählich, nicht sofort, mit ihrer vollen Stärke zur Wirkung auf den Körper gelangen zu lassen und sie nachher ebenso allmählich wieder auf Null zu reduciren.

Ruths hat durchweg den Strom bei festliegendem Stabe geschlossen und geöffnet, ohne durch Umkehrung der Stromrichtung in der Magnetisirungsspirale den Stab in entgegengesetzten Richtungen zu magnetisiren. Die Folge dieses Verfahrens sind die negativen (anomalen) Werthe des permanenten Moments [1]) bei denjenigen seiner Stäbe (den am wenigsten gestreckten), welche eine Länge von 40 mm und eine Dicke von 3,65 — 6,5 mm besassen.

Das gleiche, noch anderweit (s. oben) complicirte Verfahren hat Holz befolgt.

v. Quintus Icilius [2]) hat bei den meisten seiner Versuche die Momente durch Ablenkungsbeobachtungen bestimmt und dabei den Strom umgekehrt bei festliegendem Stab. Ebenso Oberbeck [3]), wenn anders ich dessen Worte auf p. 88 a. E. recht verstehe.

Bei einigen Versuchen von v. Quintus Icilius ist der beim Umkehren des magnetisirenden Stromes in einer secundären Spirale entwickelte Inductionsstrom gemessen; dem gleichen Verfahren folgte Stoletow [4]) bei der Bestimmung der Magnetisirungsfunction eines Ringes.

Die vorliegende Arbeit wird zu der Ueberzeugung führen, dass auf solche Art niemals reine Resultate ge-

1) p. 38 d. angef. Abh.
2) Pogg. Ann. CXXI. p. 125.
3) Pogg. Ann. CXXXV. p. 74.
4) Pogg. Ann. CXXXXVI. p. 439.

wonnen werden können. Ich muss hierunter auch diejenigen meiner eigenen Versuche[1]) mitbegreifen, bei welchen die durch die Erde in einem Rotationsellipsoid von Stahl inducirten Momente durch rasche Umdrehung der Spirale um 180° mit und ohne Ellipsoid und Beobachtung des dabei in der Spirale entstehenden Inductionsstromes gemessen wurden. Auch hierbei muss der Einfluss der lebendigen Kraft, welche die Molecularmagnete bei ihrer Lagenveränderung erhalten, wenn auch nicht bedeutend, da die Ellipsoide aus Stahl bestanden, modificirend wirken.

Aus den Resultaten der genannten Arbeiten hat man nun gefolgert, dass zwischen der Erfahrung und der Neumann-Kirchhoff'schen Theorie wahrnehmbare Differenzen bestehen. Ich denke, die Resultate der vorliegenden Abhandlung berechtigen zu der Vermuthung, dass es mit dieser Incongruenz vielleicht weniger schlimm bestellt sein wird, wenn man nur das Verfahren der Stromschliessung und -Oeffnung und der Stromumkehrung, während sich der zu prüfende Stab in der Spirale befindet, aufgeben wollte.

Göttingen, Juli 1878.

III. *Ueber die galvanische Polarisation des Platins in Wasser; von Dr. Franz Exner.*

(Aus dem LXXVII. Bde. der Sitzungsber. d. k. k. Acad. d. Wiss. II. Abth. Febr.-Heft. Jahrg. 1878; mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)[2])

Bei dem Mangel an genaueren Angaben über die Polarisation des Platins bei der Electrolyse des Wassers durch schwache Ströme, sowie den grossen Schwankungen in den Beobachtungen über das Maximum der Polarisation (1,5

1) Pogg. Ann. Ergbd. VII. p. 390.

2) Mit einigen redactionellen Kürzungen. Die Red.

bis 2,5 D.) schien es mir nicht unwichtig, über die folgenden zwei Punkte Aufschluss zu erlangen: erstens, in welcher Weise wächst die electromotorische Kraft des Polarisationsstromes, wenn die des primären von 0 bis zu einem beliebigen endlichen Betrag ansteigt, der höher liegt, als der dem sogenannten Polarisationsmaximum entsprechende; und zweitens, welches können die Umstände sein, infolge deren verschiedene Beobachter für das Maximum der Polarisation so verschiedene electromotorische Kräfte erhielten. Um diese Fragen beantworten zu können, war es nöthig, die den verschiedenen primären Strömen entsprechenden electromotorischen Kräfte der Polarisation zu messen, sowie auch die electromotorischen Kräfte der primären Ströme selbst.

Ich habe mich bei diesen Messungen durchweg an Stelle der galvanometrischen Methode der electrometrischen bedient, wie dies auch zu gleichem Zwecke schon von Tait[1]) und von Fuchs[2]) geschehen ist; der Vorzug der letzteren Methode ist gerade für derartige Untersuchungen in die Augen springend. Erstens ist man unabhängig von den Widerständen in der Leitung und zweitens ist man dadurch in den Stand gesetzt, den Polarisationsstrom im ungeschlossenen Zustande zu beobachten. Allerdings verschwindet auch hierbei die Polarisation mit der Zeit, allein der Vorgang ist dabei doch so stark verzögert, dass jede einfache, mit der Hand zu regulirende Wippenbewegung vollkommen ausreicht, den ganzen Betrag der Polarisation schnell und sicher am Electrometer erkennen zu lassen.

Die Anordnung der Apparate bei meinen Versuchen war die folgende: Um den Strom der Batterie *A* (Fig. 1) durch das Voltameter *C* und kurze Zeit darauf den Polarisationsstrom von *C* in das

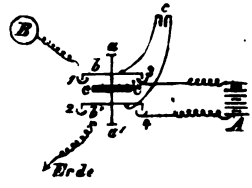


Fig. 1.

1) Philos. Mag. (4) XXXVIII. p. 243.
2) Pogg. Ann. CLVI. p. 156.

Electrometer zu schicken, respective seine electromotorische Kraft an demselben zu messen, war eine Wippe nöthig, die ihrer Construction nach mit der Pohl'schen identisch, dabei aber auch vollkommen isolirend sein musste.

Auf einem horizontalen, in Glaslagern drehbaren Glasstabe *aa'* als Axe sitzen transversal zwei voneinander vollkommen isolirte Kupferdrähte *b* und *b'*, die bei der Bewegung der Wippe die Contacte mit den Kupferbügeln 1 und 2, respective mit 3 und 4 herstellen. (Quecksilbercontacte waren absichtlich vermieden.) Das Umlegen der Wippe erfolgte mit der Hand durch einen Druck auf den Glasstreifen *cc'*, der parallel mit den Kupferdrähten *b* und *b'* auf der Glasaxe *aa'* isolirt aufsass; die Oberfläche dieses Glasstreifens war mit Metall belegt, um eine Reibung des Glases durch den niederdrückenden Finger zu vermeiden.

Die vier Kupferbügel 1, 2, 3 und 4 waren mittelst Schellackstäbchen auf einem gemeinsamen Brett befestigt, das gleichzeitig die Axenlager für den Stab *aa'* trug. Selbstverständlich waren die einzelnen Theile, sowie die Zuleitungen gut isolirt.

Während der Versuche blieben die beiden Pole der polarisirenden Säule *A* in beständiger Verbindung mit den Bügeln 3 und 4, sowie die Voltameterplatten mit den Kupferstäben *b* und *b'* (vgl. Fig. 1); durch das Umlegen der Wippe konnte so einmal das Voltameter mit der Säule, das andere mal mit dem Electrometer *B* in Verbindung gesetzt werden. Letzteres war ein Branly'sches Quadrantelectrometer von Bourbouze in Paris mit vier Paaren von Quadranten, von denen je ein oberer und unterer miteinander in der gewöhnlichen Weise verbunden sind. Zwischen den oberen und unteren Quadranten schwingt ein Biscuit aus Aluminium, aufgehängt an einem feinen Platindraht, dessen Schwingungen mittelst Fernrohr und Scala beobachtet werden. Zwei einander gegenüberstehende Quadrantenpaare werden mit dem einen Pol einer constanten Säule, die beiden anderen mit dem an-

deren Pole verbunden und das Biscuit mit seiner Axe parallel der Trennungslinie zweier Nachbarquadranten gestellt. Wird dem Biscuit von einem Leiter Electricität zugeführt, so gibt der am Spiegel beobachtete Ausschlag desselben ein Maass der Spannung.

Zur Ladung der Quadranten mit einem constanten Potential verwendete ich an Stelle der Hydrokette eine trockene Zamboni'sche Säule.[1])

Damit dem primären polarisirenden Strome eine beliebige, auch möglichst kleine electromotorische Kraft gegeben werden konnte, war die Säule *A* eine Noë'sche Thermosäule, bestehend aus achtzig linear angeordneten Elementen, deren einer Pol constant mit dem Kupferbügel 3 in Verbindung war; der Verbindungsdraht vom Bügel 4 her endigte in einen Reiter aus Kupfer, der mit Leichtigkeit auf ein beliebiges der an jedem Elemente der Säule angebrachten Abkühlungsbleche aufgesetzt werden konnte, so dass jede gewünschte Anzahl Noë'scher Elemente zur Polarisirung des Voltameters diente. In den wenigen Fällen, wo anstatt der Thermosäule eine Hydrokette verwendet wurde, ist dies in den nachfolgenden Beobachtungen besonders bemerkt.

Soll nun mittelst der angegebenen Vorrichtungen zuerst die electromotorische Kraft des primären Stromes und dann die der erzeugten Polarisation gemessen werden, so wird folgendermaassen verfahren. Die Pole der Säule sind mit den Bügeln 3 und 4 verbunden; die Wippe ist so gestellt, dass die Drähte *b*, *b'* von den Bügeln 3, 4 abstehen. Man verbindet nun den Bügel 3 mit dem Electrometer und 4 mit der Erdleitung, was durch Einhängen der betreffenden Leitungsdrähte in die Bügel sehr leicht geschieht (der zum Electrometer *B* führende Leitungsdraht muss hierbei natürlich mit einer isolirender Handhabe ver-

1) Soviel mir bekannt, hat Prof. v. Lang zuerst die Zamboni'sche Säule zur Ladung der Electrometer benutzt; die Anwendung derselben ist nicht nur ob der grossen Bequemlichkeit, sondern auch mit Hinblick auf die ausserordentliche Constanz dieser Säulen sehr empfehlenswerth.

sehen sein). Der Ausschlag, den das Electrometer infolge der Ladung des Biscuits bis zum Potential der Säule angibt, ist direct ein Maass der electromotorischen Kraft der Säule. Soll aber die Kraft der Polarisation gemessen werden, so wird, während *A* mit 3 und 4 in Verbindung bleibt, die Wippe umgeschlagen, so dass jetzt auch das Voltameter mit 3 und 4, somit auch mit der Säule in Contact ist, dagegen wird das Electrometer — nachdem es vorher natürlich entladen ist — mit 1 und die Erdleitung mit 2 verbunden. Schlägt man die Wippe um, so unterbricht man dadurch zunächst die Verbindung von Voltameter und Säule, leitet dagegen den einen Pol desselben zur Erde, den andern zum Electrometer; der Ausschlag des letzteren gibt nun ein Maass der electromotorischen Kraft der Polarisation. Dabei kann man selbstverständlich den Apparat wirklich als Wippe mit schnellem Wechsel benutzen, wenn es etwa durch zu rasches Abnehmen der Polarisation selbst im ungeschlossenen Kreise nöthig werden sollte; es genügt aber, wie man sich durch die Versuche leicht überzeugt, ein ganz langsames Umlegen mit der Hand unter allen Umständen.

Um die Ausschläge des Electrometers wirklich auszuwerthen, d. h. die gemessenen electromotorischen Kräfte auf bekannte Einheiten, z. B. das Daniell, zu reduciren, wurde zuerst das Electrometer successive mit 1, 2, 3,... Pt-Zn-Elementen in destillirtem Wasser verbunden, während der entgegengesetzte Pol zur Erde abgeleitet war (zur Isolirung waren die Elemente in Paraffin eingelassen) und gleichzeitig die Angaben des Instrumentes beobachtet. Man erhielt die folgenden Resultate im Laufe mehrerer Tage, also zu ganz verschiedenen Zeiten.

Zahl d. Elem.	Nullp.	Ausschlag.	Abl.	Zahl. d. Elem.	Nullp.	Ausschlag.	Abl.
1	845	864,5	19,5	3	848	908	60,0
1	849	869	20,0	4	849	929	80,0
1	766	786	20,0	5	872	971	99,0
1	856	876	20,0	5	877	978	101,0
2	846	885,5	39,5	6	884	1003	119,0

Innerhalb der stattgehabten Grenzen herrscht also zwischen den abgelesenen Ausschlägen und den Ladungen des Electrometers vollkommene Proportionalität. Nach diesen Versuchen wurde dem Instrumente eine andere Empfindlichkeit gegeben, so dass also die electromotorische Kraft eines solchen Pt-Zn-Elementes zu der des gleich zu erwähnenden Daniells nicht im Verhältnisse der jeweiligen Ausschläge steht. Alle folgenden Beobachtungen wurden jedoch bei vollkommen gleichbleibender Empfindlichkeit des Instrumentes gewonnen, sind also untereinander direct vergleichbar.

Behufs Reduction der späteren Beobachtungen auf die Normaleinheit 1 Daniell wurde zunächst der Ausschlag, den ein solches bewirkt, möglichst genau bestimmt, und zwar nach beiden Seiten, je nachdem der Zn- oder der Cu-Pol mit dem Electrometer in Verbindung war; der zweite Pol war stets zur Erde abgeleitet. Das Element war aus drei durch Heber miteinander communicirenden Gefässen, deren mittelstes destillirtes Wasser enthielt, gebildet, das Zink stand in verdünnter Schwefelsäure.

Je nach der Verbindung der Pole ergaben sich die folgenden Resultate:

Cu — Electrometer. *Zn* — Erde.			*Zn* — Electrometer. *Cu* — Erde.	
Nullp = 82	Ablk = 35		*Np* = 787	Ab = 35
Ausschl = 47			*Aus* = 822	
Np = 84	Ab = 35		*Np* = 790	Ab = 35
Aus = 49			*Aus* = 825	
Np = 98	Ab = 34		*Np* = 793	Ab = 34
Aus = 62			*Aus* = 827	
Np = 99	Ab = 35		*Np* = 795	Ab = 34
Aus = 64			*Aus* = 829	
Np = 100	Ab = 35		*Np* = 800	Ab = 35
Aus = 65			*Aus* = 835	
Np = 734	Ab = 35		*Np* = 35	Ab = 35
Aus = 699			*Aus* = 70	

Man erhält also nach beiden Seiten gut übereinstimmende Ausschläge, eine Bedingung, die erfüllt sein muss, wenn das Instrument richtig justirt, d. h. das schwingende Biscuit wirklich symmetrisch zu den Quadranten gestellt ist. Eine electromotorische Kraft gleich 1 Daniell bewirkt somit einen Ausschlag von 35 Scalentheilen.

Meine bisherigen Untersuchungen über Polarisation, deren Resultate zum grössten Theile einer späteren Publication vorbehalten bleiben müssen, haben ergeben, dass es zwei Umstände sind, die, wenn nicht berücksichtigt, auf das beobachtete Maximum der Polarisation von grösstem Einfluss sind. Der erste Umstand ist jene Erscheinung, welcher Helmholtz den Namen der electrolytischen Convection beilegte. Es reducirt sich dadurch die bei der Electrolyse des Wassers in diesem Falle zu leistende Arbeit auf ein Minimum, da, im Falle das Wasser z. B. Sauerstoff enthält, der electrolytisch ausgeschiedene Wasserstoff sich mit dem gelösten Sauerstoff wieder zu Wasser oxydirt, die schliesslich geleistete Arbeit also nichts weiter als eine andere Vertheilung des im Wasser freien Sauerstoffes ist, eine Arbeitsleistung von minimalem Werthe. Die Polarisation der Electroden während des durch electrolytische Convection unterhaltenen Stromes muss jedenfalls kleiner sein als die electromotorische Kraft des primären Stromes, was jedoch nicht mehr der Fall ist, wie die folgenden Versuche zeigen sollen, sobald das Wasser vollkommen gasfrei und somit keine electrolytische Convection vorhanden.

Die ohne Rücksicht auf diese Erscheinung angestellten Versuche können keine übereinstimmenden Resultate liefern, zunächst allerdings nur in Bezug auf die Polarisation, die von Strömen erregt wird, welche noch keine dauernde Wasserzersetzung hervorzurufen im Stande sind, deren electromotorische Kraft unterhalb etwa 1,5 Daniell liegt; allein es ist ausser Frage, dass auch beim Durchgang stärkerer Ströme diese Erscheinung noch eine Rolle spielt. Man darf ferner dabei nicht übersehen, dass die electrolytische Convection, die also stets verbun-

den ist mit einer Verminderung der Polarisation, offenbar um so intensiver auftritt, je grösser die Electrodenfläche ist, denn um so geringer wird ja die Dichtigkeit der an einem Punkte derselben ausgeschiedenen Gasmenge. Verwendet man als solche z. B. Wollaston'sche Spitzen, so dass schon bei einem geringen Strome der Wasserstoff mit relativ grosser Dichtigkeit abgelagert wird, so ist klar, dass zwar im ersten Momente des Stromschlusses in sauerstoffhaltigem Wasser electrolytische Convection eintreten muss, allein dieselbe wird in dem Maasse verschwinden, als der Sauerstoffvorrath in der Umgebung der Wasserstoffelectrode verbraucht wird. Erfolgt nun die Abscheidung des Wasserstoffes rascher als die äquivalente Menge Sauerstoffes durch Diffusion in der Flüssigkeit zugeführt wird, so muss die electrolytische Convection binnen kurzem ganz verschwinden und die Polarisation auf ihren wirklichen Werth steigen.

Da nun bei den Untersuchungen über Polarisation Electroden von sehr verschiedener Form angewendet wurden, so ist klar, dass die Resultate derselben in nicht zu grosser Uebereinstimmung stehen können.

Man könnte also, insolange man nicht mit vollkommen gasfreien Flüssigkeiten arbeitet, eine richtige Bestimmung der Polarisation nur dann erwarten, wenn man Ströme anwendet, deren Dichtigkeit hinreicht, auf die eben besprochene Weise die electrolytische Convection zu annulliren, wie zunächst z. B. bei Anwendung von Strömen, die eine lebhafte sichtbare Wasserzersetzung hervorrufen, wie sie ja meistens angewendet wurden, um das sogenannte Maximum der Polarisation zu bestimmen.

Allein während bei Anwendung nur schwacher Ströme der Werth der Polarisation durch die electrolytische Convection herabgedrückt wird, tritt unter diesen Umständen eine Erscheinung auf, die danach angethan ist, den Werth der Polarisation (des Maximums) in die Höhe zu rücken. Es sind dies die sogenannten secundären chemischen Processe, z. B. die bei grösseren Stromdichtigkeiten auftre-

tende Bildung des Wasserstoffsuperoxydes. Hierdurch können die von den verschiedenen Autoren mitgetheilten Werthe nicht unwesentliche Differenzen aufweisen, da die Versuchsbedingungen, unter welchen dieselben arbeiteten, keineswegs identisch waren. Auch das Absinken des Polarisationsmaximums bei höheren Temperaturen ist auf eine verminderte Bildung des Wasserstoffsuperoxydes zurückzuführen.

Ich beginne mit der Mittheilung derjenigen Versuche, die in vollkommen gasfreiem Wasser ausgeführt wurden, die also frei sind von electrolytischer Convection; dagegen ist es mir bisher nicht gelungen, den Einfluss der Bildung von Wasserstoffsuperoxyd bei Anwendung von Platinelectroden völlig zu beseitigen. Die nachfolgenden Beobachtungen stehen daher sämmtlich unter diesem Einflusse, der übrigens nur insofern von Belang ist, als es sich um den Werth des Polarisationsmaximums handelt.

I. Electroden Wollaston'sche Spitzen von feinstem Platindrahte, in destillirtem, ausgekochtem und evacuirtem Wasser.[1])

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Abl.	El. Kr.	Abl.	El. Kr.	Abl.	El. Kr.	Abl.	El. Kr.
1	0,03	1	0,03	54	1,54	53,5	1,53
7	0,20	7	0,20	68	1,94	67,5	1,90
13	0,37	12,5	0,36	74	2,11	70	2,00
15	0,43	15	0,43	81	2,31	71	2,03
21	0,60	21	0,60	89	2,54	71	2,03
31,5	0,90	32	0,91	108	3,09	71	2,03
36	1,03	36	1,03	141	4,03	71	2,03
45	1,28	45	1,28				

Hiernach steigt bei allmählich anwachsender electromotorischer Kraft des primären Stromes die electromo-

1) Die erste und dritte Columne der folgenden Tabellen enthalten die abgelesenen Ablenkungen, die zweite und vierte dieselben reducirt auf 1 Daniell als Einheit der electromotorischen Kraft.

torische Kraft der Polarisation in dem Maasse, dass sie bis zu einem gewissen Momente jederzeit gleich ist der des primären Stromes; sobald der primäre Strom die electromotorische Kraft =2,03 Daniell erreicht, trägt eine weitere Steigerung derselben nicht mehr zur Vermehrung der Polarisation bei. Dies ist zugleich der Punkt, bei welchem sichtbre Zersetzung des Wassers beginnt.

II. Eine nach mehreren Tagen mit demselben Apparate ausgeführte Wiederholung ergab die folgenden Resultate:

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
5	0,14	5	0,14	47	1,34	48	1,37
10	0,28	10	0,28	53	1,51	53	1,51
16	0,46	16	0,46	62	1,77	62	1,77
20	0,56	20,5	0,57	68	1,94	68	1,94
26	0,74	26	0,74	73	2,09	71	2,03
33,5	0,96	34	0,97	70	2,29	71,5	2,04
40	1,14	39,5	1,13	135	3,86	71	2,03
				159	4,54	71,5	2,04

Diese Reihe ist mit der vorhergehenden vollkommen übereinstimmend, auch hier steigt die Polarisation linear mit dem primären Strome an bis zu dem Maximalwerthe (2,03 D.), um von da ab constant zu bleiben.

III. Lufthaltiges, mit Schwefelsäure angesäuertes Wasser; Wollaston'sche Spitzen.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
10	0,28	10	0,28	60	1,71	56	1,60
17	0,49	17	0,49	68	1,94	56,5	1,61
25	0,71	24,5	0,70	95	2,71	56	1,60
38	1,09	38	1,09	124	3,54	56	1,60
47	1,34	47	1,34				

Das Maximum der Polarisation liegt hier somit bei 1,60 D., also tiefer als früher; dass hierbei keine electrolytische Convection bemerkbar, selbst wenn das angesäuerte Wasser während den Versuchen mit Luft in Berührung ist, erhellt daraus, dass bis zum Eintritte des Maximums die Werthe für den primären und den Polarisationsstrom vollkommen gleich sind.

Den Einfluss grösserer Stromstärken auf die durch Bildung des Wasserstoffsuperoxydes bedingte Lage des Polarisationsmaximums ergibt die folgende Beobachtung. Dasselbe Voltameter wie in III wurde successive mit den Strömen von 1—12 grossen Smee'schen Elementen beschickt.

IV.

Primärer Strom.	Polarisation.		Primärer Strom.	Polarisation.	
	Ablenkung	$D = 1$		Ablenkung	$D = 1$
1 Smee (37)[1]	37	1,06	7 Smee	67	1,91
2 „ (73)	58	1,66	8 „	69	1,97
3 „ (111)	60	1,71	9 „	71	2,03
4 „	62	1,77	10 „	72	2,06
5 „	63	1,80	11 „	72	2,06
6 „	65	1,86	12 „	72	2,06

Bei Anwendung von nur 1 Smee'schen Elemente ist somit die Polarisation gleich dem primären Strome; bei 2 Elementen bleibt sie schon beträchtlich hinter demselben zurück, offenbar weil das normale Maximum schon erreicht ist, das nach III bei 1,60 läge. Allein während bei III unter Anwendung noch höherer electromotorischer Kräfte des primären Stromes das Maximum seinen Werth nicht mehr ändert, sieht man bei IV mit wachsender Zahl der Elemente dasselbe noch langsam in die Höhe rücken. Dabei ist nun nicht zu übersehen, dass bei III infolge des sehr grossen inneren Widerstandes der Noë'schen

1) Die eingeklammerten Zahlen sind gleichzeitig beobachtete Electrometerablenkungen und dienen zum Vergleich mit den übrigen Beobachtungen.

Säule eine weitere Einschaltung von Elementen die Intensität des Stromes so gut wie gar nicht mehr steigerte, wogegen bei IV dieselbe nahezu proportional mit der Elementenzahl wächst. Da nun die Bildung des Wasserstoffsuperoxydes durch grössere Stromstärken wesentlich gefördert wird, so stimmt dies vollkommen mit der Ansicht überein, dass das allmähliche Anwachsen des Maximums bis zu einem schliesslichen Werthe von 2,06 D. durch eine ebenso successive fortschreitende Bildung des Wasserstoffsuperoxydes bedingt wird.

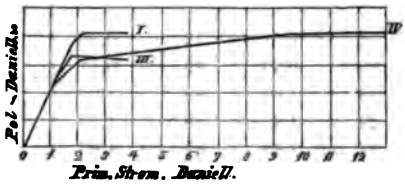


Fig. 2.

In nicht angesäuertem Wasser zwischen Platinspitzen scheint diese Bildung viel schneller vor sich zu gehen, da bei den Beobachtungen I und II die Polarisation sofort bis zum Werthe 2,03 D. ansteigt — also fast genau demselben Werth wie hier — um auf denselben constant zu bleiben.

In Fig. 2 sind die Beobachtungen I, III und IV graphisch dargestellt; als Abscissen sind die electromotorischen Kräfte des primären Stromes, als Ordinaten die der zugehörigen Polarisation aufgetragen. Der Einfluss der Ansäuerung des Wassers einerseits (I, III) und der Vermehrung der Intensität des primären Stromes (III, IV) anderseits auf den Verlauf der Polarisation und dessen schliessliches Maximum ist hieraus klar ersichtlich.

Bei Anwendung von Platinblechen als Electroden ändert sich der Verlauf der ganzen Erscheinung nicht wesentlich, nur ist es dann zur Vermeidung der electrolytischen Convection nöthig, mit möglichster Sorgfalt die Evacuation des Wassers auszuführen.

Der folgende Versuch bezieht sich auf destillirtes und evacuirtes Wasser zwischen Platten als Electroden.

V.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
16	0,46	17	0,49	68	1,94	59	1,69
25	0,71	25	0,71	76	2,17	60	1,71
38	1,09	38	1,09	83	2,37	59,5	1,70
49	1,40	48,5	1,39	97	2,77	60	1,71
57	1,63	57	1,63	120	3,43	60	1,17
64	1,83	60	1,71	148	4,23	60	1,17

Von electrolytischer Convection ist also bei guter Evacuation des Wassers nichts zu bemerken. Dass das Maximum hier tiefer liegt als in den vorhergehenden Beobachtungsreihen, ist wohl nur wieder auf eine geringere Bildung des Wasserstoffsuperoxydes infolge der geringeren Stromdichtigkeit an den Electroden zu schreiben.

Nach mehreren Tagen war das Wasser des Voltameters lufthaltig geworden und zeigte electrolytische Convection; auf's Neue evacuirt ergab es mit V identische Resultate:

VI.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
15	0,43	15	0,43	80	2,29	60	1,71
38	1,09	37	1,06	108	3,09	60	1,71
57	1,63	57	1,03	140	4,00	60	1,71

Die folgenden Versuche zeigen den grossen Einfluss der electrolytischen Convection auf den Gang der Polarisation. Das destillirte Wasser war zuerst evacuirt und dann mit Luft einige Minuten geschüttelt und wurde zwischen blanken Platinplatten electrolysirt.

VII.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
20	0,56	20	0,56	58	1,66	50	1,43
34	0,97	34	0,97	62	1,77	50	1,43
47	1,34	42	1,20	115	3,29	50	1,43

Hier bleibt bis zu einer Spannung von 0,97 D. Gleichheit zwischen beiden Strömen bestehen; aber schon bei Spannungen unter 1,34 D. wird das Zurückbleiben des Polarisationsstromes deutlich bemerkbar, es geht also schon bei so niedriger Spannung des primären Stromes ein Theil desselben durch das Wasser — der sich auch galvanometrisch und electrometrisch nachweisen lässt — was eben das Vorhandensein der electrolytischen Convection klar legt.

In Wasser, welches viele Wochen frei mit der Atmosphäre in Berührung war und viel grössere Quantitäten Sauerstoff absorbirt enthält, bleibt der Polarisationsstrom schon bei den allergeringsten Spannungen hinter dem primären zurück.

Dass durch Kochen allein die Luft dem Wasser nicht ganz entzogen werden kann, erhellt aus der folgenden Beobachtung, die mit demselben Voltameter während heftigen Siedens des Wassers angestellt wurde.

VIII.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
24	0,69	24	0,69	61	1,74	50	1,43
35	1,00	34,5	0,96	90	2,56	50	1,43
52	1,49	42	1,20				

Es zeigt sich hier kein wesentlicher Unterschied mit Beobachtung VII, was erklärlich ist, wenn man bedenkt, dass ja ganz minimale Spuren freien Sauerstoffs hinreichen, eine beträchtliche electrolytische Convection hervorzurufen, da in destillirtem Wasser ja auch die Menge des electrolytisch ausgeschiedenen Wasserstoffes nur eine äusserst geringe ist.

Noch deutlicher zeigt sich die electrolytische Convection in angesäuertem Wasser zwischen Plattinplatten.

IX.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
7	0,20	7	0,20	60	1,71	53	1,51
13	0,37	13	0,37	98	2,80	53	1,51
30	0,86	26	0,74	130	3,71	53	1,51
42	1,20	38	1,09				

Hier ist das Zurückbleiben der Polarisation schon unterhalb des Maximums unverkennbar. Durch Verwendung einer grösseren Anzahl Noë'scher Elemente wird die Intensität des Stromes hier wieder nicht mehr wesentlich gesteigert — da angesäuertes Wasser einen verschwindend kleinen Widerstand im Verhältniss zur Säule darstellt — es bleibt daher das Maximum constant auf 1,51 D. Wendet man aber an Stelle der Noë'schen Säule wieder eine Smee'sche Batterie an, deren Widerstand gering ist, so kann man die bei wachsender Intensität fortschreitende Bildung des Wasserstoffsuperoxydes am allmählichen Aufwärtsrücken des Polarisationsmaximums deutlich verfolgen. — Der folgende Versuch gibt ein Beispiel hierfür.

X. Angesäuertes Wasser zwischen Platinplatten.

Primärer Strom.	Polarisation.		Primärer Strom.	Polarisation.	
Anzahl Smee	Ablenkung	$D=1$	Anzahl Smee	Ablenkung	$D=1$
1	24	0,69	7	67	1,91
2	51	1,46	8	67	1,91
3	56	1,60	9	67	1,91
4	61	1,74	10	67	1,91
5	63	1,80	11	67	1,91
6	64	1,83	12	67	1,91

Die electrolytische Convection ist hier schon von der ersten Beobachtung ab bemerkbar, da 1 Smee für sich die Ablenkung = 37 und 2 Smee eine solche = 74 hervorrufen würden. Das allmähliche Ansteigen der Polarisation

bis zum Maximum ist in dieser Weise immer nur zu bemerken, wenn der primäre Strom Intensität genug besitzt, um eine lebhafte Zersetzung des Wassers zu unterhalten.

Die bisher mitgetheilten Versuche sind stets mit blankem Platin ausgeführt; die folgenden mit platinirtem Platin erhaltenen Resultate zeigen, dass auch dieser Umstand wenigstens für den Werth des Maximums nicht ohne Einfluss ist.

XI. Platinirte Platinplatten in destillirtem ausgekochtem und evacuirtem Wasser.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
13	0,37	13	0,37	38	1,09	38	1,09
19	0,54	19	0,54	110	3,14	59	1,69
25	0,71	25	0,71	130	3,71	59	1,69

Die electrolytische Convection kann auch bei platinirtem Platin vermieden werden, wie die vorstehende Tabelle zeigt; allein binnen kurzer Zeit nach dem Evacuiren tritt dieselbe doch wieder auf, offenbar infolge davon, dass Luft aus dem Innern des Platins allmählich an die Oberfläche desselben dringt. — Der Werth des Maximums ist fast genau derselbe, wie er mit blankem Platin unter gleichen Umständen gefunden wurde.

XII. Platinirte Platindrähte (0,3 mm Durchmesser) in destillirtem evacuirtem Wasser.

Primärer Strom.		Polarisation.		Primärer Strom.		Polarisation.	
Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$	Ablenkung	$D=1$
17	0,49	17	0,49	85	2,43	57	1,63
26	0,74	25,5	0,73	110	3,14	57	1,63
37	1,06	36,5	1,04	145	4,14	57	1,63
38	1,09	38	1,09	6 Smee	7,06	57	1,63
49	1,40	49	1,40				

Diese Beobachtung ist ebenfalls frei von electrolytischer Convection; die Resultate auch für das Maximum stimmen mit der unter XI gefundenen überein. Er-

wähnenswerth ist noch, dass die letzte Beobachtung, mit 6 Smee'schen Elementen ausgeführt, keine Aenderung des Polarisationsmaximums bewirkte.

Zu der folgenden gelegentlichen Beobachtungsreihe über den Einfluss der Temperatur auf den Werth des Polarisationsmaximums wurde das Voltameter mit Platinspitzen und evacuirtem reinem Wasser benutzt, das schon zur Beobachtung I diente. Der primäre Strom wurde von der ganzen Noë'schen Säule, also circa 4 D. geliefert.

XIII.

Temperatur	Polarisationsmaximum.		Temperatur	Polarisationsmaximum.	
Gr. Celsius.	Ablenkung	$D=1$	Gr. Celsius	Ablenkung	$D=1$
25	71	2,03			
53	70	2,00	Während der Abkühlung des Voltameters gemessen:		
55	69	1,97			
60	68	1,94	66	67,5	1,90
63	67	1,91	50	70,5	2,01
68	65	1,86	43	70,5	2,01
75	64	1,83	15	71,5	2,04
81	63,5	1,80			

Diese Abnahme des Polarisationsmaximums bei höheren Temperaturen ist wohl unzweifelhaft einer geringeren Bildung des Wasserstoffsuperoxydes zuzuschreiben. Die absoluten Werthe stimmen gut mit den von Beetz[1]) nach der Compensationsmethode erhaltenen überein.

Aus dem vorstehend mitgetheilten Beobachtungsmateriale erhellt, dass man, um richtige Werthe der Polarisation zu erhalten, vollkommen frei sein muss von electrolytischer Convection. Ist diese Bedingung aber erfüllt, so ist die electromotorische Kraft der Polarisation bei von 0 anwachsender electromotorischer Kraft des primären Stromes immer absolut gleich der letzteren bis zu einem gewissen Punkte, von dem an die Polarisation constant bleibt, unbekümmert um das weitere Wachsen des

1) Pogg. Ann. LXXIX.

primären Stromes. Der Punkt der Constanz ist zugleich der Moment, in dem dauernde Zersetzung des Wassers eintritt. Der Werth dieses Constanzpunktes, oder mit andern Worten des Maximums der Polarisation wird aber wesentlich bedingt durch eine secundäre electrolytische Erscheinung, die Bildung von Wasserstoffsuperoxyd, die selbst wieder ausserordentlich veränderlich ist mit den Versuchsbedingungen; im allgemeinen scheint dieser Einfluss sich um so mehr geltend zu machen, je grösser die Stromdichtigkeit an den Electroden ist. In diesem letzteren Umstande ist auch unzweifelhaft der Grund zu suchen, warum die Angaben der einzelnen Autoren über den Werth des Polarisationsmaximums so sehr voneinander differiren.

IV. *Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper; von A. Ritter.*

Erste Abtheilung.

§ 1. Indifferenter Gleichgewichtszustand der Atmosphäre.

Wenn an irgendeiner Stelle in der ruhenden Atmosphäre einem Lufttheilchen eine aufsteigende Bewegung mitgetheilt wird, so beginnt dasselbe sich auszudehnen, und infolge dieser Ausdehnung wird die Temperatur desselben sich erniedrigen. Die langsam aufsteigende Bewegung des sich selbst überlassenen Lufttheilchens wird eine gleichförmige sein, wenn bei jeder Lage desselben Auftrieb und Gewicht einander das Gleichgewicht halten. Diese Bedingung wird erfüllt sein, wenn die Temperatur des aufsteigenden Lufttheilchens stets übereinstimmt mit der Temperatur der benachbarten ruhenden Luft.

Da bei Gleichheit der Temperaturen keine Wärmeübertragung stattfindet, so wird in diesem Falle zugleich die Bedingung für die adiabatische Ausdehnung des aufsteigenden Lufttheilchens erfüllt sein. Das gleichförmige Emporsteigen und die adiabatische Ausdehnung sind daher an die gemeinschaftliche Bedingung geknüpft: dass in der ruhenden Atmosphäre die Temperatur mit zunehmender Höhe genau nach demselben Gesetze abnimmt, nach welchem die Temperatur eines aufsteigenden Lufttheilchens abnehmen würde. Wenn diese Bedingung überall erfüllt ist, so befindet sich die Atmosphäre im indifferenten Gleichgewichtszustande. Der Gleichgewichtszustand würde dagegen ein labiler oder stabiler sein, wenn die Temperatur nach oben hin resp. rascher oder langsamer abnähme, als die Temperatur eines aufsteigenden Lufttheilchens abnehmen würde.[1])

Der indifferente Gleichgewichtszustand darf in gewissem Sinne als der natürliche oder normale Zustand der Atmosphäre bezeichnet werden, insofern bei zeitweiligem Vorhandensein des labilen Gleichgewichtszustandes stets solche Bewegungen entstehen werden, welche eine Rückkehr zu dem indifferenten Gleichgewichtszustande herbeiführen, während dem längeren Andauern des stabilen Gleichgewichtszustandes meistens die verhältnissmässig hohe Temperatur an der Erdoberfläche als Hinderniss sich entgegenstellen wird. Ueberhaupt ist der Zustand des indifferenten Gleichgewichtes als derjenige zu betrachten, welcher bei vollständigem Durcheinanderrühren der verschiedenen Luftschichten aus beliebig gegebenem Anfangszustande als jedesmaliger Endzustand hervorgehen würde.

Befördert und begünstigt wird eine derartige Herbeiführung des indifferenten Gleichgewichtszustandes durch locale, von der strahlenden Sonnenwärme erzeugte labile

1) Vgl. Reye: „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen in der Erdatmosphäre." Hannover. Carl Rümpler. 1872.

Gleichgewichtszustände, vielleicht auch durch die von Sonne und Mond hervorgebrachten atmosphärischen Fluthwellen, insbesondere aber durch die Unebenheiten der Erdoberfläche, durch welche die längs der letzteren sich verschiebenden Luftmassen stets verticale Bewegungscomponenten mitgetheilt erhalten.

Unter Voraussetzung des indifferenten Gleichgewichtszustandes der Atmosphäre würde man die Höhe derselben mittelst des folgenden Satzes berechnen können:

Die Wärmequantität, welche einer bis auf den Nullpunkt der absoluten Temperatur abgekühlten Luftmasse mitgetheilt werden müsste, um dieselbe bei constantem atmosphärischen Gegendrucke in denjenigen Zustand überzuführen, in welchem die unterste Schicht der Atmosphäre sich befindet, bildet das Wärmeäquivalent für diejenige mechanische Arbeit, welche erforderlich sein würde, um ebendieselbe Luftmasse von der Erdoberfläche bis zur Grenze der Atmosphäre emporzuheben.

§ 2. Berechnung der Atmosphärenhöhe für ein vollkommenes Gas.

Von der Richtigkeit des am Schlusse des vorigen Paragraphen aufgestellten Satzes kann man sich durch die folgenden Betrachtungen überzeugen, zunächst unter der Voraussetzung, dass die Atmosphäre keinen Wasserdampf enthält, und dass die trockene atmosphärische Luft die Eigenschaften eines sogenannten vollkommenen Gases besitzt.

Denkt man sich an der Erdoberfläche unter dem daselbst stattfindenden atmosphärischen Drucke 1 kg Luft von der absoluten Temperatur $T = 0$, und die Forderung gestellt, dieses Luftkilogramm solle bis zur Höhe H der oberen Grenze der Atmosphäre hinaufbefördert werden, so ergeben sich zwei verschiedene Wege dieser Forderung zu genügen, ein directer und ein indirecter Weg.

Der erstere würde darin bestehen, dass man jenes Luftkilogramm direct bis zu jener Höhe emporhebt und daselbst mit der übrigen atmosphärischen Luft sich vermischen lässt. Da der absoluten Temperatur $T = 0$ bei endlicher Grösse des Druckes das Volumen $v = 0$ entspricht, so würde der Auftrieb ebenfalls die Grösse Null haben. Die zum Emporheben erforderliche mechanische Arbeit hat also die Grösse:

$$\mathfrak{A} = 1 \,.\, H. \tag{1}$$

Der zweite indirecte Weg würde darin bestehen, dass man dem Luftkilogramm zunächst an der Erdoberfläche so viel Wärme zuführt, bis dasselbe die Temperatur der daselbst befindlichen Luft annimmt und alsdann dem Luftkilogramm eine beliebig klein zu wählende, vertical aufwärts gerichtete Anfangsgeschwindigkeit mittheilt, vermöge welcher dasselbe ebenfalls bis zur oberen Grenze der Atmosphäre emporsteigen wird. Da jene Wärmezuführung bei constantem Drucke stattfand, so ist die erforderliche Wärmequantität zu berechnen aus der Gleichung:

$$Q = c_p \, T_0, \tag{2}$$

in welcher T_0 die Temperatur der Luft an der Erdoberfläche und $c_p = 0{,}2375$ die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke bedeutet.

Da die hervorgebrachte Wirkung in beiden Fällen dieselbe ist, so ergibt sich aus den Principien der mechanischen Wärmetheorie, dass der Verbrauch von Arbeit oder Wärme ebenfalls in beiden Fällen derselbe sein sein muss. Wenn also mit A $(= \frac{1}{424})$ das Wärmeäquivalent für 1 Meterkilogramm bezeichnet wird, so ist:

$$AH = c_p T_0 \tag{3}$$

zu setzen, und man erhält z. B. für $T_0 = 273$ (oder $t =$ Null Grad Celsius) den Werth:

$$H = 424 \,.\, 0{,}2375 \,.\, 273 = 27\,491{,}1 \text{ m}. \tag{4}$$

Die Höhe der Atmosphäre würde also in diesem Falle 3,705 geographische Meilen betragen.

[Zu demselben Resultate würde man mit Benutzung der Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie auf folgende Weise gelangen.

Wenn mit γ das Gewicht eines Cubikmeters Luft und mit p der Druck pro Quadratmeter in der Höhe z über der Erdoberfläche bezeichnet wird, so hat die der Höhenänderung dz entsprechende Druckänderung die Grösse:

(5) $$dp = -\gamma dz.$$

Für die Wärmequantität, welche einem Kilogramm trockener Luft zugeführt werden muss, wenn gleichzeitig die Temperaturzunahme dT und die Druckzunahme dp hervorgebracht werden soll, gibt die mechanische Wärmetheorie die Gleichung:

(6) $$dQ = c_p dT - Av\,dp.$$

Denkt man sich in der Höhe z über der Erdoberfläche ein Kilogramm Luft ohne Wärmezuführung um die Höhe dz nach oben verschoben, so ergibt sich für die eintretende Temperaturänderung die Gleichung:

(7) $$0 = c_p dT - Av\,dp.$$

Da das Gewicht der Luftmasse 1 kg beträgt, so ist $\gamma v = 1$, oder nach Gleichung (5):

(8) $$v = -\frac{dz}{dp}$$

zu setzen, und nach Substitution dieses Werthes nimmt die vorhergehende Gleichung die folgende Form an:

(9) $$0 = c_p dT + A\,dz.$$[1])

Für die ganze Höhe der Atmosphäre erhält man hiernach die Gleichung:

---

1) Vgl. Mohn und Goldberg: „Ueber die Temperaturänderung in verticaler Richtung in der Atmosphäre." Ztschr. d. österr. Ges. f. Meteorologie. Nr. 8. Jahrg. 1878.

$$(10) \qquad A\int_0^H dz = -c_p\int_{T_0}^0 dT,$$

welche nach Ausführung der angedeuteten Integration wieder zu dem oben (in Gleichung (3)) gefundenen Resultate führt].

Wenn man für die absolute Temperatur der untersten atmosphärischen Schicht den Werth: $T_0 = 1$ annähme, so würde aus Gleichung (3) der Werth: $H = 100{,}7$ m sich ergeben. Da bei Ableitung dieser Gleichung keinerlei Annahme gemacht wurden hinsichtlich des Druckes oder der Dichtigkeit der untersten atmosphärischen Schicht, so ergibt sich das bemerkenswerthe Resultat: dass bei dem vorausgesetzten vollkommenen Gaszustande der Atmosphäre die Höhe derselben vollkommen unabhängig sein würde von der Dichtigkeit derselben an der Erdoberfläche. Dem Werthe: $T_0 = 1$ würde daher unter allen Umständen der Werth $H = 100{,}7$ m entsprechen — bei einem Weltkörper von der Grösse und Masse der Sonne würde die Höhe der Atmosphäre sogar nur 3,67 m betragen — selbst dann wenn der Druck an der Oberfläche Tausende von Atmosphären betrüge.

§ 3. Atmosphäre von reinem Wasserdampfe.

Mit Benutzung des am Schlusse des § 1 aufgestellten Satzes kann man die Höhe, welche eine aus reinem Wasserdampfe bestehende Erdatmosphäre bei adiabatischem Zustande haben würde, auf folgende Weise berechnen. Der Einfachheit wegen soll bei dieser Berechnung zunächst vorausgesetzt werden, dass die unterste Schicht dieser hypothetischen Atmosphäre aus gesättigtem Wasserdampfe von der Temperatur: $T_0 = 273$ (oder Null Grad Celsius) besteht.

Wenn mit ζ die mittlere specifische Wärmes des Eises zwischen den Temperaturgrenzen: $T = 0$ und $T = T_0$ bezeichnet wird, so ist: ζT_0 diejenige Wärmequantität,

welche einem Kilogramm Eis von der Temperatur $T = 0$ zugeführt werden muss, um dasselbe bis zur Temperatur $T = T_0$ zu erwärmen, und wenn mit L_0 die Verdampfungswärme des Eises bei der Temperatur T_0 bezeichnet wird, so hat die Wärmequantität, welche jenem Eiskilogramm im ganzen zugeführt werden müsste, um dasselbe erst bis zur Temperatur T_0 zu erwärmen und nachher in gesättigten Dampf von dieser Temperatur zu verwandeln, die Grösse:

$$Q = \zeta T_0 + L_0. \tag{11}$$

Indem man das Wärmeäquivalent derjenigen mechanischen Arbeit, welche zum Heben jenes Eiskilogramms bis zur Höhe H erforderlich sein würde, der obigen Wärmequantität gleich setzt, erhält man die Gleichung:

$$AH = \zeta T_0 + L_0. \tag{12}$$

Hierin ist: $L_0 = 606{,}5 + 80$ zu setzen und wenn man zugleich annäherungsweise: $\zeta = 0{,}5$ setzt, so erhält man aus dieser Gleichung für H den Werth:

$$H = 424\,(0{,}5\,.\,273 + 686{,}5) = 348\,952 \text{ m}. \tag{13}$$

Aus den oben gemachten Voraussetzungen würde demnach für die reine Wasserdampfatmosphäre eine Höhe von circa 47 geographischen Meilen sich ergeben. (Beim Niedersinken der Condensationsproducte würde dieselbe eine noch grössere Höhe annehmen.)

[Zu demselben Resultate würde man mit Benutzung der Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie auf folgende Weise gelangen.

Für die Wärmequantität, welche erforderlich ist, um in einem Gemische von x Kilogrammen Dampf und $1 - x$ kg Wasser die Temperaturerhöhung dT hervorzubringen, liefert die mechanische Wärmetheorie die Gleichung:

$$dQ = c\,dT + T d\left(\frac{xr}{T}\right), \tag{14}$$

in welcher c die specifische Wärme und r die Verdampfungswärme des Wassers bei der Temperatur T bedeutet.

Wenn man in obiger Gleichung $dQ = 0$ setzt, dem Falle der adiabatischen Zustandsänderung entsprechend, und dieselbe nachher integrirt (wobei die Grösse c annäherungsweise, als eine constante Grösse behandelt werden darf), so gelangt man zu den folgenden Gleichungen:

$$0 = c\,dT + T\,d\left(\frac{xr}{T}\right), \tag{15}$$

$$\int_{T_0}^{T} d\left(\frac{xr}{T}\right) = -c\int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T}, \tag{16}$$

$$\frac{xr}{T} - \frac{x_0 r_0}{T_0} = c\log\left(\frac{T_0}{T}\right). \tag{17}$$

Der letzteren kann man mit Zuziehung der Clapeyron-Clausius'schen Gleichung:

$$\frac{r}{T} = Au\frac{dp}{dT}, \tag{18}$$

in welcher u die bei isothermischer Verdampfung eines Kilogramms Wasser eintretende Volumenvergrösserung bedeutet, auch die folgende Form geben:

$$Axu\frac{dp}{dT} = \frac{x_0 r_0}{T_0} + c\log\left(\frac{T_0}{T}\right). \tag{19}$$

Da das specifische Volumen des Wassers als verschwindend klein im Verhältniss zum specifischen Volumen des Dampfes von gleicher Temperatur vernachlässigt werden darf, so kann $xu = v$ gesetzt werden; man erhält dann die Gleichung:

$$Av\frac{dp}{dT} = \frac{x_0 r_0}{T_0} + c\log\left(\frac{T_0}{T}\right). \tag{20}$$

Wenn man hierin L_0 statt r_0 und ζ statt c setzt, so ergibt sich für ein Gemisch von Eis und Dampf die analog gebildete Gleichung:

$$Av\frac{dp}{dT} = \frac{x_0 L_0}{T_0} + \zeta\log\left(\frac{T_0}{T}\right). \tag{21}$$

Da die unterste Atmosphärenschicht der Voraussetzung nach aus gesättigtem Dampfe von der Temperatur T_0

$= 273^0$ bestehen sollte, so ist $x_0 = 1$ zu setzen, und wenn man ausserdem für v den aus Gleichung (8) zu entnehmenden Werth substituirt, so kann man der obigen Gleichung auch die folgende Form geben:

$$(22) \qquad A\,dz = -\left(\frac{L_0}{T_0} + \zeta \log T_0\right) dT + \zeta \log T d\,T.$$

Indem man diese Gleichung integrirt, auf der rechten Seite zwischen den Grenzen T_0 und Null, auf der linken zwischen den Grenzen Null und H, gelangt man wieder zu dem oben in Gleichung (12) gefundenen Resultate].

§ 4. Gemisch von Dämpfen und vollkommenen Gasen.

Nachdem der am Schlusse des § 1 aufgestellte Satz sowohl für den Fall eines sogenannten vollkommenen Gases als auch für den Fall eines beim Aufsteigen partiell seinen Aggregatzustand wechselnden Dampfes als brauchbar sich erwiesen hat, überzeugt man sich leicht, dass jener Satz auch für ein beliebiges Gemisch von Dämpfen und vollkommenen Gasen noch seine Gültigkeit behalten wird. Als Beispiel einer so zusammengesetzten Atmosphäre kann die wirkliche Erdatmosphäre gelten, insofern dieselbe als ein Gemisch von Wasserdampf und trockener atmosphärischer Luft zu betrachten ist, welche letztere vorläufig noch als ein vollkommenes Gas behandelt werden soll.

Für die Wärmequantität, welche einem bis auf den Nullpunkt der absoluten Temperatur abgekühlten Gemische von φ Kilogramm Wasserdampf und ψ Kilogramm trockener Luft bei atmosphärischem Drucke zugeführt werden müsste, um dasselbe in den Zustand der untersten Atmosphärenschicht überzuführen, erhält man aus den Gleichungen (11) und (2) den Werth:

$$(23) \qquad Q = \varphi\,(\zeta\,T_0 + L_0) + \psi\,c_p\,T_0,$$

wenn man, der Einfachheit wegen, wiederum voraussetzt, dass die unterste Schicht die Temperatur $T_0 = 273^0$ hat und dass dieselbe mit Wasserdampf gesättigt ist.

Die zum Heben des Gewichtes $\varphi + \psi$ auf die Höhe H erforderliche mechanische Arbeit hat die Grösse:

$$\mathfrak{A} = (\varphi + \psi) H. \tag{24}$$

Indem man das Wärmeäquivalent der letzteren gleich Q setzt, erhält man für die Höhe der Atmosphäre die Gleichung:

$$A(\varphi + \psi) H = \varphi(\zeta T_0 + L_0) + \psi c_p T_0. \tag{25}$$

Bei dem hier angenommenen Mischungsverhältniss entspricht dem Werthe:

$$\psi = 1 \text{ der Werth } \varphi = 0{,}00379.$$

Hiernach ergibt sich aus obiger Gleichung für H der Werth:

$$H = \frac{424}{1{,}00379}\left\{0{,}00379(0{,}5 \,.\, 273 + 686{,}5) + 0{,}2375 \,.\, 273\right\} \tag{26}$$
$$= 28\,705 \text{ m}.$$

Unter den hier vorausgesetzten Umständen würde also die Höhe der wasserdampfhaltigen Atmosphäre: 3,868 geographische Meilen betragen.

Wenn die Temperatur der untersten atmosphärischen Schicht + 30 Grad (statt Null Grad) Celsius betrüge, und wiederum angenommen wird, dass diese Luftschicht mit Wasserdampf gesättigt ist, so würde dem Werthe $\psi = 1$ der Werth $\varphi = 0{,}02694$ entsprechen. Da ferner im ganzen 832,124 Wärmeeinheiten erforderlich sein würden, um 1 kg Eis von der absoluten Temperatur Null zunächst um 273 Grad zu erwärmen, hierauf das Eis in Wasser von dieser Temperatur zu verwandeln, dann das Wasser bis auf +30 Grad Celsius zu erwärmen und endlich das Wasser in Dampf von dieser Temperatur zu verwandeln, so würde in diesem Falle für H der folgende Werth sich ergeben:

$$H = \frac{424}{1{,}02694}\left\{0{,}02694 \,.\, 832{,}124 + 0{,}2375 \,.\, 303\right\} \tag{27}$$

oder: $H = 38\,967$ m $= 5{,}252$ geogr. Meilen.

§ 5. Kritik der aufgestellten Hypothesen.

Die im vorigen Paragraphen gefundenen Resultate lassen sich auf keinerlei Weise mit den Beobachtungsresultaten in Uebereinstimmung bringen. Nach Schiapparelli ist aus den Sternschnuppenbeobachtungen mit Sicherheit zu schliessen: dass die Höhe der Erdatmosphäre jedenfalls mehr, und höchst wahrscheinlich beträchtlich mehr als 200 km beträgt[1]), während die Rechnungen des vorigen Paragraphen, selbst unter Annahme eines Dampfdruckes, wie derselbe in Wirklichkeit kaum irgendwo an der Erdoberfläche vorkommen dürfte, eine Höhe von weniger als 40 km ergaben.

Es scheint hieraus zu folgen, dass man gezwungen sein wird, von den beiden Hypothesen, welche den Rechnungen des vorigen Paragraphen zum Grunde gelegt wurden, mindestens die eine fallen zu lassen, nämlich entweder die Voraussetzung des indifferenten Gleichgewichtszustandes oder die Voraussetzung, dass die beiden Hauptbestandtheile der atmosphärischen Luft, der Sauerstoff und der Stickstoff, bei allen vorkommenden Zustandsänderungen die Eigenschaften eines sogenannten vollkommenen Gases wenigstens annäherungsweise beibehalten.

Gegen die Hypothese des indifferenten Gleichgewichtszustandes lassen sich allerdings gewichtige Einwände erheben, und keinenfalls wird dieselbe in aller Strenge der Wirklichkeit entsprechen, schon allein aus dem Grunde nicht, weil die an jedem Orte periodisch wiederkehrenden Wirkungen der Sonnenstrahlen fortwährende Störungen jenes Zustandes hervorbringen würden. Ausserdem verlangt jene Hypothese: dass die beim Aufsteigen der feuchten Luftmassen entstehenden flüssigen oder festen Condensationsproducte an allen Bewegungen derselben gerade so theilnehmen, wie wenn ihr specifisches Gewicht mit demjenigen der umgebenden Luft genau übereinstimmte. Wenn auch durch Annahme eines äusserst fein zertheilten

1) Schiapparelli „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen". Uebersetzt von Georg von Boguslawski. p. 4.

Zustandes jener Condensationsproducte die Stärke dieses Einwandes etwas abgeschwächt werden könnte, so wird derselbe doch immer seine Berechtigung behalten, und man wird jedenfalls zugeben müssen, dass die Hypothese des indifferenten Gleichgewichtszustandes, welche eine von unten nach oben bis auf den absoluten Nullpunkt abnehmende Temperatur bedingen würde, ihre schwachen Seiten hat. Auf der anderen Seite handelt es sich hier um so grosse Abweichungen der Rechnungsresultate von den Beobachtungsresultaten, dass der Versuch, durch Annahme eines von dem indifferenten Gleichgewichtszustande abweichenden Zustandes der Atmosphäre jene Differenzen zu erklären, ebenfalls als ein misslicher betrachtet werden müsste.

Es entsteht daher die Frage: ob es nicht vielleicht vorzuziehen sein würde, statt dessen die zweite Hypothese fallen zu lassen: nämlich die Hypothese des permanenten Gaszustandes der beiden Gase: Sauerstoff und Stickstoff. Nach den schönen Entdeckungen von Raoul Pictet und Cailletet dürfte es wohl keinem Zweifel unterworfen sein, dass bei fortgesetzter adiabatischer Ausdehnung sowohl Sauerstoff als Stickstoff schliesslich in den flüssigen oder festen Aggregatzustand übergehen würden. (Nach Analogie des Wasserdampfes würde höchst wahrscheinlich dieser Wechsel des Aggregatzustandes in dem directen Uebergange aus dem gasförmigen in den festen Aggregatzustand bestehen). Wenn man demgemäss die Hypothese aufstellte, dass bei dem Aufsteigen der Luftmassen nicht nur der Wasserdampf, sondern auch der Sauerstoff und der Stickstoff schliesslich in den Schneewolkenaggregatzustand übergehen, so würden die oben hervorgehobenen Schwierigkeiten hierdurch vollständig beseitigt erscheinen.

In § 3 wurde schon unter Voraussetzung eines verhältnissmässig geringen Dampfdruckes in der untersten Schicht für die reine Wasserdampfatmosphäre eine Höhe von circa 349 km gefunden. Nach der dort angewendeten Berechnungsmethode würde man mit Leichtigkeit auch die Höhe einer

reinen Sauerstoffatmosphäre berechnen können, wenn die Schmelztemperatur, die specifische Wärme und die Verdampfungswärme des festen Sauerstoffs bereits bekannt wären, was leider noch nicht der Fall ist. Nach der Methode des vorigen Paragraphen würde man sodann für ein Gemisch von Wasserdampf, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlensäure ebenfalls sehr leicht die Höhe der Atmosphäre berechnen können, wenn die betreffenden Constanten bekannt wären, und es ist wohl anzunehmen, dass man für die Höhe H auf solche Weise Werthe finden würde, welche nicht sehr weit von dem für die reine Wasserdampfatmosphäre gefundenen, mit den Sternschnuppenbeobachtungen sehr gut übereinstimmenden Werthe: $H = 349$ km abweichen würden.

Die in den oberen Schichten der Atmosphäre fortwährend entstehenden und wieder verschwindenden Condensationsproducte des Sauerstoffs nnd des Stickstoffs werden höchst wahrscheinlich in äusserst fein zertheiltem Zustande sich befinden; denn jedenfalls wird eine solche Luftschneebildung, wenn dieselbe überhaupt stattfindet, erst beginnen in Regionen, wo die Luft bereits in so ausserordentlich verdünntem Zustande sich befindet, dass es der planetarischen Geschwindigkeit der Meteoriten bedarf, um das Vorhandensein einer Materie daselbst zu verrathen. Es wird daher der Einwand: dass dieser hypothetische Luftschneewolkenschleier bisher der directen Wahrnehmung sich entzogen habe, die Haltbarkeit der hier vorgeschlagenen Hypothese kaum ernstlich gefährden können.[1]) Es scheint im Gegentheile der Gedanke wohl nähere Erwägung zu verdienen: ob nicht gewisse optische Erscheinungen und meteorologische Processe, wie z. B. die Farbe des Himmels, die Bildung von Cirrhuswolken,

1) Nach den Beobachtungen des Luftschiffers Tissandier können grosse Massen von Eiskrystallen („veritable Bänke von Eisnadeln") in den höheren Luftregionen existiren, ohne die Klarheit des Himmels für den Beobachter unten an der Erdoberfläche zu trüben. (Ztschr. d. österr. Ges. für Meteorologie. Jahrg. 1878. Heft 17 und 18).

von Höfen und Nebensonnen, sowie die Nordlichterscheinungen mit dieser Hypothese in Verbindung zu bringen sein werden.

Die hier in Bezug auf die Erdatmosphäre gefundenen Resultate, insbesondere den am Schlusse des § 1 aufgestellten Satz würde man, wie in § 2 schon angedeutet wurde, auch auf die Atmosphären anderer Weltkörper anwenden können. Bei sehr kleinen Weltkörpern, wie z. B. den Meteoriten und Kometen, würde man in Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Gravitationskraft die Grösse H in den oben für die mechanische Arbeit derselben aufgestellten Gleichungen zu vertauschen haben mit der Grösse: $\frac{nH}{1+\frac{H}{R}}$, wenn mit R der Radius des kugelförmig vorausgesetzten Weltkörpers, und mit ng die Fallbeschleunigung an der Oberfläche desselben bezeichnet wird wobei natürlich stets angenommen wird, dass die Masse der Atmosphäre klein ist im Verhältniss zur Masse des festen Weltkörpers.

Bei grossen Weltkörpern, wie z. B. Erde und Sonne, wird unter obiger Voraussetzung das Glied $\frac{H}{R}$ als verschwindend klein neben dem Gliede Eins vernachlässigt werden dürfen. Hiernach würde man bei der Berechnung der Sonnenatmosphäre dem Ausdrucke für die mechanische Arbeit überall den Factor $n = 27{,}44$ hinzuzufügen haben, woraus folgen würde, dass bei gleicher Beschaffenheit der untersten Schicht die Sonnenatmosphäre eine 27,44 mal kleinere Höhe haben würde als die Erdatmosphäre. Zur Erklärung der in Wirklichkeit sehr viel grösseren Höhe der Sonnenatmosphäre würde man nicht nur die sehr viel höhere Temperatur ihrer untersten Schicht, sondern namentlich auch die wahrscheinlich nicht unbeträchtliche Dissociationswärme ihrer Bestandtheile in Betracht zu ziehen haben.

§ 6. Temperatur der Luft im Innern des Erdkörpers.

Der am Schlusse des § 1 aufgestellte Satz behält auch dann noch seine Gültigkeit, wenn statt der untersten Atmosphärenschicht irgend eine andere, z. B. die in der Höhe z über der Erdoberfläche befindliche Schicht als Ausgangspunkt gewählt wird. Die obere Grenze der Atmosphäre liegt in der Höhe $H-z$ über dieser Schicht, und wenn mit T die Temperatur der letzteren bezeichnet wird, so kann man die Höhe $H-z$ aus der gegebenen Temperatur T genau auf dieselbe Weise berechnen wie oben die ganze Höhe der Atmosphäre aus der Temperatur der untersten Schicht berechnet werden konnte.

Indem man bei Anwendung dieser Berechnungsmethode das eine mal die in der Höhe z, das andere mal die in der Höhe $z+dz$ befindliche Schicht als Ausgangspunkt wählt, und die beiden auf solche Weise erhaltenen Gleichungen voneinander subtrahirt, gelangt man unmittelbar zu der Gleichung:

$$-c_p dT = A dz, \tag{28}$$

welche oben (§ 2, Gleich. (9)) aus den Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie abgeleitet wurde. Nach dieser Gleichung kann man dem am Schlusse des § 1 aufgestellten Satze auch die folgende Form geben:

Die Wärmequantität, welche erforderlich sein würde, um eine in der Höhe $z+dz$ befindliche Luftmasse von der Temperatur $T+dT$ bis auf die Temperatur T bei constantem Druck zu erwärmen, bildet das Wärmeäquivalent für die mechanische Arbeit, welche erforderlich sein würde, um eben dieselbe Luftmasse von der Höhe z bis auf die Höhe $z+dz$ emporzuheben.

Solange die Intensität der Schwerkraft als constant vorausgesetzt werden darf, kann man die zum Heben eines Luftkilogramms um die Höhe dz erforderliche Arbeit stets berechnen aus der Gleichung:

(29) $$d\mathfrak{A} = 1 . dz.$$

Wenn jedoch die Umstände die Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Schwerkraft erforderlich machen sollten, so würde man statt der obigen Gleichung die folgende zu setzen haben:

(30) $$d\mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{g}}{g}\, dz,$$

in welcher „g“ die Fallbeschleunigung in der Höhe z über der Erdoberfläche bedeutet.

Wenn ferner mit r der Erdhalbmesser und mit ϱ der Abstand jener Schicht vom Erdmittelpunkte bezeichnet wird, so ist:

(31) $$\varrho = r + z, \quad \text{also:} \quad d\varrho = dz$$

zu setzen, und wenn zugleich abkürzungsweise die mit dem Abstande ϱ sich ändernde Verhältnisszahl:

(32) $$\frac{\mathfrak{g}}{g} = \mathfrak{v}$$

gesetzt wird, so kann man nunmehr der obigen Differentialgleichung auch die folgende allgemeinere Form geben:

(33) $$-c_p\, dT = A\mathfrak{v}\, d\varrho.$$

In dieser letzteren Form würde man die Gleichung auch benutzen können zur Ableitung des Gesetzes, nach welchem im Innern des Erdkörpers, z. B. in einem von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte reichenden Schachte, die Temperatur mit dem Abstande vom Mittelpunkte sich ändern würde, wenn die Wände des Schachtes für Wärme undurchdringlich wären, und der oben an der Mündung mit der äusseren Atmosphäre communicirende Schacht angefüllt wäre mit atmosphärischer Luft. Wenn mit T_0 die Temperatur am Boden des Schachtes (d. h. im Erdmittelpunkte) und mit T_1 die Temperatur an der Mündung des Schachtes (d. h. an der Erdoberfläche) bezeichnet wird, so ist:

(34) $$-\int_{T_0}^{T_1} c_p\, dT = A \int_{\varrho=0}^{\varrho=r} \mathfrak{v}\, d\varrho$$

zu setzen, und man würde aus dieser Gleichung die Temperatur T_0 aus der bekannten Temperatur T_1 berechnen können, wenn das Gesetz bereits bekannt wäre, nach welchem im Innern der Erdmasse die Dichtigkeit mit dem Halbmesser ϱ sich ändert, insofern mit diesem Gesetze zugleich die Form der Function:

$$\mathfrak{v} = f(\varrho) \tag{35}$$

gegeben sein würde. Wenn man constante Dichtigkeit voraussetzen will, so hat man $\mathfrak{v} = \frac{\varrho}{r}$ zu setzen, und für diesen Fall wird:

$$\int_0^r \mathfrak{v}\, d\varrho = \frac{1}{r}\int_0^r \varrho\, d\varrho = \frac{r}{2}. \tag{36}$$

Wenn man ein anderes mal die Annahme machte, dass die Dichtigkeit vom Erdmittelpunkte bis zur Oberfläche gleichförmig bis auf Null abnähme, so würde für das obige Integral der Werth:

$$\int_0^r \mathfrak{v}\, d\varrho = \int_0^r \left(4\frac{\varrho}{r} - 3\frac{\varrho^2}{r^2}\right) d\varrho = r \tag{37}$$

einzusetzen sein (welcher letztere Werth aus der Annahme $\mathfrak{g} = \text{Const.} = g$ ebenfalls sich ergeben würde). Da das wirkliche Gesetz der Dichtigkeitsänderung unbekannt ist, so wird man sich einstweilen damit begnügen müssen, für jenes Integral den Ausdruck:

$$\int_0^r \mathfrak{v}\, d\varrho = \alpha . r \tag{38}$$

einzuführen und darin für den numerischen Coëfficienten α einen vorläufigen Mittelwerth einzusetzen. Der ersteren Annahme würde hiernach der Werth $\alpha = \frac{1}{4}$, der letzteren der Werth $\alpha = 1$ entsprechen. Die Bestimmung des genaueren Werthes von α, welcher höchst wahrscheinlich zwischen jenen beiden Grenzwerthen liegt, muss späteren Beobachtungen vorbehalten bleiben.

Wenn es zulässig wäre, in Bezug auf die atmosphärische Luft die Annahme zu machen, dass das Mariotte-

Gay-Lussac'sche Gesetz auch bei höheren Drucken und Temperaturen seine Gültigkeit behält, sowie, dass die specifische Wärme der Luft bei constantem Drucke unter allen Umständen als eine constante Grösse behandelt werden darf, so würde man hiernach durch Ausführung der in Gleichung (34) angedeuteten Integration zu der folgenden Gleichung gelangen:

$$c_p(T_0 - T_1) = A\alpha r, \tag{39}$$

aus welcher man nach Substitution der Werthe: $c_p = 0{,}2375$, $T_1 = 273$, $A = \frac{1}{424}$, $r = 6\,370\,000$ m, indem man zugleich annäherungsweise $\alpha = \frac{1}{2}$ setzt[1]), für die Temperatur im Erdmittelpunkte den Werth $T_0 = 31\,902$ Grad erhalten würde.

Bei dem hier vorausgesetzten indifferenten (oder adiabatischen) Gleichgewichtszustande würde zur Berechnung des Druckes der Luft am Boden des Schachtes die Poisson'sche Gleichung:

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{3{,}44} \tag{40}$$

zu benutzen sein, nach welcher der obigen Temperatur ein Druck von 12 965 000 Atmosphären entsprechen würde. Nach der Mariotte-Gay-Lussac'schen Gleichung:

$$pv = 29{,}27 \,.\, T \tag{41}$$

würde man nunmehr auch den zugehörigen Werth von v berechnen können und finden, dass die Luft am Boden des Schachtes ein specifisches Gewicht von der Grösse 143,5 besitzen würde.

§ 7. Muthmaassliche Zustände im Inneren des Erdkörpers.

Auf dieselbe Weise wie im vorigen Paragraphen in Bezug auf atmosphärische Luft gezeigt worden ist, würde

1) Nach einer von dem Hrn. Prof. Dr. Helmert dem Verfasser gütigst mitgetheilten (aus der Präcession und den Mondstörungen abgeleiteten) Formel für die Dichtigkeitsänderung im Inneren des Erdkörpers würde der genauere Werth $\alpha = 0{,}73$ sich ergeben.

man auch für jede beliebige andere Gasart die Temperatur am Boden des Schachtes berechnen können, sobald für die betreffende Gasart c_p als Function der Temperatur bekannt ist. Die Gleichungen (34) und (39) zeigen, dass man bei dieser Berechnungsweise einen um so kleineren Werth für die Temperatur T_0 erhalten würde, je grösser die mittlere specifische Wärme der betreffenden Gasart ist. So z. B. würde man für eine Gasart, deren mittlere specifische Wärme gerade doppelt so gross ist als diejenige der Luft, den Werth $T_0 = 15\,951$ erhalten. Unter Voraussetzung einer reinen Wasserdampfatmosphäre würde man hiernach zu dem Resultate gelangen, dass die Temperatur am Boden des Schachtes ungefähr 16 000 Grad betragen würde, wenn es zulässig wäre, anzunehmen, dass bei so hohen Temperaturen keine Dissociation des Wasserdampfes eintritt, und dass die durchschnittliche specifische Wärme desselben ungefähr doppelt so gross ist als die der Luft.

Wenn man jedoch statt dessen die, der Wirklichkeit vielleicht besser entsprechende Annahme macht, dass trotz des hohen Druckes die Dissociation des Wasserdampfes schon bei einer Temperatur von wenigen Tausend Graden beginnt, so würde man unter Berücksichtigung der Dissociationswärme zu einem noch viel kleineren Werthe für T_0 gelangen. Der letzteren Anschauungsweise würde die Annahme entsprechen, dass eine solche hypothetische Wasserdampfsäule in dem unteren Theile des Schachtes in Form von Knallgas, in dem oberen Theile in Form von überhitztem Wasserdampfe, und in einem zwischen beiden liegenden mittleren Gebiete (dem Dissociationsgebiete) in Form eines Gemisches von Knallgas und überhitztem Wasserdampfe existiren würde. Bei Ausführung der in Gleichung (34) angedeuteten Integration würde man demgemäss das Temperaturintervall $T_0 - T_1$ in die entsprechenden drei Theile zu zerlegen und für jeden derselben einzeln genommen die Integration auszuführen haben. In Bezug auf den ersten und dritten

Theil würde die Ausführung dieser Operation keinen grossen Schwierigkeiten unterworfen sein, da die Werthe von c_p sowohl für Knallgas als für überhitzten Wasserdampf wenigstens annäherungsweise bekannt sind. Da jedoch für ein Gemisch von Knallgas und Wasserdampf die Form der Function $c_p = f(T)$ noch so gut wie ganz unbekannt ist, so wird man auf die Berechnung des genaueren Werthes von T_0 für den vorliegenden Fall einstweilen verzichten müssen.

Wenn für sämmtliche Stoffe, aus welchen die Erdmasse zusammengesetzt ist, die Wärmecapacitäten und die Dissociationstemperaturen bereits bekannt wären, so würde man auf die oben angedeutete Weise mit Leichtigkeit nicht nur für jeden einzelnen, sondern auch für ein beliebiges Gemisch dieser Stoffe die Temperatur und den Zustand der Masse für jede Stelle des verticalen Schachtes berechnen können, und man würde auf diesem Wege vielleicht zu Vorstellungen gelangen, welche den wirklichen Zuständen im Inneren der Erdkugel wenigstens annäherungsweise entsprechen.

Da aus den Entdeckungen von Andrews, nicht nur in Bezug auf Kohlensäure, sondern auch in Bezug auf alle anderen Stoffe, mit grosser Wahrscheinlichkeit zu folgern ist, dass bei sehr hohem Drucke, d. h. jenseits des sogenannten kritischen Punktes der Temperaturfläche, ein Unterschied zwischen dem gasförmigen und dem tropfbarflüssigen Aggregatzustande überhaupt nicht mehr existirt, so würde man bei dieser Untersuchung vermuthlich nur mit zwei verschiedenen Aggregatzuständen, nämlich dem gasförmigen und dem festen Aggregatzustande, zu rechnen haben und zu dem Resultate gelangen, dass die Erdkugel aus einem gasförmigen Kerne und einer denselben umschliessenden festen Rinde besteht. Wenn man ferner die Annahme machte, dass, wie bei dem Wasserdampfe, so auch bei allen anderen chemischen Verbindungen, die Dissociation schon bei der verhältnissmässig niedrigen Temperatur von einigen wenigen tausend Graden

eintritt, so würde aus dieser Annahme folgen, dass in dem centralen Theile des gasförmigen Kernes die verschiedenen chemischen Grundstoffe in isolirtem Zustande nebeneinander existiren, während weiter aussen, in dem Dissociationsgebiete, dieselben abwechselnd zu chemischen Verbindungen zusammentreten und wieder voneinander sich trennen.

Aachen, den 21. Juli 1878.

V. *Ueber den Einfluss des capillaren Oberflächendruckes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wasserwellen;* *von Dr. Franz Koláček.*

Die Flüssigkeit soll als ein incompressibles, reibungsloses Medium in Betracht gezogen werden. An seiner Oberfläche soll das Medium nebst dem Atmosphärendrucke den bekannten, von der Krümmung der Oberfläche abhängigen Oberflächendruck erleiden. Von dem letzteren soll angenommen werden, dass er auch bei der Bewegung der Flüssigkeit durch die im Falle des Gleichgewichtes gültige Formel wiedergegeben wird, eine Annahme, die darauf hinauskommt, dass sich die Oberflächendrucke alsogleich den Aenderungen der Krümmung anpassen. Berücksichtigt man Flüssigkeitsbewegungen solcher Ordnung, dass in den Euler'schen hydrodynamischen Gleichungen Glieder wie $u\frac{\partial u}{\partial x}$ etc. vernachlässigt werden dürfen, und führt das Geschwindigkeitspotential φ ein, so dass $u=\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $v=\frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $w=\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ wird, so erhält man durch Addition der drei hydrodynamischen Gleichungen, die vorher durch dx, dy, dz multiplicirt wurden, und nach Ausführung der Integration die Formel:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\varrho} p + gz = \text{Const.},$$

wenn p, ϱ, g Druck, Dichte und Schwerebeschleunigung bedeuten. Von Massenkräften wurde nur die Schwere in Rechnung gezogen.

Die xy-Ebene liege in der horizontalen (ruhig gedachten) Flüssigkeitsoberfläche, die z-Axe gehe vertical aufwärts. Die Continuitätsgleichung wird:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

An den festen Wänden hat $\frac{d\varphi}{dn} = 0$ zu sein, unter n die Richtung der Wandnormale verstanden. Für die freie Oberfläche gilt, dass ein Theilchen mit den Coordinaten xyz, welches in derselben zur Zeit t enthalten, immer in derselben verbleibe, also auch zur Zeit $t + dt$ in derselben enthalten sei, nachdem seine Coordinaten in $x + \frac{\partial \varphi}{\partial x}.dt$, $y + \frac{\partial \varphi}{\partial y}.dt$, $z + \frac{\partial \varphi}{\partial z}.dt$ übergegangen sind. Die Gleichung der freien Oberfläche sei mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit ihrer Parameter mit der Zeit gegeben durch $f(x, y, z, t) = 0$.

Als mathematischen Ausdruck der eben ausgesprochenen Oberflächenbedingung erhält man:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{df}{dx} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\cdot\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0.$$

Nun ist $\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\varrho} p + gz = \text{Const.}$ eine im Falle des Gegebenseins von φ zur Bestimmung des Druckes dienende Gleichung. Ist der Druck bekannt, so repräsentirt die Gleichung Flächen gleichen Druckes. Dieser ist aber an der freien Oberfläche gegeben durch:

$$p = p_0 + p_1\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right),$$

unter p_0, p_1 Constante, unter r und r_1 die Hauptkrümmungsradien verstanden. Folgerichtig ist die Gleichung:

$$f(x, y, z, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\varrho}\left[p_0 + p_1\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)\right] + gz - \text{Const.} = 0$$

die Gleichung der freien Oberfläche in differentialer Form.

Bei Voraussetzung unendlich kleiner Flüssigkeitsbewegungen wird auch die Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche sehr klein bleiben können, so zwar, dass die Derivationen derselben nach den Coordinaten xy von gleicher Grössenordnung werden, wie die Geschwindigkeiten. In diesem Falle wird man Grössen von der Ordnung $\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$ consequenter Weise vernachlässigen.

Hierdurch wird die an der Oberfläche zu erfüllende Bedingung:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{dt^2} + \frac{1}{\varrho} p_1 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \qquad z = 0.$$

Wenn die Krümmung an der Oberfläche eine sehr geringe ist, wird man für $\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}$ schreiben $-\left(\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial y^2}\right)$, wobei unter J die Erhebung eines Theilchen der Oberfläche über die xy-Ebene gemeint ist. Das Zeichen minus ist deswegen benutzt, weil die Krümmung in der Formel für den Oberflächendruck positiv zu zählen ist, wenn die Oberfläche convex wird.

Es ist nun wegen $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial J}{\partial t}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial J}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3},$$

wennn die Relation $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$ berücksichtigt wird.

Die an der Oberfläche $z = 0$ zu erfüllende Bedingung ist somit:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{p_1}{\varrho} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0.$$

Ist die Bewegung, also φ wie im Falle der Weber'schen Wellenrinne von einer der horizontalen Coordinaten (y) unabhängig, so wird die Continuitätsgleichung:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0,$$

und ihr genügt dann ein particuläres Integral von der Form:

$$\varphi = \chi(t)\left[e^{\alpha(z+h)} + e^{-\alpha(z+h)}\right](L\cos\alpha x + M\sin\alpha x).$$

Hierbei ist χ eine zu bestimmende Function, α, L, M arbiträre Constanten und h die Tiefe der Flüssigkeit. Die Bedingung am Boden der Flüssigkeit ist durch dieses particuläre Integral bereits erfüllt. Setzt man in diesem Werthe des φ $z = 0$ und substituirt in die Bedingungsgleichung:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + \frac{p_1}{\varrho}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3} + g\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \ldots . \quad (z = 0)$$

so folgt:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} + m^2\chi = 0, \qquad m^2 = \frac{e^{\alpha h} - e^{-\alpha h}}{e^{\alpha h} + e^{-\alpha h}}\alpha\left(g + \frac{p_1}{\varrho}\alpha^2\right).$$

Diesen Gleichungen entspricht das particuläre Integral:

$$\chi = R\sin mt + S\cos mt,$$

worin R und S arbiträre Constanten sind.

Schliesslich wird für φ ein particuläres Integral erhalten von der Form:

$$\varphi = (R\sin mt + S\cos mt)(L\cos\alpha x + M\sin\alpha x)\,(e^{\alpha(h+z)} + e^{-\alpha(h+z)}).$$

Hierdurch sind Wellenbewegungen repräsentirt, die sich mit der Geschwindigkeit $V = \frac{m}{\alpha}$ fortpflanzen. Setzt man $m = \frac{2\pi}{\tau}$, unter τ die Schwingungsdauer verstanden, so lässt sich aus den zwei Formeln $m = \frac{2\pi}{\tau}$, $V = \frac{m}{\alpha}$ nach einigen Transformationen die Relation:

$$4\pi^2 V^2 = \frac{e^{\frac{2\pi h}{\lambda}} - e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}}{e^{\frac{2\pi h}{\lambda}} + e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}} 2\pi\lambda\left(g + \frac{p_1}{\varrho}\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)$$

herleiten, welche den Zusammenhang zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V und der Länge einer Welle $\lambda = V\tau$ angibt.

Man ersieht aus derselben, dass der Einfluss der Ober-

flächenspannung einer Vermehrung der Schwerebeschleunigung um $\frac{p_1}{\varrho}\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$ gleichzustellen ist.

Man denke sich eine Röhre von innerem Radius r, die von der gegebenen Flüssigkeit benetzt wird. Die Steighöhe sei ε. Drückt man das Gleichgewicht zwischen dem Gewichte der Flüssigkeitssäule und der Differenz der Oberflächendrucke innerhalb und ausserhalb der Röhre durch eine Gleichung aus, so folgt aus dieser:

$$p_1 = g\frac{r\varepsilon}{2}\cdot\varrho.$$

Setzt man ferner $4\pi^2 V_0^2 = \frac{e^{\frac{2\pi h}{\lambda}} - e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}}{e^{\frac{2\pi h}{\lambda}} + e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}}\cdot 2\pi\lambda g$, unter V_0 diejenige Fortpflanzungsgeschwindigkeit verstanden, die der Wellenlänge λ bei Abwesenheit des Oberflächendruckes $p_1\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right)$ entspricht, so folgt:

$$V = V_0\left(1 + \frac{p_1\cdot 4\pi^2}{\varrho\lambda^2 g}\right)^{\frac{1}{2}}, \text{ und wenn } \frac{p_1\cdot 4\pi^2}{\varrho\lambda^2 g}$$

klein genug ist:

$$V = V_0\left(1 + \pi^2\frac{r\varepsilon}{\lambda^2}\right).$$

Nach Messungen von Gay-Lussac[1]) ist für Wasser und $2r = 1{,}294$ mm: $\varepsilon = 23{,}379$ mm. Für Wellenlängen von 100 mm ergibt sich so im Falle des Vorhandenseins der Oberflächenspannung eine Vergrösserung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit um nahe $1{,}5\,\%$. Den grössten Einfluss übt die Länge der Welle, indem die Vergrösserung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch den capillaren Oberflächendruck $\left(\frac{\pi^2 r\varepsilon}{\lambda^2}\right)$ der zweiten Potenz umgekehrt proportional ist.

Für allzugeringe Längen der Wellen werden die entwickelten Formeln nicht anwendbar, weil sich in diesem

1) Wüllner, Experimentalphysik I. 3. Aufl.

Falle die Krümmung sehr rasch von Punkt zu Punkt ändern würde, was unseren Voraussetzungen zuwiderläuft.

Ohne Schwierigkeit liesse sich für eine durch zwei Querwände geschlossene Wellenrinne die Schwingungsdauer der stehenden Wellen berechnen, die in dieser erregt würden. Bei Wellenrinnen von sehr geringen Dimensionen würde sich dann der Einfluss der Capillarität experimentell controlliren lassen.

Brünn, am 27. März 1878.

VI. *Zur Theorie der elastischen Nachwirkung; von Ludwig Boltzmann in Graz.*

Hr. Oskar Emil Meyer erhebt gegen die Formeln, welche ich in meiner Abhandlung „Zur Theorie der elastischen Nachwirkung" aufgestellt habe, den Einwand, dass dieselben im Widerspruche ständen mit den bisher allgemein verbreiteten Anschauungen der Atomtheorie.[1]) Jene Formeln könnten nämlich mit diesen Anschauungen nur dann in Einklang gebracht werden, wenn man voraussetzt, dass sich die Nachwirkung jedes vorhergegangenen Zustandes nur auf eine unendlich kurze Zeit erstreckt, in welchem Falle sie aber aufhören den beobachteten Phänomenen der elastischen Nachwirkung auch nur qualitativ zu entsprechen. Um Missverständnisse zu vermeiden, will ich hierauf nur kurz bemerken, dass ich mich bei Aufstellung meiner Theorie der elastischen Nachwirkung absichtlich nicht auf die Betrachtung der zwischen den Atomen wirksamen Kräfte, deren Natur noch so vielfach dunkel ist, eingelassen habe; wie man auch seit Lamé's und Clebsch's Vorgang Werth darauf legt, die Gleichungen der gewöhnlichen Elasticitätslehre unabhängig von allen atomistischen Hypothesen zu begründen. Dagegen muss ich entschieden bestreiten, dass die von

1) Wied. Ann. IV. p. 249.

mir aufgestellten Gleichungen selbst in ihrer grössten Allgemeinheit etwas enthielten, was mit den bisher über die Wirksamkeit der Molecularkräfte gangbaren Ansichten in Widerspruch stände.

Wenn ich annehme, dass die in einem elastischen Körper wirkenden Kräfte nicht blos von dem momentanen Zustande, sondern auch von den vorangegangenen Zuständen desselben abhängen, so habe ich nie daran gedacht, annehmen zu wollen, dass die zwischen den einzelnen Atomen wirkenden Kräfte durch bereits vergangene Positionen derselben beeinflusst würden, so dass die Atome gewissermaassen eine Erinnerung an ihre bereits vergangenen Zustände hätten. Ich dachte mir das vielmehr niemals anders, als dass die Gruppirung der Atome im Innern des Körpers nicht blos von dem momentanen, sondern auch von den vorhergegangenen Zuständen desselben abhängt. Wird z. B. ein elastischer Draht plötzlich gedehnt, und dann längere Zeit bei constanter Länge erhalten, so kann man sich etwa vorstellen, dass durch die Dehnung an einzelnen Stellen ungewöhnlich grosse Lücken zwischen den Molecülen entstehen; sobald nun ein einer solchen Lücke benachbartes, besonders günstig gelegenes Molecül infolge seiner Molecularbewegung zufällig gerade nach jener Lücke hin schwingt, stürzt es dauernd in dieselbe hinein, wodurch wieder in der Nähe eine andere Lücke entsteht, welche nach einiger Zeit in anderer Weise ausgefüllt wird u. s. w. Obwohl daher der Zustand des Drahtes sich nicht in sichtbarer Weise verändert, so verändert sich doch die Gruppirung der Molecüle im Draht fortwährend. Es hängt daher die Gruppirung der Molecüle nicht blos von dem augenblicklichen Zustande des Körpers, sondern auch von dessen vorangegangenen Zuständen ab, und es ist begreiflich, warum dasselbe auch von den elastischen Kräften gilt. Der elastische Körper ist gewissermaassen nicht absolut fest. Dies ist übrigens keineswegs die einzig mögliche Art sich den Vorgang zu denken. Mit dem gleichen Erfolge könnte man mit Weber, Kohlrausch

und Warburg annehmen, dass in dem plötzlich gedehnten Drahte die Molecüle sich allmählich drehen, oder dass die Drehungsaxe ihrer Wärmeschwingungen sich allmählich verändert, und eben weil man über diese Veränderung der Gruppirung der Molecüle, welche die elastische Nachwirkung bedingt, noch so wenig Zuverlässiges weiss, zog ich es vor, keine darauf bezügliche Hypothese zum Ausgangspunkte der Theorie der elastischen Nachwirkung zu machen. Ich basirte vielmehr meine Formeln blos auf die Annahme, dass die durch verschiedene Deformationen bewirkten langsamen Veränderungen der Gruppirung der Molecüle sich einfach superponiren, wenigstens in ihrem Einfluss auf die elastischen Kräfte. So sicher nun durch die neueren Beobachtungen constatirt ist, dass diese Annahme nicht allgemein gültig ist, so scheint sie in einzelnen Fällen wenigstens angenähert zuzutreffen, und in diesen Fällen dürften meine Formeln nicht ohne Werth sein, solange es an einer besseren, alle Formen der elastischen Nachwirkung (Nachwirkung, welche auf Dehnung, Torsion oder Biegung folgt, Dämpfung von Schwingungen durch Nachwirkung etc.) gleichmässig umfassenden Theorie fehlt. Dass ich übrigens niemals daran gedacht habe, durch meine Formeln eine auf molecular-theoretische Betrachtungen gegründete Theorie der elastischen Nachwirkungen überflüssig zu machen, ist wohl selbstverständlich.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1878. ANNALEN № 12.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND V.

I. *Electrodynamische Versuche mit deformirbaren Stromleitern; von F. Niemöller.*

Inaugural-Dissertation.

I. Bei den Versuchen zur Bestätigung des electrodynamischen Gesetzes über die Wechselwirkung geschlossener Ströme kommen zwei Gruppen von beweglichen linearen Stromleitern in Anwendung, nämlich starre und deformirbare. Um den Unterschied der beiden Gruppen, so weit er hier in Betracht kommt, genau festzustellen, projiciren wir die vom Strom umflossene Fläche auf drei rechtwinklige Ebenen im Raum und bilden die Summe S der Quadrate der drei Projectionsflächen. Bei starren Leitern ändert sich S während der Bewegung nicht, bei deformirbaren ändert es sich, es geht über in S_1. Ist absolut genommen $\frac{S-S_1}{S} = d$ das Maass der Deformation, so bleibt bei starren Körpern $d = 0$, während bei deformirbaren d von Null verschieden wird.

Experimentell hinreichend begründet ist das electrodynamische Gesetz für den Fall, dass der bewegliche Stromkreis starr ist; eine quantitative Bestätigung des Gesetzes in dem Falle, dass der Stromkreis eine Deformation erleidet, ist bis jetzt nur von Hrn. Boltzmann[1]) geliefert. Da Versuche der letzten Art wegen ihrer Schwierigkeit besonderes Interesse bieten, so forderte mich mein verehrter Lehrer, Hr. Prof. Riecke, auf, neue Versuche dieser Art anzustellen, welche ich in Folgendem mitzutheilen mir erlaube.

1) Wied. Galv. (2.) II. p. 706.

Da einerseits die Rechnung sehr vereinfacht wird, wenn in dem Raume, in dem sich der bewegliche Theil des Stromleiters befindet, die einwirkenden Kräfte als constant angesehen werden können, andererseits die Ablenkungen nur dann eine bequem messbare Grösse erreichen, wenn der bewegliche Theil grosse Dimensionen hat, so lag es nahe, als einwirkende Kraft zunächst den Erdmagnetismus zu wählen.

Versuche mit einer leichten Kette führten zu keinem befriedigenden Resultate, weil der Widerstand derselben sehr variabel ist und nur bei grosser Spannung constant wird. Vielleicht würde man gute Resultate erhalten, wenn man eine Kette aus edlem Metall anwenden könnte.

II. Die Versuche wurden daher auf folgende Weise abgeändert: Den beweglichen Theil bildete eine in der Meridianebene befindliche bifilare Suspension; die beiden gleich langen Suspensionsfäden bestanden aus sehr dünnem Silberdraht (Durchmesser = 0,2 mm), diese divergirten nach oben; ihre unteren Endpunkte waren leitend an einer metallenen Querleiste befestigt. Die Querleiste trug einen Spiegel und zur Vergrösserung des Trägheitsmomentes der Suspension parallel mit ihrer Längsrichtung einen 1 m langen Holzstab, der also in der Ruhelage horizontal schwebte und zum Schutze gegen Luftströmungen in einen Kasten eingeschlossen war. Der übrige Theil des Stromkreises wurde gebildet durch mit Seide umsponnene Drähte, die, von den oberen Enden der Silberdrähte kommend, da, wo sie aus der Ebene der Silberdrähte heraustraten, umeinander gewickelt waren und nach einer galvanischen Batterie führten. Es ist klar, dass auf die Suspension ein Drehungsmoment ausgeübt wird, sobald der Strom geschlossen wird. Das Drehungsmoment wechselt sein Zeichen, wenn der Strom commutirt wird.

Durch Beobachtung der Umkehrpunkte mit Hülfe von Spiegel und Scale wurde erst die Ruhelage bestimmt, darauf die Einstellungen bei geschlossenem und commu-

tirtem Strom. Die Ablenkungen zu beiden Seiten der Ruhelage waren zwar gering (1,5—2 mm bei ca. 6 m Entfernung der Scale), die Umkehrpunkte konnten aber mit grosser Schärfe bestimmt werden. Die Schwingungen waren ausserdem sehr regelmässig, wie z. B. folgendes Beispiel zeigt:

Ruhelage.		Geschl. Strom.		Commut. Strom.	
692,2		694,9			697,0
	699,3		699,9	691,6	
692,2		694,9			697,0
	699,2		699,8	691,7	
692,2		694,9			697,0
692,3	699,2	694,8	699,8	691,7	696,9
Mittel 695,75 mm		697,35 mm		694,32 mm	

Ist Δ die Ablenkung nach den wachsenden, Δ' nach den abnehmenden Zahlen, so folgt hieraus:

$$\Delta = 1{,}60 \text{ mm}, \qquad \Delta = 1{,}43 \text{ mm}.$$

Aus weiteren 5 Beobachtungen bei derselben Stromstärke folgte:

$\Delta = 1{,}54$	1,37	1,39	1,67	1,56
$\Delta' = 1{,}59$	1,73	1,62	1,61	1,57

Das Mittel aus diesen 12 Ablenkungen ist:

$$\Delta = 1{,}56 \pm 0{,}02 \text{ mm}.$$

Das Gewicht der Suspension war 80040 mg. Wurde das Gewicht kleiner gewählt, so wurden die Unterschiede zwischen Δ und Δ', die hier bis 0,36 mm anwachsen, so gross, dass die Ablenkungen bei beiden Stromrichtungen blos nach einer Seite hin erfolgten und in Bezug auf ihre Grösse sehr variabel waren. Diese Erscheinung ist wahrscheinlich eine Folge der in dem Drahte erzeugten Wärme. Der Abstand b der oberen Aufhängepunkte betrug 921,5 mm, der der unteren Befestigungspunkte war gleich 47,9 mm $= a$. Die Länge l jedes Silberdrahtes war 1779 mm, der Abstand der Scale vom Spiegel $= L = 5717$ mm, die Tangentenbussole von einer Windung und vom Radius 99,5 mm zeigte die Ablenkung der Nadel $= \alpha^0 = 19{,}00^0$.

Bei einem zweiten Versuche war $b = 886$, $a = 47{,}9$, $l = 1904{,}7$, $L = 5840$. Das Gewicht $2G$ der Suspension war 80040 mg, α war $= 18{,}00°$, Δ fand sich aus 6 Beobachtungen $= 1{,}872$ mm $\pm$ 0,022.

III. Um mit Hülfe dieser Suspension einen electrodynamischen Versuch zu machen, wurden zu beiden Seiten jedes Siberdrahtes zwei demselben nahezu parallele Kupferdrähte gespannt, welche angenähert in der Ebene lagen, die durch den Silberdraht geht und senkrecht auf der Ebene steht, die die beiden Silberdrähte enthält. Die 4 Kupferdrähte waren oben und unten so miteinander leitend verbunden, dass ein durch sie hindurchgehender Strom im gleichen Sinne die Suspension drehte. Legen wir ein Coordinatensystem so, dass die z-Axe vertical nach oben gerichtet den Winkel zwischen den beiden Silberdrähten halbirt, die y-Axe in die Verbindungslinie der beiden unteren Befestigungspunkte der Silberdrähte fällt, so waren die Gleichungen der Silberdrähte:

1) $y_0 = 0{,}2255\,z + 23{,}73$ mm 2) $y_1 = -0{,}2255\,z - 23{,}73$ mm.

Die Gleichungen der 4 Kupferdrähte waren:

$$\text{I.} \begin{cases} x_1 = 0{,}001663\,z + 13{,}382 \text{ mm}; \\ y_1 = y_0 - 0{,}003315\,z + 4{,}725 \text{ mm}. \end{cases}$$

$$\text{II.} \begin{cases} x_2 = -0{,}001258\,z - 10{,}821 \text{ mm}; \\ y_2 = y_0 - 0{,}002475\,z + 6{,}05 \text{ mm}. \end{cases}$$

$$\text{III.} \begin{cases} x_3 = -0{,}008481\,z - 9{,}857 \text{ mm}; \\ y_3 = y_1 + 0{,}004289\,z - 3{,}371 \text{ mm}. \end{cases}$$

$$\text{IV.} \begin{cases} x_4 = 10{,}286 \text{ mm}; \\ y_4 = y_1 + 0{,}001313\,z - 6{,}170 \text{ mm}. \end{cases}$$

Die Kupferdrähte waren unten 80 mm über die xy-Ebene hinaus verlängert, oben ragten sie 25 mm über die Silberdrähte hervor. Die Länge der Silberdrähte betrug 1904,7 mm. L war $= 5840$ mm, $2G = 80040$ mg.

Wir nennen Strom I den Strom in den Silber-, II den in den Kupferdrähten. In I war die oben beschrie-

bene, in II eine Bussole von einer Windung und vom Radius 105,8 mm eingeschaltet.

Nach Bestimmung der Ruhelage der Suspension wurde Strom II so geschlossen, dass seine Wirkung auf I der des Erdmagnetismus entgegengesetzt war, dann wurde zweitens II geöffnet und die Wirkung des Erdmagnetismus bestimmt; drittens wurde II so geschlossen, dass seine Wirkung auf 1 der des Erdmagnetismus gleichgerichtet war. Die Ablenkungen der Suspension wurden natürlich gemessen, indem I geschlossen und commutirt wurde.

Bei der ersten Beobachtungsreihe waren die Ablenkungen:

Fall 1) $\Delta_0 = 1{,}39$ mm 2) $\Delta_1 = 1{,}89$ mm 3) $\Delta_2 = 5{,}25$ mm.

Die Nadeln der Tangentenbussolen, die in I und II eingeschaltet waren, zeigten resp. die Ablenkungswinkel:

$$\alpha_1 = 18{,}51^0, \qquad \alpha_2 = 53{,}70^0.$$

Es folgen hieraus für die Ablenkungen, die Strom II allein hervorbringen würde, die Werthe:

$$\Delta_0 + \Delta_1 = 3{,}28 \text{ mm} \qquad \Delta_2 - \Delta_1 = 3{,}36 \text{ mm}.$$

Reducirt auf die Winkel $\alpha_1 = 18^0$ und $\alpha_2 = 53{,}50^0$ fand sich die Ablenkung, die II allein hervorbringen würde, aus 4 Beobachtungsreihen $= 3{,}23 \pm 0{,}05$ mm.

IV. Um die Uebereinstimmung der Beobachtungen zunächst mit dem Ampère'schen Gesetz zu zeigen, können wir die Silberdrähte als vollkommen biegsame Fäden ansehen, deren Gewicht und deren Torsion (diese wurde zu Anfang des Versuches entfernt), zu vernachlässigen ist. In der That stimmte nämlich die unter diesen Voraussetzungen theoretisch berechnete Schwingungsdauer sehr gut mit der direct beobachteten überein. Ferner können wir die Wirkung der Zuleitungsdrähte und der Ströme in den Silberdrähten aufeinander vernachlässigen. Bei der Berechnung der beiden ersten Versuche können wir noch die Wirkung des Erdmagnetismus auf das mittlere starre Verbindungsstück ausser Acht lassen, da auf dasselbe kein Drehungsmoment ausgeübt wird.

Es bezeichne s ein Stück des Silberdrahts, $s = 0$ sei bei jedem Drahte der untere Befestigungspunkt. Die Coordinaten der beiden unteren Befestigungspunkte seien in der Gleichgewichtslage x_0, y_0, z_0 und x_1, y_1, z_1. t_0 und t_1 seien die Spannungen der Drähte im Punkte s, für $s = 0$ seien ihre Werthe T_0 und T_1. Auf das mittlere Verbindungsstück wirken dann (an den Enden) die Kraftcomponenten: $T_0 \frac{dx_0}{ds}$, $T_0 \frac{dy_0}{ds}$, $T_0 \frac{dz_0}{ds}$, ferner: $T_1 \frac{dx_1}{ds}$, $T_1 \frac{dy_1}{ds}$, $T_1 \frac{dz_1}{ds}$, endlich in der Mitte angreifend die Kraft $-2G$ parallel mit der z-Axe. In der Gleichgewichtslage muss die Arbeit bei einer unendlich kleinen virtuellen Bewegung verschwinden, also ist:

$$0 = T_0 \frac{dx_0}{ds} \delta x_0 + T_0 \frac{dy_0}{ds} \delta y_0 + T_0 \frac{dz_0}{ds} \delta z_0 + T_1 \frac{dx_1}{ds} \delta x_1$$

(1)
$$+ T_1 \frac{dy_1}{ds} \delta y_1 + T_1 \frac{dz_1}{ds} \delta z_1 - 2G \left(\frac{\delta z_0 + \delta z_1}{2} \right).$$

Der Abstand der Befestigungspuncte ist constant $= b$, also:

(2) $$(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2 = b^2,$$

woraus folgt:

(3) $$0 = (x_0 - x_1)(\delta x_0 - \delta x_1) + (y_0 - y_1)(\delta y_0 - \delta y_1) + (z_0 - z_1)(\delta z_0 - \delta z_1).$$

Multipliciren wir (3) mit λ und subtrahiren von (1), so ist:

(4) $$T_0 \frac{dx_0}{ds} - \lambda (x_0 - x_1) = 0, \qquad T_0 \frac{dx_1}{ds} + \lambda (x_0 - x_1) = 0$$

(5) $$T_0 \frac{dy_0}{ds} - \lambda (y_0 - y_1) = 0, \qquad T_0 \frac{dy_1}{ds} + \lambda (y_0 - y_1) = 0.$$

(6) $$T_0 \frac{dz_0}{ds} - \lambda (z_0 - z_1) - G = 0, \quad T_1 \frac{dz_1}{ds} + \lambda (z_0 - z_1) - G = 0.$$

Es seien $X_0 ds$, $Y_0 ds$, $Z_0 ds$ die Componenten der Kraft, die auf ein Element ds des ersten, $X_1 ds$, $Y_1 ds$, $Z_1 ds$ die Componenten der Kraft, die auf ein Element ds des zweiten Drahtes wirken, dann lauten die Gleichungen der Drähte:

$$(7)\quad \begin{cases} t_0\frac{dx}{ds} - T_0\frac{dx_0}{ds} = -\int_0^s X_0\,ds, & \text{ferner:}\quad t_0\frac{dx}{ds} - T_1\frac{dx_1}{ds} = -\int_0^s X_1\,ds, \\ t_0\frac{dy}{ds} - T_0\frac{dy_0}{ds} = -\int_0^s Y_0\,ds, & t_0\frac{dy}{ds} - T_1\frac{dy_1}{ds} = -\int_0^s Y_1\,ds, \\ t_0\frac{dz}{ds} - T_0\frac{dz_0}{ds} = -\int_0^s Z_0\,ds, & t_0\frac{dz}{ds} - T_1\frac{dz_1}{ds} = -\int_0^s Z_1\,dz. \end{cases}$$

Setzt man die aus (4), (5) und (6) folgenden Werthe für $T_0\frac{dx_0}{ds}$..... ein, eliminirt noch t_0 und t_1, indem man quadrirt und die Formel benutzt: $\left(\frac{dx}{ds}\right)^2+\left(\frac{dy}{ds}\right)^2+\left(\frac{dz}{ds}\right)^2=1$, so findet man durch Integration:

$$\begin{aligned} x_0 &= f_0\ (\lambda(x_0-x_1), \quad \lambda(y_0-y_2), \quad \lambda(z_0-z_1) \\ y_0 &= f_1\ (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) \\ z_0 &= f_2\ (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) \end{aligned}$$

Ebenso:

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi_0(\lambda(x_0-x_1), \quad \lambda(y_0-y_2), \quad \lambda(z_0-z_1) \\ y_1 &= \varphi_1(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) \\ z_1 &= \varphi_2(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) \end{aligned}$$

Aus diesen 6 Gleichungen und aus der Gleichung (2) bestimmen sich die 7 Unbekannten $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1$ und λ. Die Integrationsconstanten der Functionen f und φ sind bestimmt durch die Lage der oberen Aufhängepunkte.

In unserm Falle können wir $t_0 = T_0$, $t_1 = T_1$ annehmen, es finden dann die Relationen statt:

$$(8)\quad \begin{cases} x_0 = -\frac{\lambda}{T_0}(x_0-x_1)\,l + \int_0^l ds\int_0^s \frac{X_0}{T_0}\,ds, \\ x_1 = \frac{\lambda}{T_1}(x_0-x_1)\,l + \int_0^l ds\int_0^s \frac{X_1}{T_1}\,ds. \end{cases}$$

Ist h der senkrechte Abstand der Verbindungslinie der oberen Aufhängepunkte von den unteren, so folgt aus

(5) unter Vernachlässigung von unendlich Kleinem gegen Endliches: $\frac{dy_0}{ds} = \frac{h}{l}$, $\frac{dy_1}{ds} = -\frac{h}{l}$, also:

(9) $$\frac{\lambda}{T_0} = \frac{\cos\varphi}{a} = \frac{\lambda}{T_1}, \text{ also ist: } T_0 = T_1.$$

φ bezeichnet den Winkel, den l mit der y-Axe einschliesst, er sei kleiner als 180°.

(10) $T_0 = T_1$ findet sich aus (6) $= \frac{G \cdot l}{h}$.

Subtrahiren wir die Gleichungen (8) voneinander und berücksichtigen (9) und (10), so folgt, da:

$$a + 2l\cos\varphi = b \text{ ist: } b \cdot \frac{x_0 - x_1}{a} = \int_0^l ds \int_0^s \frac{(X_0 - X_1)h}{Gl}\, ds.$$

Ist α der Inclinationswinkel, R die Totalintensität des Erdmagnetismus, so ist $X_0 = iR\sin(\varphi - \alpha)$, ($i$ = Stromintensität) $X_1 = -iR\sin(\varphi + \alpha)$, also, da $R\cos\alpha =$ der Horizontalintensität des Erdmagnetismus $= T$ ist, so ist $X_0 - X_1 = 2T\sin\varphi = \frac{2T \cdot h}{l}$, also: $\frac{x_0 - x_1}{a} = \frac{iTh^2}{G \cdot b}$.

$\frac{x_0 - x_1}{a}$ ist nun sehr nahe = dem Winkel, um den sich das Verbindungsstück gedreht hat $= \psi$; da nun die abgelesene Ablenkung $\Delta = 2\psi L$ ist, so ist $\Delta = \frac{2iTLh^2}{G \cdot b}$.

T war an der Stelle, wo die Drähte aufgehängt waren, = 1,790; an der Stelle, wo die Bussole stand = 1,735. Mit Benutzung dieser Daten findet man beim ersten Versuch $\Delta = 1{,}573$, während beobachtet wurde $1{,}56 \pm 0{,}02$ Aus dem zweiten Versuche berechnet sich $\Delta = 1{,}884$; beobachtet wurde $1{,}872 \pm 0{,}022$. Die Uebereinstimmung ist genügend.

Die Berechnung des electrodynamischen Versuches will ich hier nicht durchführen, da sie keine theoretischen Schwierigkeiten bietet und ziemlich weitläufig ist. Man findet nach dem Ampère'schen Gesetz, die Horizontalintensitäten = 1,780 angenommen, die Ablenkung 3,197 mm,

während beobachtet wurde $3{,}23 \pm 0{,}05$. Auch hier reicht die Uebereinstimmung bis auf $1\,\%$.

V. Um nach dem Helmholtz'schen Potentialgesetz die Drehung zu berechnen, die die Suspension durch einen geschlossenen Strom erfährt, haben wir das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten auf die ganze Suspension anzuwenden. Sind α, β und γ die Richtungscosinusse des Sromelementes $i\,ds$, sind ξ, η, ζ die Coordinaten des Stromelementes $j\,d\sigma$, welches zu einem geschlossenen Strome gehört, so ist das Potential des geschlossenen Stromes in Bezug auf ids gleich $Pds = -ds(u\alpha + v\beta + w\gamma)$, wo:

$$u = \frac{ij}{2}\int \frac{1}{r}\frac{d\xi}{d\sigma}d\sigma, \quad v = \frac{ij}{2}\int \frac{1}{r}\frac{d\eta}{d\sigma}d\sigma, \quad w = \frac{ij}{2}\int \frac{1}{r}\frac{d\zeta}{d\sigma}d\sigma, \tag{11}$$

$$\text{und } r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}.$$

i und j seien in electrodynamischem Strommaass ausgedrückt. Die Integration ist über den ganzen Strom zu erstrecken. Die Arbeit, die bei einer virtuellen Bewegung des Stromelementes ids geleistet wird, ist:

$$\left\{\begin{aligned} -\delta P ds = {} & ds\,\delta x\left(\frac{\partial u}{\partial x}\alpha + \frac{\partial v}{\partial x}\beta + \frac{\partial w}{\partial x}\gamma\right) \\ & + ds\,\delta y\left(\frac{\partial u}{\partial y}\alpha + \frac{\partial v}{\partial y}\beta + \frac{\partial w}{\partial y}\gamma\right) \\ & + ds\,\delta z\left(\frac{\partial u}{\partial z}\alpha + \frac{\partial v}{\partial z}\beta + \frac{\partial w}{\partial z}\gamma\right) \\ & + ds(u\,\delta\alpha + v\,\delta\beta + w\,\delta\gamma). \end{aligned}\right. \tag{12}$$

Wir benutzen nun das oben angeführte Coordinatensystem; die Coordinaten der unteren Befestigungspunkte seien x_0, y_0, z_0 und x_1, y_1, z_1. Behalten wir auch die übrigen Bezeichnungen bei und wenden das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten an auf alle Punkte der Suspension, ausgehend von dem oberen Aufhängepunkte des einen Drahtes bis zu dem des anderen, so gilt die Gleichung:

$$
(13)\quad \left\{\begin{aligned}
0 = &\int_{l}^{0}\left(\frac{d}{ds}\left(t_1\frac{dx}{ds}\right)\delta x + \frac{d}{ds}\left(t_1\frac{dy}{ds}\right)\delta y + \frac{d}{ds}\left(t_1\frac{dz}{ds}\right)\delta z\right)ds \\
&+\int_{l}^{0} -\delta P\,ds + \int_{0}^{a} -\delta P\,ds \\
&+\int_{0}^{l}\left(\frac{d}{ds}\left(t_0\frac{dx}{ds}\right)\delta x + \frac{d}{ds}\left(t_0\frac{dy}{ds}\right)\delta y + \frac{d}{ds}\left(t_0\frac{dz}{ds}\right)\delta z\right)ds + \int_{0}^{l} -\delta P ds \\
&+ T_0\frac{dx_0}{ds}\delta x_0 + T_0\frac{dy_0}{ds}\delta y_0 + T_0\frac{dz_0}{ds}\delta z_0 \\
&+ T_1\frac{dx_1}{ds}\delta x_1 + T_1\frac{dy_1}{ds}\delta y_1 + T_1\frac{dz_1}{ds}\delta z_1 - G\,(\delta z_0 + \delta z_1) \\
&+\lambda((x_0-x_1)(\delta x_0-\delta x_1)+(y_0-y_1)(\delta y_0-\delta y_1)+(z_0-z_1)(\delta z_0-\delta z_1)).
\end{aligned}\right.
$$

Der Werth von δP ist aus (12) zu entnehmen. Da $\delta\alpha = \frac{d\delta x}{ds}$, $\delta\beta = \frac{d\delta y}{ds}$, $\delta\gamma = \frac{d\delta z}{ds}$ ist, so kann man die Integrale:

$$\int (u\,\delta\alpha + v\,\delta\beta + w\,\delta\gamma)\,ds$$

durch partielle Integration noch umformen. Berücksichtigt man, dass für die oberen Befestigungspunkte die virtuellen Geschwindigkeiten verschwinden müssen, so sieht man leicht, dass die Gleichgewichtslage nach dem Potentialgesetz dieselbe ist, wie nach dem Ampère'schen, wenn wir beweisen können, dass die Grössen:

$$
(14)\quad \begin{gathered}
\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \beta\frac{\partial v}{\partial x} + \gamma\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{du}{ds},\quad \alpha\frac{\partial u}{\partial y} + \beta\frac{\partial v}{\partial y} + \gamma\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{dv}{ds}, \\
\alpha\frac{\partial u}{\partial z} + \beta\frac{\partial v}{\partial z} + \gamma\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{dw}{ds}
\end{gathered}
$$

gleich sind den Componenten $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ der Kraft, die nach dem Ampère'schen Gesetz auf das Stromelement *ids* ausgeübt wird. (Es folgt dieses auch leicht aus einer elementaren Betrachtung, da:

$$
\begin{gathered}
\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \beta\frac{\partial v}{\partial x} + \gamma\frac{\partial w}{\partial x},\qquad \alpha\frac{\partial u}{\partial y} + \beta\frac{\partial v}{\partial y} + \gamma\frac{\partial w}{\partial y}, \\
\alpha\frac{\partial u}{\partial z} + \beta\frac{\partial v}{\partial z} + \gamma\frac{\partial w}{\partial z}
\end{gathered}
$$

die Componenten der translatorischen Kraft, $\beta w - \gamma v$, $\gamma u - \alpha w$, $\alpha v - \beta u$ die des Drehungsmomentes sind, das auf ids nach dem Potentialgesetz ausgeübt wird. Man muss das Drehungsmoment als Kräftepaar auffassen).

Es ist nun:

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial v}{\partial x} + \gamma \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{ij}{2} \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \left(\frac{dx}{ds} \frac{d\xi}{d\sigma} + \frac{dy}{ds} \frac{d\eta}{d\sigma} + \frac{dz}{ds} \frac{d\zeta}{d\sigma} \right) ds$$

$$= \frac{ij}{2} \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2 r^2}{ds\, d\sigma} \right).$$

Ferner ist $\frac{du}{ds} = \frac{ij}{2} \int \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{d(\xi - x)}{d\sigma} d\sigma.$

Da der Strom geschlossen ist, so können wir partiell integriren und das freie Glied fortlassen, dann ist $\frac{du}{ds}$

$= -\frac{ij}{2} \int (\xi - x) \frac{d^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{ds\, d\sigma} d\sigma$, $\xi - x = r^3 \frac{\partial \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x}$, also ist:

$$\frac{du}{ds} = -\frac{ij}{2} \int r^3 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, d\sigma} d\sigma.$$

Es ist $r^3 \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, d\sigma} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 r^2}{ds\, d\sigma} + 3 \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma}$. Benutzt man diesen Werth so findet man: $\alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial v}{\partial x} + \gamma \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{du}{ds}$

$= \frac{ij}{2} \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \left(-\frac{d^2 r^2}{ds\, d\sigma} + 3 \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{d\sigma} \right) d\sigma$. Dieses ist aber die Componente der Kraft nach der x-Axe, die nach dem Ampère'schen Gesetz auf ids ausgeübt wird. Ebenso ist der Beweis für die beiden übrigen Componenten.

Durch die letzte Gleichung ist bewiesen, dass die Ruhelage nach dem Ampère'schen und Helmholtz'schen Gesetz dieselbe ist. Es folgt hieraus, dass der Rotationsversuch von Herwig[1]) keine Entscheidung zwischen dem Ampère'schen und Helmholtz'schen Gesetz liefert.

1) Pogg. Ann. CLIII. p. 262.

VI. Dass die obigen Versuche auch keine Entscheidung zwischen dem Ampère'schen und Grassmann'schen oder Clausius'schen Gesetze liefern, sieht man sofort aus den Formeln, die Herr Stefan[1]) aufgestellt hat. In der Abhandlung wird gezeigt, dass, wenn die electrodynamischen Kräfte nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernung abnehmen und den bisher beobachteten Thatsachen genügen sollen, die x-Componente der Kraft, die das Stromelement ids auf das Stromelement $jd\sigma$ ausübt, die Form haben muss:

$$X = ids.jd\sigma\left\{m\frac{d^2\left(\frac{\xi-x}{r}\right)}{ds\,d\sigma}+n\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{r}\right)\frac{d\xi}{d\sigma}+p\frac{d}{d\sigma}\left(\frac{1}{r}\right)\frac{dx}{ds}+q\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial\xi}\cos\varepsilon\right\};$$

ε ist der Winkel zwischen ds und $d\sigma$, m, n, p, q sind Constante.

Wie leicht zu sehen, fallen die von m und n abhängigen Theile fort, wenn der einwirkende Strom geschlossen ist. Man kann also in allen Fällen, wenn der einwirkende Strom geschlossen ist, $m = n = 0$ setzen, wie es beim Grassmann'schen Gesetze der Fall ist.

Auch der in den Lehrbüchern der Physik angegebene Ampère'sche Abstossungsversuch, welcher meist in der Weise angestellt wird, dass durch einen auf Quecksilber schwimmenden Metallbügel ein Strom geleitet wird, kann, wie Herr Stefan gezeigt hat, keine Entscheidung zwischen dem Ampère'schen und Grassmann'schen Gesetze liefern. Der Rechnung von Herrn Stefan liegt dabei implicite der Satz zu Grunde:

„Ein nicht geschlossener von einem constanten Strome durchflossener Stromleiter, auf den keine äusseren Kräfte wirken, ist nach dem Grassmann'schen Gesetze im allgemeinen nicht im Gleichgewicht."

Es folgt dieser Satz unmittelbar daraus, dass das Grassmann'sche electrodynamische Gesetz dem Principe der Gleichheit von Action und Reaction nicht genügt.

1) Wien. Ber. Aprilheft 1869.

Ist ds ein Element des starren Stromleiters, Xds die Componente nach der x-Axe der Kraft, die auf ds wirkt, so muss in der Gleichgewichtslage $\int Xds = 0$ sein. Da die inneren Kräfte, die aus der Festigkeit des Leiters entspringen, dem Gesetze der Gleichheit von Action und Reaction genügen, so fallen sie aus $\int Xds$ aus. Ist der Strom nicht geschlossen, so ist $\int Xds$ im allgemeinen von Null verschieden. Es fehle z. B. in einem rechteckigen, von einem constanten Strome durchflossenen Bügel die Seite, die den Bügel zum Rechteck ergänzt. Da nach Grassmann die electrodynamische Kraft, die auf ein Stromelement ids wirkt, auf diesem senkrecht steht, so heben die Resultanten der Kräfte, die auf die parallen Seiten des Bügels wirken, sich gegenseitig auf; es bleibt blos die Resultante der Kräfte, die von den parallelen Seiten auf das Verbindungsstück ausgeübt wird und welche senkrecht gegen dasselbe gerichtet ist. Der Bügel muss deshalb eine Bewegung annehmen senkrecht zum Verbindungsstück, gleichsam als wenn er an den freien Enden abgestossen würde. Die Richtung des Stromes ist dabei ohne Einfluss.

VII. Hr. Clausius sieht die Abstossung, die der Bügel erleidet, als unmittelbare ponderomotorische Wirkung der strömenden Electricität an.[1]) Es bedarf nach dem Vorhergehenden einer solchen Erklärung nicht. Auch kann die ponderomotorische Kraft, die die strömende Electricität ausüben soll, für Stromstärken bis zur electromagnetischen Intensität 10 nur eine sehr geringe Grösse haben, wie ich experimentell geprüft habe. Ein ebener Bügel wurde vertical auf einem trifilar aufgehängten, horizontal schwebenden Brette so befestigt, dass die Entfernung seiner Ebene vom Schwerpunkt der Suspension 300 mm betrug und die mit freien Enden versehenen Stücke des Bügels horizontal gerichtet waren. Die beiden freien Enden des

1) Wied. Ann. I. p. 29.

Bügels waren vertical nach unten gebogen und je mit einem Kreise aus Zinkblech versehen, welche in zwei mit Zinkvitriol gefüllte Becher tauchten. Die Zinkbleche standen vertical und waren an ihrer Rückseite isolirt. In die Zinkvitriolbecher wurde durch ein diesem Bügel ganz ähnliches Drahtgestell ein Strom geleitet, und die Abstossung des Bügels mit Spiegel und Scale beobachtet. Auf den Bügel würden die von Hrn. Clausius vorausgesetzten ponderomotorischen Kräfte wirken und der Erdmagnetismus, dessen Wirkung durch einen grossen Magneten theilweise neutralisirt wurde. Die letztere Kraft ändert das Vorzeichen, wenn der Strom commutirt wird, die erstere nicht. Es fand sich, dass beim Commutiren des Stromes die Ablenkung bis zur Stromstärke 10 fast genau die entgegengesetzte wurde, und zwar auch dann noch, wenn eines der am Bügel befestigten Zinkbleche um 180 Grad gedreht wurde, so dass die isolirten Flächen entgegengesetzt gerichtet waren. Bei grösseren Stromstärken wurden freilich infolge electrodynamischer Wirkungen die Ablenkungen ungleich.

VIII. Der folgende Satz, welcher aus dem Clausius'schen Gesetze folgt, steht mit unsern gegenwärtigen Anschauungen im Widerspruch.

„Hat ein electrostatisch geladener Körper die absolute Geschwindigkeit der Weber'schen Constante, so ist die Electricität auf demselben in indifferentem Gleichgewicht."

Das Gesetz, welches Hr. Clausius[1]) unter Berücksichtigung aller bis jetzt bekannten Thatsachen entwickelt hat, lautet in seiner einfachsten Form folgendermaassen:

Sind ε und ε' zwei electrische Massentheilchen, deren Coordinaten bezogen auf ein festes Coordinatensystem x, y, z und x', y', z' sind, ist r ihre Entfernung, t die Zeit,

1) Borchardt's Journ. LXXXII.

so ist die x-Componente der Kraft, die ε' auf ε ausübt, $= X\varepsilon\varepsilon'$, wo:

$$X = -\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x}\left[1 - k\left(\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}\right)\right] - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right).$$

Wir führen jetzt ein Coordinatensystem ein, welches fest mit dem Körper verbunden ist, in dem sich die Theilchen ε und ε' befinden, und parallel bleibt dem festen Coordinatensystem. ξ, η, ζ und ξ', η', ζ' seien die auf dieses System bezogenen Coordinaten von ε und ε'. Es ist dann $x = a + \xi$, $y = b + \eta$, $z = c + \zeta$; $x' = a + \xi'$, $y' = b + \eta'$, $z' = c + \zeta'$, wenn a, b, c die Coordinaten des Nullpunktes des beweglichen Systems bezogen auf das feste und als Functionen der Zeit gegeben sind.

Ist der Körper electrostatisch geladen, so müssen wir über alle Theilchen ε' summiren, um die auf ε wirkende Kraft zu finden. Es sei $\varepsilon = 1$:

$$\sum\frac{\varepsilon'\frac{d\xi'}{dt}}{r} = u, \quad \sum\frac{\varepsilon'\frac{d\eta'}{dt}}{r} = v, \quad \sum\frac{\varepsilon'\frac{d\zeta'}{dt}}{r} = w, \quad \sum\frac{\varepsilon'}{r} = V$$

gleich der Potentialfunction der vorhandenen Electricität. Auf das Theilchen 1 wirkt dann nach der x-Axe die Kraft:

$$\begin{aligned} X = &-\frac{\partial V}{\partial \xi} + k\left(\frac{da}{dt} + \frac{d\xi}{dt}\right)\left(\frac{da}{dt}\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \xi}\right) \\ &+ k\left(\frac{db}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\right)\left(\frac{db}{dt}\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \xi}\right) \\ &+ k\left(\frac{dc}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\right)\left(\frac{dc}{dt}\frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial \xi}\right) \\ &- k\frac{d}{dt}\left(\frac{da}{dt}\cdot V + u\right). \end{aligned}$$

Ist die Geschwindigkeit v des Körpers constant, so gelten nach dem Eintritt des stationären Zustandes, wo keine Scheidung der Electricität mehr stattfindet, die Gleichungen im ganzen Innern des Körpers:

$$X = \frac{dV}{dt} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{d\eta}{dt} = \frac{d\zeta}{dt} = u = v = w = 0.$$

V muss also der Differentialgleichung genügen:

$$-\frac{\partial V}{\partial \xi}(1 - kv^2) = 0,$$

also constant sein im Innern, wenn $1 - kv^2$ von Null verschieden ist, ist aber $v = \sqrt{\frac{1}{k}}$, so ist V ganz beliebig, die Electricität kann beliebig vertheilt sein.

Göttingen, 29. Juli 1878.

II. *Telephon und Klangfarbe; von H. Helmholtz.*

(Aus den Monatsber. d. Berl. Acad. mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)

Hr. E. du Bois-Reymond hat, kurz nach Bekanntwerden des Telephons[1]), eine Erklärung der Wirkungen des neuen Apparates aufgestellt, namentlich der Bewahrung der Klangfarbe, bei der er sich jeden Klang in seine Partialtöne zerlegt denkt und sich darauf stützt, dass jeder dieser Partialtöne zwar in veränderter Phase, aber mit derselben Schwingungszahl und verhältnissmässiger Amplitude durch die electrischen sinusoiden Schwingungen des Leitungsdrahtes auf das Telephon des Hörers übertragenwerde. Da die Verschiebung der Phase nach meinen Untersuchungen gleichgültig für die Klangfarbe sei, könne auf diese Weise die Klangfarbe der gesprochenen Klänge bewahrt bleiben.

Gegen diese Erklärung hat Hr. L. Hermann[2]) Versuche geltend gemacht, welche nach seiner Ansicht die

1) Du Bois-Reymond, Arch. f. Physiol. 1877. p. 573. 582. — Archives de Genève 1878. LXI. p. 120. LXII. p, 76.

2) Pflüger's Archiv. XVI. 1878. p. 264. 314.

genannte Theorie der Wirkung des Telephons widerlegen und mit der von mir gegebenen Theorie der Klangfarbe nur unter der Voraussetzung vereinbar sein sollen, dass das Grundgesetz der Induction für oscillatorische Potentialänderungen nicht stattfinde, was soviel heisst wie, dass meine Theorie falsch ist. Diese Versuche bestehen darin, dass die Leitung des stromerregenden Telephons durch den einen Draht einer aus zwei nebeneinander liegenden Drähten gewundenen Spirale geschlossen wird, der zweite von jenem ersten vollkommen isolirte Draht dagegen entweder direct mit dem Telephon des Beobachters, oder auch wohl wieder mit einem Drahte einer anderen doppeldrähtigen Spirale verbunden wird, deren zweiter Draht dann zu dem Telephon des Beobachters geht. In diesem Falle werden die electrischen Bewegungen im zweiten und eventualiter dritten Stromkreise durch electrodynamische Induction zwischen den Drahtpaaren der angewendeten Spiralen erregt. Man kann alsdann die Worte, die in das erste Telephon gesprochen werden, auch im letzten ohne auffallende Aenderung der Klangfarbe hören und verstehen. Da nun nach dem bekannten und wohl geprüften Gesetze der electrodynamischen Induction deren electromotorische Kraft dem Differentialquotienten der Stromintensität proportional ist, und beim Differentiiren einer Sinusfunction:

$$J = A \sin (2\pi nt + c),$$

die Schwingungszahl n als Factor zur Amplitude tritt:

$$\frac{\partial J}{\partial t} = 2\pi n A \cos (2\pi nt + c),$$

so würden nach Hrn. Hermann's Meinung bei dieser Uebertragung der electrischen Oscillationen durch Induction in jeder der Doppelspiralen die Amplituden der den höheren Partialtönen jedes Klanges entsprechenden electrischen Ocillationen im Verhältnisse ihrer grösseren Schwingungszahlen gegen die der tieferen zunehmen, und so würde das Verhältniss der Intensitäten der aus dem

zweiten Telephon herausdringenden Partialtöne erheblich verändert werden müssen.

Die Erklärung der Hermann'schen Versuche aus den bekannten Gesetzen ergibt sich aber leicht, wenn man nicht blos die Induction jedes Stromkreises auf den benachbarten, sondern auch die jedes Stromkreises auf sich selbst berücksichtigt.

I. Beginnen wir mit dem Falle zweier Stromkreise, die ich durch die Indices 1 und 2 bezeichnen will. J_1 und J_2 seien die Intensitäten, w_1 und w_2 die Widerstände, P sei das electrodynamische Potential der beiden verflochtenen Spiralen aufeinander für die Stromeinheit berechnet, dagegen Q_1 und Q_2 die Potentiale jeder Spirale auf sich selbst genommen mit Einschluss des Potentials der von jeder Spirale magnetisirten Eisenstücke auf diese Spirale selbst, dagegen M das electromagnetische Potential des von aussen erregten Magnetismus auf die erste Spirale im Telephon des Sprechers. Dann sind nach den bekannten Gesetzen der Induction folgende beide Gleichungen aufzustellen:

$$J_1 w_1 = \frac{\partial M}{\partial t} - Q_1 \cdot \frac{\partial J_1}{\partial t} - P \cdot \frac{\partial J_2}{\partial t} \tag{1}$$

$$J_2 w_2 = - Q_2 \cdot \frac{\partial J_2}{dt} - P \cdot \frac{\partial J_1}{\partial t} \cdot \tag{1a}$$

Ist nun M von der Form einer einfachen harmonischen Schwingung, so können wir setzen:

$$M = A e^{2\pi i n t},$$

wobei sich auch die Werthe von J_1 und J_2 in imaginäre und reelle Theile scheiden, von denen die ersteren dem imaginären, die letzteren dem reellen Theile von M angehören werden.

Setzen wir dem entsprechend:

$$J_1 = B_1 e^{2\pi i n t}, \qquad J_2 = B_2 e^{2\pi i n t},$$

so werden die obigen Gleichungen:

$$B_1 [w_1 + Q_1 . 2\pi i n] + B_2 P . 2\pi i n = 2\pi i n A \tag{2}$$

$$B_1 P . 2\pi i n + B_2 [w_2 + Q_2 2\pi i n] = 0, \tag{2a}$$

woraus sich ergibt:

$$[B_2\{4\pi^2n^2P^2 + [w_1 + Q_1 2\pi in][w_2 + Q_2 2\pi in]\} = 4\pi^2n^2AP$$

oder:

$$(3) \qquad B_2 = A \cdot \frac{4\pi^2n^2P}{w_1w_2 + 2\pi in(w_1Q_2 + w_2Q_1) + 4\pi^2n^2(P^2 - Q_1Q_2)}.$$

Den entsprechenden Fall von nur einem Kreise, der beide Telephone enthält, vom Widerstande w und Potentiale Q erhalten wir, wenn wir in Gleichung (1) $P = o$ setzen. In diesem Falle ist:

$$(3a) \qquad B = \frac{2\pi inA}{w + 2in\,Q}.$$

Die Gleichungen (3) und (3a) zeigen zunächst, dass für sehr grosse Werthe von n, d. h. für sehr hohe Töne, die Werthe von B und von B_2 unabhängig von n werden, da die höchste Dimension des n in Zähler und Nenner beider Ausdrücke dieselbe ist. Dabei ist zu bemerken, dass die Grösse:

$$Q_1 \cdot Q_2 - P^2,$$

welche in (3) vorkommt, immer positive Werthe haben muss, selbst wenn keine weiteren Spiralen in den beiden Stromkreisen vorkommen, als die ineinander gewundenen. Dies ergibt sich aus der Bildungsweise der Werthe von P und Q. P wird um so grösser, je näher sich die beiden Spiralen rücken. Den grössten Werth erhält es also, wenn beide zusammenfallen. Dann wird es aber Q, falls beide gleiche Zahl von Windungen haben.

Bei der Bildung von:

$$Q = \iint \frac{ds \cdot d\sigma \cdot \cos(ds \cdot d\sigma)}{r}$$

wird hierbei jede Combination $ds.d\sigma$ zweimal gerechnet, nämlich so oft sie vorkommt, wenn man, wie bei der Bildung von P, unabhängig voneinander sowohl ds als $d\sigma$ seinen ganzen Stromkreis durchlaufen lässt.

Wird die Zahl der Windungen aber in der ersten Spirale auf das $m$fache, in der zweiten auf das $n$fache gebracht, so wächst P auf das $n.m$fache, Q_1 auf das

m^2fache, Q_2 auf das n^2fache, also P^2 ebenso gut, wie $Q_1 . Q_2$ auf das $n^2 . m^2$ fache.

In unserem Falle wird nun P^2 im allgemeinen ziemlich klein gegen $Q_1 Q_2$ sein, weil die letzteren Grössen durch die Spiralen und Eisenmassen der Telephone erheblich vergrössert werden.

Was die Grössenbeziehungen zwischen den Q und den w betrifft, so bekommen diese im Fall eines einfachen Kreises, auf den keine äusseren Kräfte wirken, für den also $M = P = 0$ ist, folgende Bedeutung. In einem solchen ist:

$$J = A e^{-\frac{wt}{Q}}, \tag{3a}$$

welches den Verlauf eines in dem betreffenden Kreise erlöschenden Stromes darstellt. Das heisst $\frac{Q}{w}$ ist diejenige Zeit, innerhalb deren die Stärke des Stromes auf die Grösse $\frac{1}{e} = 0{,}36788$ ihrer früheren Stärke hinabsinkt, wenn die electromotorische Kraft zu wirken aufgehört hat. In Stromkreisen, welche Electromagnete enthalten, ist diese Zeit kein sehr kleiner Bruchtheil einer Secunde. Ich habe sie in einem Falle an einer Drahtspirale bestimmt, welche nur eine kleine Menge dünner Eisendrähte, also viel weniger Eisen, aber allerdings mehr Kupferdraht (1 kg) enthielt, als die Telephonwindungen zu haben pflegen. Der Werth von $\frac{Q}{w}$ für die leere Spirale ohne Eisen war etwa $\frac{1}{274}$ Sec., mit dem kleinen Eisenkern dagegen etwa $\frac{1}{10}$ Sec.[1] Da nun Eiseneinlagen ausserordentlich viel wirksamer zu sein pflegen als Vermehrung des Kupferdrahts, so werden wir schliessen dürfen, dass die Grösse $\frac{2\pi Qn}{w}$, welche in unseren Formeln eine Rolle spielt, auch bei den tiefsten Tönen der menschlichen Stimme schon grösser als 1 sein wird, bei den höheren dagegen erheblich viel grösser,

1) Pogg. Ann. LXXXIII. p. 523—536.

so dass wir die Quadrate und Producte der w gegen die Quadrate und Producte von Qn, beziehlich gegen $n^2(2Q_1Q_2 - P^2)$ vernachlässigen können.

Um die Intensität des Stromes im Kreise des empfangenden Telephons zu finden, müssen wir, da B_2 und B complexe Grössen sind, deren Modul suchen. Wir setzen:

$$B_2 = -\frac{4\pi^2 AP}{R_2} e^{+i\varrho}, \qquad B = \frac{2\pi A}{R} e^{+i\sigma} \tag{3b, 3c}$$

worin:

$$R_2 \cos\varrho = 4\pi^2 (Q_1 Q_2 - P^2) - \frac{w_1 w_2}{n^2},$$

$$R_2 \sin\varrho = 2\pi\left(\frac{w_1}{n} Q_2 + \frac{w_2}{n} Q_1\right)$$

und: $$R\cos\sigma = 2\pi Q, \qquad R\sin\sigma = \frac{w}{n}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{w}{2\pi n Q},$$

also als eine kleine Grösse, deren Quadrat zu vernachlässigen ist, so dass eben deshalb auch $\cos\sigma$ nicht merklich von 1 unterschieden ist. Daher kann der von n unabhängige Werth von $R\cos\sigma$ auch für R selbst gesetzt werden.

Ebenso zeigt es sich, dass auch $\operatorname{tg}\varrho$ eine kleine Grösse ist, dass $\cos\varrho$ nicht von 1 unterschieden zu werden braucht, und dass also ein genügend angenäherter Werth von R_2 ist:

$$R_2 = 4\pi^2 (4 Q_1 Q_2 - P^2)$$

unabhängig von n.

Danach ergeben sich schliesslich die Werthe von J_2:

$$J_2 = -\frac{4\pi^2 AP}{R_2} e^{i(2\pi nt + \varrho)}, \qquad J = \frac{2\pi A}{R} e^{2\pi i nt + i\sigma}.$$

Die Verschiebung der Phase ist hierbei proportional der ersten Potenz der kleinen Grösse $\frac{w}{2\pi n Q}$, die Aenderung der Intensität dem Quadrate derselben. Beide Aenderungen verschwinden für sehr hohe Töne.

Die genauere Berechnung der Werthe von R und R_1 zeigt dagegen, dass beide für tiefe Töne etwas grösser, also die entsprechenden Ströme im Telephon etwas schwächer werden müssen, als sie bei Vernachlässigung der $\frac{w}{nQ}$ erscheinen würden. Dies entspricht in der That der Erfahfahrung. Die tiefen Töne der Männerstimmen erscheinen im allgemeinen in den gebräuchlichen Telephonen verhältnissmässig zu schwach. Dabei ist aber freilich auch noch zu beachten, dass die Resonanz in den vibrirenden Eisenplatten der Telephone, welche angeschlagen ziemlich hohe Geräusche geben, einen ähnlichen Einfluss auf die Intensitäten der hohen Töne haben muss.

II. Was wir hier für zwei Kreise gefunden haben, gilt nun auch für beliebig viele Stromkreise, zwischen denen in beliebiger Weise inducirende und inducirte Spiralen vertheilt sind. Bezeichnen wir mit J_a die Stromstärke in dem durch den Index a bezeichneten Kreise, mit w_a seinen Widerstand, mit Q_a sein electrodynamisches Potential auf ihn selbst genommen mit Einrechnung der von ihm magnetisirten Eisenstücke, mit P_{ab} dasselbe des aten auf den bten Stromkreis und mit M_a den Einfluss des von aussen erregten Magnetismus, so gilt für den aten Kreis die Gleichung:

$$(4) \qquad J_a \cdot w_a + Q_a \frac{\partial J_a}{\partial t} + \Sigma_b \left[P_{a,b} \frac{\partial J_b}{\partial t} \right] = \frac{\partial M_a}{\partial t}.$$

Solcher Gleichungen gibt es so viel, als Stromkreise da sind; bei den telephonischen Versuchen wird nur in einem dieser Kreise, in dem des erregten Telephons, M_a von Null verschieden sein. Die Gleichungen können wir auflösen für den Fall eines einfachen harmonischen Tones, indem wir setzen:

$$M_a = A e^{2\pi i n t}, \qquad J_a = B_a e^{2\pi i n t}.$$

Das System der Gleichungen (4) verwandelt sich dann in folgendes System von Gleichungen:

$$(5) \qquad B_a \left(Q_a + \frac{w_a}{2\pi n i} \right) + \Sigma_b \left[P_{ab} B_b \right] = A_a.$$

Aus diesem lassen sich die Constanten B_a finden, falls nicht die Determinante ihrer Coëfficienten gleich Null ist. Das dies für keinen reellen Werth der Zahl n und auch nicht für $n = 0$ der Fall ist, lässt sich zeigen, wie gleich nachher geschehen soll.

Dann ist also aus dem Systeme der Gleichungen (5) der Werth des B_q, welches dem Kreise des empfangenden Telephons angehört, zu finden. Wenn der Index des erregenden Kreises mit o bezeichnet wird, ist der Werth:

$$B_q = A_0 \cdot \frac{D_{0,q}}{D}, \tag{5a}$$

worin D die Determinante der Coëfficienten der B in den Gleichungen (5) bezeichnet, und $D_{0,q}$ diejenige, welche entsteht, wenn man die Horizontalreihe mit dem Index o und die Verticalreihe mit dem Index q weglässt.

Beide Determinanten sind ganze Functionen von $\frac{1}{n}$ und lassen sich nach Potenzen dieser Grösse ordnen. Wenn in beiden das erste von $\frac{1}{n}$ unabhängige Glied nicht gleich Null ist, wird das Verhältniss $\frac{B}{A}$ für hinreichend hohe Werthe von n unabhängig von n. Dass der Modul der Grösse $\frac{B}{A}$ sogar nur nach Potenzen von $\frac{1}{n^2}$ sich entwickelt, ergibt sich dann aus ähnlichen Betrachtungen, wie sie oben für je zwei Stromkreise angestellt sind.

Dass zunächst, wie schon angeführt, die Determinante D im Nenner nur für imaginäre Werthe von n, oder wenn wir $2\pi n i = -\frac{1}{\lambda}$ setzen, nur für reelle positive Werthe von λ gleich Null werden kann, ergibt sich daraus, dass zwei Spiralen mit den Indices $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$, von denen die eine α, die andere β Windungen hat, einen Beitrag zur Grösse $Q_\mathfrak{a}$ liefern, welcher grösser ist als $\frac{\alpha}{\beta} P_{\mathfrak{a},\mathfrak{b}}$, und einen solchen zu $Q_\mathfrak{b}$, der grösser ist als $\frac{\beta}{\alpha} P_{\mathfrak{a},\mathfrak{b}}$. Wenn wir also

das Verhältniss $\frac{\beta}{\alpha}$ für die einzelnen Spiralen des $a$ten Kreises mit $\varepsilon_{a,b}$ bezeichnen, wobei:

$$\varepsilon_{ab} = \frac{1}{\varepsilon_{ba}}$$

und beide Grössen auch negativ sein können, so ist allgemein:

$$Q_a = a_a + \Sigma[\varepsilon_{a,b} \cdot P_{a,b}],$$

worin a_a eine positive Grösse bezeichnet. Wenn wir nun die quadratischen homogenen Functionen bilden:

$$\varphi = \sum_a [Q_a B_a^2] + 2 \sum_a \sum_b [P_{a,b} \cdot B_a B_b] \tag{6}$$

und

$$\psi = \Sigma[w_a B_a^2], \tag{6a}$$

so sind die Werthe beider für reelle Werthe der B nothwendig immer positiv. Für ψ, welches eine Summe von Quadraten mit den ihrem physikalischen Sinne nach immer possitiven Coëfficienten w_a bildet, ist dies von selbst klar. Für φ ergiebt es sich dadurch, dass man es in die Form bringen kann:

$$\varphi = \Sigma_a[a_a B_a^2] + \Sigma[P_{ab}(\sqrt{\varepsilon_{ab}}\, B_a + \sqrt{\varepsilon_{ba}}\, B_b)^2], \tag{6b}$$

welcher Ausdruck ebenfalls eine Summe von Quadraten mit positiven Coëfficienten ist. Sucht man nun nach bekannten Methoden diejenigen Werthe der B, welche bei constant bleibendem ψ das φ zu einem Maximum oder Minimum machen, so erhält man das System von Gleichungen:

$$\lambda w_a B_a = Q_a B_a + \Sigma[P_{ab} B_b], \tag{7}$$

worin λ eine Constante ist, deren Werth sich ergibt, wenn man berücksichtigt, dass die Determinante der Gleichungen (7) gleich Null sein muss. Man erhält soviel Werthe von λ, als verschiedene B_a (d. h. Stromkreise) existiren, welche Werthe alle positiv sein müssen. Denn wenn man die Gleichung (7) mit B_a multiplicirt und alle ähnlich gebildeten Gleichungen ähnlich behandelt und addirt, so erhält man:

$$\lambda \psi = \varphi. \tag{7a}$$

Ist λ reell, so sind, wie gezeigt, ψ und φ positiv, also λ positiv.

Wäre λ complex, so würden auch die Verhältnisse zwischen den B complex sein.

Dies ist unmöglich, denn wenn man die Reihe der Gleichungen (7) mit der Reihe der conjugirten B_a (d. i. mit geänderten Vorzeichen der $\sqrt{-1}$) multiplicirte, und alle addirte, erhielte man das complexe λ, multiplicirt mit einer positiven reellen Grösse gleich einer andern solchen Grösse, was nicht möglich ist.

Folglich kann die Determinante der Gleichungen (7) [beziehlich (5)] nur für positive Werthe λ (beziehlich des $\frac{-i}{2\pi n}$) gleich Null werden. Sie kann auch nicht für $\lambda = 0$ (d. h. $n = \infty$) gleich Null werden, wenn nicht sämmtliche Coëfficienten a_a und P_{ab} bis auf $(p-1)$ derselben (p ist hier wieder Anzahl der Stromkreise) gleich Null gesetzt werden.

Was die Determinante $D_{q,0}$ im Zähler der rechten Seite von (5a) betrifft, so kann deren constantes Glied allerdings gleich Null werden, wenn die Grössen Q, P und w eine bestimmte Beziehung gegeneinander einhalten. In diesem Falle würde die Amplitude sehr hoher Partialtöne im hörenden Telephon bei steigender Schwingungszahl unendlich klein, wie $\frac{1}{n}$ werden. Für den einen Fall, der in den oben erwähnten Versuchen von L. Hermann eingehalten ist, wo nur die $P_{a,a+1}$ von Null verschieden sind, reducirt sich die Determinante $D_{q,0}$ auf ihr constantes Glied, welches einfach das Product aller dieser Potentiale P zwischen den aufeinander folgenden Stromkreisen ist, und dasselbe könnte also Null nur dann werden, wenn eines dieser Potentiale gleich Null wird, und also überhaupt kein Zusammenhang zwischen den beiden Telephonen mehr stattfindet.

Uebrigens lässt sich auch noch die vorher an die Gleichungen (3a) und (3b) angeknüpfte Betrachtung auf beliebig viele Stromkreise übertragen. Wenn wir die

Determinante der Gleichungen (7) nach Potenzen der Unbekannten λ ordnen, so sind die ersten beiden Glieder:

$$D_{\lambda=0} - \lambda \sum_{a} [w_a D_{a,a}]_{\lambda=0} \text{ etc.},$$

wo die Determinanten für $\lambda=0$ zu bilden sind. Wenn nun unter λ_t die dem System der Gleichungen (7) entsprechenden Werthe verstanden werden, so ist nach den bekannten Eigenschaften der Gleichungen:

$$\sum \left(\frac{1}{\lambda_t}\right) = \frac{\Sigma [w_a D_{aa}]}{D}. \tag{8}$$

Für den Fall aber, dass in den Gleichungen (4) alle $M=0$ gesetzt werden, wir also den Ablauf von aussen nicht beeinflusster Inductionsströme in dem System untersuchen, ist das Integral dieses Systems von Differentialgleichungen:

$$J_a = \Sigma \left[B_{a,t} \cdot e^{-\frac{t}{\lambda_t}} \right].$$

Das heisst: die λ_t sind die Zeiten, in denen die hier vorkommenden Exponentialfunctionen auf den Bruchtheil $\frac{1}{e}$ herabsinken.

Wir können also die Determinante D der Gleichung (5a) in ihren ersten Gliedern schreiben:

$$D = D_{\lambda=0} \left\{ 1 + \frac{1}{2\pi n i} \sum \left(\frac{1}{\lambda}\right) \text{ etc.} \right\}. \tag{8a}$$

Nun sind die Grössen λ durch die Gleichung (7a) bestimmt:

$$\lambda \psi = \varphi,$$

worin ψ und φ die immer positiven Functionen sind, die durch die Gleichungen (6a) und (6b) gegeben sind. Da für jeden Werth λ_t von λ nur die Verhältnisse der B_{at} zu einem von ihnen durch die Gleichungen (7) bestimmt sind, so kann man diesem einen immer den Werth geben, dass:

$$\psi = 1 \quad \text{und} \quad \lambda = \varphi$$

wird. Die Grösse φ kann alsdann verschwindend klein nach Gleichung (6b) nur unter der Bedingung werden, dass:

1) von den Grössen B_{at} und a_a in jedem Stromkreise mindestens eine verschwindet, also namentlich in den

Kreisen der beiden Telephone, wo das a_a erheblich grossen Werth hat, der Strom von Anfang an klein ist;

2) auch gleichzeitig in jedem Paare aufeinander inducirend wirkender Stromkreise entweder P_{ab} oder $(\sqrt{\varepsilon_{ab}} B_a + \sqrt{\varepsilon_{ba}} B_b)$ verschwindet. Wenn also die Verhältnisse der Windungszahlen ε_{ab} in den einzelnen Paaren aufeinander wirkender Spiralen endlich sind, und man vom Kreise des ersten zu dem des letzten Telephons durch eine Reihenfolge von Kreisen fortschreiten kann, zwischen denen P_{ab} immer endlich ist, so müssen sämmtliche $B_{a,t}$ endlich sein, auch die in den Telephonkreisen, und folglich kann die Function $\varphi = \lambda_t$ nicht verschwindend klein werden. Folglich kann die Summe $\sum\left(\frac{1}{\lambda_t}\right)$, die in den Gleichungen (8) und (8a) vorkommt, nicht sehr gross werden, und bei hinreichend grossem Werthe von n wird das Quadrat des $\frac{1}{n}$ enthaltenden Gliedes der Determinante D gegen das von $\frac{1}{n}$ unabhängige Glied zu vernachlässigen sein.

So weit der hier geführte Beweis sich auf die Voraussetzung beliebig vieler durch beliebig angeordnete Spiralen verbundener Stromkreise bezieht, kann er auch auf den in den Versuchen vorkommenden Fall ausgedehnt werden, wo in körperlich ausgedehnten Eisenmassen continuirlich gelagerte geschlossene Ströme entstehen.

Die Rückwirkung, welche von der schwingenden Eisenplatte im Telephon des Hörers ausgeht, habe ich in dieser ganzen Auseinandersetzung nicht berücksichtigt, weil deren Oscillationen jedenfalls eine sehr viel geringere Amplitude haben als die der entsprechenden Platte im Telephon des Sprechers.

Wenn also in den Telephonen, wie das bisher wohl meistens thatsächlich der Fall gewesen ist, die Bedingungen eingehalten sind, welche bewirken, dass die Dauer der ohne äussere Störung ablaufenden Inductionsströme 0,01 Secunde

übertrifft, werden wir zu erwarten haben, dass die den höchsten Tönen und Geräuschen entsprechenden electrischen Oscillationen weder in ihrer Phase, noch in ihrer relativen Stärke wesentlich von denen des erregenden Mechanismus abweichen, ob nun die Verbindung beider Telephone direct oder durch mehrere zwischengeschaltete Spiralen hergestellt ist. Dagegen können die tieferen Töne in der Phase merklich verschoben und in der Stärke etwas benachtheiligt sein. Durch die Vermittelung der electrischen Bewegungen wird also die Klangfarbe immer nur sehr unerheblich beeinflusst werden können. Viel mehr geschieht dies offenbar durch die mitschwingenden Eisenplatten, wie denn überhaupt die Klangfarbe durch die Telephone doch so weit verändert ist, dass man sich erst daran gewöhnen muss, ehe man die gesprochenen Worte gut versteht.

III. *Ueber die Luftelectricität; von Robert Nahrwold.*

(Inaugural-Dissertation vom Juli 1876.)[1]

Es ist eine bekannte Erscheinung, dass ein electrisirter Körper seine Electricität mit der Zeit an die umgebende Luft abgibt. In den bisher angestellten Versuchen hierüber wurde die Aufmerksamkeit auf den electrischen Zustand der festen oder flüssigen Körper gerichtet, welche, mit oder ohne Spitze und Flamme, einen Theil ihrer Ladung an die Luft verlieren, oder auf die Art des Ueberganges der Electricität von einem Körper zum andern. Es sind genaue Beobachtungen angestellt worden in freier und abgeschlossener Luft, in verschiedenen Luftarten und bei verschiedenem Drucke derselben, aber der electrische Zustand der benutzten Gase ist bei diesen Versuchen nicht beachtet worden, oder unsere Atmosphäre angesehen

1) Mit Kürzungen. Die Red.

als der unendliche Ocean, in den sich alle jene electrischen Ströme und Bäche ergiessen, ohne ihn überfliessen zu machen, ihn zu sättigen. Die bekannten Beobachtungen über den electrischen Zustand von Gasen beziehen sich allein auf unsere Atmosphäre und sind grösstentheils im Freien angestellt worden: nur Hr. W. Thomson gibt einige Versuche an, bei denen die im Beobachtungszimmer eingeschlossene Luft benutzt wurde. Thomson findet[1]) dieselbe gewöhnlich negativ electrisch, verwandelt[2]) mit Hülfe einer auf den geladenen Conductor einer Electrisirmaschine gestellten Spirituslampe die gewöhnliche negative Ladung in die entgegengesetzte und leitet[3]) electrisirte Luft aus einem Zimmer in das benachbarte; in einer grossen Fabrik dagegen findet[4]) Thomson die Luft positiv electrisch und gibt als wahrscheinliche Ursache den positiv electrischen Dampf an, welcher aus kleinen Oeffnungen in den durch die Fabrikräume gelegten Röhren ausströmte.

Um ein klares Bild von den electrischen Vorgängen in unserer Atmosphäre zu gewinnen, scheint es rathsam, einen passenden Theil derselben abzuschliessen und diesen zu studiren. Dies ist der Gesichtspunkt, von welchem aus die folgenden Untersuchungen angestellt worden sind. —

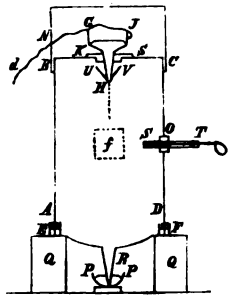


Fig. 1.

Als Behälter für die zu untersuchende Luft wurde ein cylinderförmiges Gefäss, *ABCD*, — Fig. 1 stellt einen Verticalschnitt durch die Axe des Cylinders dar — aus Eisenblech benutzt, dessen Höhe 35 cm und dessen Durchmesser 20 cm betrug. Dasselbe war nur oben geschlossen und griff mit seinem unteren Rande in die

1) Reprint of Papers, Chpt. 296.
2) Ebd. Chpt. 297.
3) Ebd. Chpt. 299.
4) Egb. Chpt. 398.

Rinne *m* des horizontal stehenden Tellers *EF*, welcher seinerseits auf drei hölzernen Stützen *Q* ruhte. Wurde die Rinne *m* hinreichend mit Quecksilber gefüllt, so war die Luft im Apparate abgeschlossen und konnte durch blosses Aufheben des Cylinders auf einfache Weise erneuert werden.

Zum absichtlichen Electrisiren der Luft im Apparate wurde zunächst eine Spitze benutzt. Eine feine Nähnadel wurde an einen in der engen Glasröhre *ST* (Fig. 2)

Fig. 2.

verschiebbaren Kupferdraht gelöthet, und in das der Nadel zugekehrte Ende der Glasröhre eine Röhre *r* von Platinblech geschoben, so dass die Nadel in diese zurückgezogen werden konnte. Nachdem dieser Ladungsapparat mittelst eines Korkes durch eine Oeffnung bei *O* in den Mantel des Cylinders fest eingefügt war, wurde die Glasröhre mit Schellack überzogen und am äussersten Ende *T* durch einen kleinen Kork verschlossen, in welchem sich der Kupferdraht vor- und rückwärts bewegen konnte.

Um die Ladung der Luft im Apparate zu messen, wurde nach Art des Thomson'schen water-dropping collector[1]) ein eiserner Trichter *GHI* (Fig. 3) von einem Stöpsel *KL* von Hartgummi getragen, isolirt durch eine kreisförmige Oeffnung in die Decke *BC* des Luftbehälters eingefügt. Da indess kein Wasser zum Ausfliessen aus dem Collector angewandt werden durfte — wegen des Einflusses, den dasselbe auf den Zustand der Luft im Behälter ausgeübt haben würde, — so wurde statt dessen Quecksilber benutzt, und die Ausflussöffnug des Tropfapparates musste daher, wenn

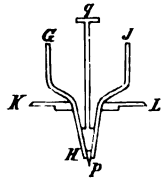


Fig. 3.

1) Reprint of Papers, Chpt. 262.

der Quecksilberstrahl überhaupt in Tropfen ausbrechen sollte, sehr fein sein und möglichst unveränderlich erhalten werden. Eine feine Oeffnung in dem unteren Theile des eisernen Trichters selbst würde jedoch bald, auch bei grosser Vorsicht, vom Rost angegriffen sein, und es wurde deshalb eine Löthrohrspitze *p* von Platin in die untere Oeffnung des Tropfapparates eingesetzt, welche die gestellten Anforderungen erfüllte. Zum Verschliessen diente ein eingeschliffener eiserner Stöpsel *q*.

Nachdem der so hergerichtete Tropfapparat in die Decke des Behälters eingesetzt war, wurde noch von unten auf den engen Theil des Trichters ein Kegelmantel *UV* von Weissblech geschoben, welcher den Gummistöpsel überragte und dessen oberer Rand etwa 8 mm von der Decke entfernt war. Auf den oberen Theil des Luftbehälters wurde dann ein mit Stanniol beklebter Pappdeckel *M* gelegt und mit diesem metallisch verbunden. Derselbe schloss also den Tropfapparat vollkommen ein und hatte nur bei *N* einen schmalen Spalt, durch welchen ein Leitungsdraht *d* zum Tropfapparat führte.

Damit das unten ankommende Quecksilber sogleich abfliessen konnte, wurde der untere Teller *EF* ein wenig nach unten gewölbt, in der Mitte durchbrochen und an diese Oeffnung eine eiserne Röhre *R* genietet. Diese reichte bis auf den Grund einer darunter gestellten eisernen Schale *P*, in welcher sich das durchgeflossene Quecksilber ansammelte und zugleich einen Verschluss des Apparates an dieser Stelle bildete. Mittelst eines Hebers wurde das Quecksilber aus der Schale herausgenommen und hierbei Sorge getragen, dass das Niveau des Quecksilbers immer den unteren Rand der Ausflussröhre überstieg.

An zwei gegenüberliegenden Stellen des Cylindermantels wurden in mittlerer Höhe rechteckige Fenster *f* angebracht. Die dadurch im Innern entstandenen scharfen Kanten wurden mit Wachs beklebt, und dieses trug dann eiserne Drahtgitter, welche die Fenster von innen bedeckten

und sich mit ihren scharfen Enden fest gegen die Metallwand des Apparates lehnten. Alle Fugen wurden von aussen sorgfältig mit Kitt überzogen, und ich überzeugte mich durch Aufheben des Cylindermantels aus der mit Quecksilber gefüllten Rinne des Tellers leicht, dass für gleichen Atmosphärendruck im Innern und ausserhalb des Apparates der Verschluss überall luftdicht war.

Die Gründe zu einigen, bis jetzt nur erwähnten Anordnungen werde ich sogleich beim Beschreiben der angestellten Versuche Gelegenheit haben auseinander zu setzen.

Als Electrometer wurde ein Thomson'sches Quadranten-Electrometer in der von Hrn. G. Kirchhoff angegebenen, vereinfachten Form benutzt. Nur wurde statt des nicht hinreichend gut isolirenden Glases, welches die Leydener Flasche des Apparates bildete, eine cylinderförmig gebogene Hartgummiplatte als isolirende Schicht in das Electrometer eingesetzt und noch einige andere kleine Uebelstände des Instrumentes beseitigt. Das so abgeänderte Electrometer hielt, nachdem es einige Tage benutzt war, die ihm mitgetheilte Ladung ausgezeichnet. Zwei gegenüberliegende Quadranten sowie die äussere Belegung, nämlich die metallische Hülle des Electrometers, waren, wie alle benutzten Verbindungen, mittelst der Gasleitung zur Erde abgeleitet. Die Entfernung der Millimeterscala vom Aufhängungsfaden der Nadel betrug 45 cm. Mit blossem Auge wurde das vom Spiegel des Electrometers auf die Scala reflectirte Bild eines sehr feinen Drahtes beobachtet, welches sich als feine, dunkle Linie gegen die Flamme einer hinter ihm stehenden Petroleumlampe abhob. Auf diese Weise konnten Ablenkungen von 0,2 mm mit Sicherheit abgelesen werden. Die Nadel des Instrumentes wurde empirisch so eingestellt, dass sie keine Ablenkung erfuhr, wenn beide Quadrantenpaare nach der Erde abgeleitet waren und nun das Electrometer geladen wurde. Die stärkste, passende Ladung des Instrumentes war die, bei welcher

ein hohes Daniell'sches Element, dessen eine Electrode mit der Erde verbunden war, eine Ablenkung von 20 mm hervorbrachte. Bei den Untersuchungen wurde dem Electrometer diese Ladung mitgetheilt; nach etwa 4 Stunden war die Ablenkung durchschnittlich auf 19,5 mm gesunken, d. h. das Electrometer hatte in 4 Stunden 2,5 Procent seiner Ladung verloren. Schwächere Ladungen waren fast vollkommen constant, so war z. B. nach Verlauf von 14 Tagen die vorher benutzte Ladung von 20 mm auf nur 10 mm reducirt. Um an jedem Morgen die seit dem vorhergehenden Tage verlorene Ladung zu ersetzen, wurde eine schwach geladene Leydener Flasche auf einen Isolirteller gesetzt, und nun abwechselnd der Knopf derselben mit der innern Belegung des Electrometers in Berührung gebracht und die äussere Belegung der Leydener Flasche mit dem Finger abgeleitet u. s. f.

Die nicht abgeleiteten Quadranten wurden federnd mit dem Tropfapparate verbunden, während der Luftbehälter selbst in gut leitende Verbindung mit der Erde gesetzt wurde. Nachdem die gute Isolation des Tropfapparates und seiner Verbindung mit dem Electrometer constatirt war, wurden einige Sicherheitsversuche angestellt.

Da bei den getroffenen Anordnungen der Quecksilberstrahl gegen alle Electricitätsmengen, welche ausserhalb des Luftbehälters lagen, durch die mit der Erde verbundenen Metallwände desselben geschützt war, so konnten diese keinen dauernden Einfluss auf den Tropfapparat ausüben, derselbe nahm also das Potential der im Innern des Luftbehälters befindlichen electrischen Quanta in Bezug auf den Punkt an, wo der Strahl in Tropfen ausbrach. Um auch zeitweise nicht unerhebliche Einwirkungen von aussen zu entfernen, wurde der mit Stanniol beklebte Pappdeckel *M* (Fig. 1) auf den Luftbehälter gesetzt und mit diesem metallisch verbunden. Hierdurch war der ganze Tropfapparat von einer metallischen, abgeleiteten Hülle umgeben, und auf den Leitungsdraht *d* desselben

waren äussere Einflüsse — z. B. Bewegungen im Zimmer — nur von sehr geringer Bedeutung.

Die electrischen Quanta im Innern des Behälters konnten, da alle Conductoren in leitender Verbindung mit der Erde standen, ihren Sitz nur entweder in den nicht zu vermeidenden Isolatoren oder in der Luft des Apparates haben. Es stellte sich durch einfache Versuche heraus, dass sowohl der den Tropfapparat isolirende Gummistöpsel, als auch die beiden Fenster einen Einfluss ausübten, und deshalb wurden die bereits erwähnten Schutzmittel angebracht: der metallische Kegelmantel UV und die Drahtgitter auf den beiden Glasscheiben. Als darauf beide Theile absichtlich stark electrisirt wurden, machte sich kein Einfluss mehr bemerkbar.

Der einzige Isolator, welcher jetzt noch auf den Quecksilberstrahl einwirken konnte, war die in den Luftbehälter hineinragende Glasröhre des Ladungsapparates. Es zeigte sich jedoch, dass dieselbe den Quecksilberstrahl nicht beeinflusste, was offenbar seinen Grund in der eingeschobenen Platinröhre findet. Während der Beobachtungen war nämlich die Nadel in dieselbe zurückgezogen und leitete, selbst in Verbindung mit der Erde gesetzt, auch die Platinröhre ab, welche sie berührte. Durch die irgendwie electrisirte Glasröhre wurde demnach die entgegengesetzte Electricität auf der Platinröhre gebunden, während die freie Electricität der letzteren nach der Erde fortgeleitet wurde, und der Einfluss jener beiden sich bindenden electrischen Quanta musste in der That verschwindend klein sein.

Nur solche Electricitätsmengen konnten also den Tropfapparat laden, welche ihren Sitz in der im Apparate eingeschlossenen Luft hatten; vorausgesetzt, dass nicht durch den Tropfapparat selbst, ohne äusseren Einfluss eine Ladung desselben erzeugt wurde.

Wenn der in Thätigkeit gesetzte Tropfapparat sich selbst mit Electricität laden sollte, so konnte dies, da sich nur Metall an Metall bewegte, allein durch Contact ge-

schehen. Quecksilber ladet sich gegen Eisen negativ: im vorliegenden Falle mussten also die Quecksilbertropfen negativ electrisch fortfallen, und der Tropfapparat somit eine positive Ladung annehmen. In der That wurde bei sorgfältiger Vermeidung jeder anderen Electricitätserregung eine constante, positive Ladung des Tropfapparates von 7 bis 9 mm beobachtet, welche sich bei den maassgebenden Versuchen nicht veränderte, auch wenn das Quecksilber stundenlang durch den Apparat floss, und jedenfalls zum grössten Theile der durch den Tropfapparat erzeugten Contactelectricität zuzuschreiben und als solche bei den Beobachtungen mit in Rechnung zu ziehen ist.

Nach diesen Versuchen können die anderen vom Electrometer angezeigten Ladungen des Tropfapparates nur von Electricätsmengen hervorgerufen sein, welche sich in der von dem Behälter eingeschlossenen Luft befanden. Dieselben banden entgegengesetzte Electricität an den Wänden des Luftbehälters, und der Tropfapparat lud sich bis zu dem Potentiale dieser sämmtlichen electrischen Quanta in Bezug auf den wirksamen Punkt des Quecksilberstrahles.

Nachdem der Apparat am Fenster mit frischer Luft gefüllt, das Electrometer bis zu der angegebenen Stärke — 1 hoher Daniell = 20 mm[1]) — geladen, und die gute Verbindung resp. Isolation überall constatirt war, schob ich den Ladungsdraht soweit in der Röhre *ST* vor, dass die Nadel aus dieser in den Apparat hineinragte. Dann liess ich aus einer schwach positiv oder negativ geladenen

1) Als „hoher Daniell" sind Daniell'sche Elemente bezeichnet, die wegen ihrer sehr constanten electromotorischen Kraft im Berliner Universitätslaboratorium viel gebraucht werden. Glascylinder, 40 cm hoch, 6 bis 10 im Durchmesser, sind mit Zinkvitriollösung gefüllt. Oben ragt ein Zinkcylinder hinein, unten liegen Kupfervitriolkrystalle auf einer flachen Spirale von Kupferdraht, der durch das Innere einer Glasröhre nach oben hinausgeführt ist. Der Widerstand dieser Elemente ist natürlich ziemlich gross, sie können aber Monate hindurch ohne merkliche Aenderung ihrer electromotorischen Kraft stehen bleiben.

Leydener Flasche einige kaum sichtbare Funken zum Ladungsdrahte überspringen, zog letzteren mittelst einer isolirenden Handhabe soweit zurück, dass die Nadel von der Platinröhre bedeckt wurde, und leitete denselben nach der Erde ab; jetzt öffnete ich den Tropfapparat, welcher während des Ladens geschlossen geblieben war, setzte den schützenden Pappdeckel darüber und unterbrach eine Verbindung der beiden Quadrantenpaare, welche also bis dahin auch den, dauernd mit dem einen Quadrantenpaare verbundenen Tropfapparat nach der Erde abgeleitet hatte. Ich beobachtete in wiederholten Versuchen durchschnittlich eine Ablenkung von 100 mm und schloss also, dass die vom Apparate eingeschlossene Luft eine nicht unbedeutende Ladung angenommen hatte. Das Maximum der Ablenkung trat bis auf etwa 2 mm immer schon nach einer Minute ein, und dieser Umstand lieferte mir einen Beweis für die Brauchbarkeit des beschriebenen Tropfapparates.

Lud ich die Luft, um eine stärkere Ladung hervorzubringen, in genau derselben Weise noch einmal, so erhielt ich z. B. eine Ablenkung von nur 82 mm, bei einer folgenden Ladung eine solche von 69 mm. Ich benutzte darauf stärker geladene Leydener Flaschen, liess einen oder mehrere lange Funken vom Knopfe derselben zum Ladungsdrahte überspringen oder entlud dieselben vollständig durch die Spitze, griff dann auch wieder zu schwach geladenen Flaschen: aber durch kein Mittel war es mir möglich, die erste starke Ladung wieder hervorzubringen. Die Ablenkungen wurden unregelmässig, nahmen aber allgemein ab. wenn dem Apparate mehr und mehr Electricität zugeführt wurde, so dass eine solche z. B. am Ende einer längeren Untersuchungsreihe nur 26 mm betrug. Es war nicht nothwendig, bei der ersten Electrisirung — d. h. nachdem der Apparat mit frischer Luft gefüllt war — eine schwach geladene Flasche zu benutzen: die Ablenkung war wenigstens ebenso gross, wenn ich aus einer stark geladenen Flasche einen langen Funken zum Ladungsdrahte

überspringen liess; gingen jedoch schon jetzt viele Funken über, so betrug die Ladung von Anfang an nur 40 bis 50 mm, und es folgten dann dieselben Erscheinungen.

Die Resultate zeigen, dass sich durch das Electrisiren die Luft im Apparate veränderte, und es kommt darauf an, die Natur dieser Veränderung aufzuklären. Zu diesem Zwecke liess ich die bereits benutzte Luft bis zum folgenden Tage im Apparate und stellte mit dieser dieselben Versuche noch einmal an. Die erste Ladung mit schwach geladener Flasche ergab eine Ablenkung von 12 mm, während mit Hülfe stark geladener Flaschen Ablenkungen von 20 bis 30 mm hervorgebracht wurden. Die Luft verhielt sich genau so wie am Schlusse der Untersuchungen des vorhergehenden Tages. — Der Apparat wurde nun wieder mit frischer Luft gefüllt, und diese blieb, ohne mit Electricität behandelt zu werden, bis zum zweiten Tage in demselben eingeschlossen. Als wieder obige Versuche angestellt wurden, zeigten sich dieselben Erscheinungen, welche bei der schon vorher electrisirten Luft beobachtet waren.

Jene durch das Laden hervorgerufene Veränderung der Luft wurde also mit der Zeit nicht wieder ausgeglichen, sondern konnte im Gegentheil auch dadurch herbeigeführt werden, dass dieselbe längere Zeit hindurch in dem Apparate ruhig sich selbst überlassen blieb. Es scheint hiernach nicht unwahrscheinlich, dass der Grund dieses Verhaltens der Luft in dem in ihr schwebenden Staube zu suchen ist, welcher sich, electrisirt, schnell setzte, bei ruhigem Stehen des Apparates dagegen nur langsam zu Boden fiel.

Um dies direct nachzuweisen, befestigte ich an dem einen Ende eines passenden Drahtes einen Federbüschel, mit welchem ich, wenn der Ladungsapparat entfernt war, durch die Oeffnung bei *O* in den Luftbehälter hineinfuhr und hier den Staub von den Wänden aufwirbelte. Vorher hatte ich mich davon überzeugt, dass das Fortnehmen des Ladungsapparates und das einfache, vorsichtige Hineinführen des Federbüschels keinen wesentlichen Einfluss hervorbrachte, und so waren jene Verhältnisse hergestellt,

unter denen nur schwache Ablenkungen erzeugt werden konnten. Der Apparat wurde dann wieder in gewohnter Weise geladen. Die jetzt beobachtete Ablenkung betrug 97 mm, und ähnliche Ladungen wurden erzielt, wenn der Federbüschel besonders mit Staub gepudert und durch Schütteln in dem Apparate ausgestäubt wurde.

Die letzten Versuche sind nur mit positiver Electricität ausgeführt worden.

Der in der Luft des Apparates schwebende Staub spielt also beim Laden durch die Spitze eine wesentliche Rolle, und die angeführten Erscheinungen lassen sich in folgender Weise erklären. Wurde frische Luft electrisirt, so lud sich hauptsächlich der in ihr schwebende Staub. Er wurde von den Wänden des Apparates angezogen und gab an diese seine Electricität ab. Die schwereren Staubtheilchen fielen nun herab, luden sich vielleicht wieder an anderen Staub- oder Lufttheilchen, auf welche sie stiessen, wurden wieder von der Metallwand angezogen und erreichten auf diese Weise den Boden des Apparates. Die feineren Staubtheilchen dagegen blieben theils an den Wänden des Apparates haften, theils wurden sie — sowohl als elastische Körper, als auch durch die Bewegung der sie tragenden Luft — in den Luftbehälter zurückgeführt. Wurden stark geladene Leydener Flaschen benutzt, so entstand beim Entladen derselben durch die Spitze ein intensiver electrischer Wind; dieser wirbelte wieder Staubtheile auf, und es konnten also grössere, unregelmässige Ladungen wieder entstehen. Da ausserdem die Staubtheilchen jedenfalls zum grössten Theile nicht als Conductoren aufzufassen sind, so konnte eine starke Ladung derselben durch einen solchen Vorgang nicht sehr schnell verschwinden: und in der That nahm dieselbe im Verlaufe einer Stunde regelmässig etwa um die Hälfte ihrer ursprünglichen Grösse ab.

Zur Herstellung staubfreier Luft bediente ich mich des dazu von Tyndall[1]) vorgeschlagenen Glycerins. Da es zu den

1) „On Germs" American Journal of Science and Arts, p. 305. 1876.

Electricitätsleitern gehört, so war es für die vorliegenden Untersuchungen durchaus anwendbar. Es wurde daher das ganze Innere des Apparates sorgfältig mit möglichst wasserfreiem Glycerin bestrichen, und nur der Tropfapparat mit seinem isolirenden Gummistöpsel und die Glasröhre, in welcher der Ladungsdraht lag, blieben von demselben unbedeckt. Die Drahtgitter konnten jetzt beseitigt werden. Nachdem ich mich, wie früher, davon überzeugt hatte, dass selbst die absichtlich electrisirten Glasscheiben keine Unregelmässigkeit hervorbrachten, und auch ein stundenlanges Durchfliessen des Quecksilbers durch den Apparat keine Ladung in demselben erzeugte, wurden wieder die beschriebenen Versuche angestellt.

Auch jetzt zeigte sich, wenn der Apparat mit frischer Luft gefüllt war, eine erste grosse Ablenkung, welche bei wiederholtem Laden ziemlich regelmässig abnahm, bis sie fast vollständig verschwand. Später angestellte Versuche, die so behandelte Luft mit Hülfe der Spitzen zu laden, waren ebenfalls ohne Erfolg: es zeigten sich, mit Berücksichtigung der constanten Ablenkung, entweder gar keine Ladungen des Tropfapparates, oder nur solche von 4 bis 6 mm, die ich aber glaube vernachlässigen zu dürfen.

Aus den erzielten Resultaten geht hervor, dass nicht die im Apparate eingeschlossene Luft, sondern der in ihr schwebende Staub durch die Spitze electrisirt wurde, und diese also nicht geeignet ist, Electricität an eine in der beschriebenen Weise abgeschlossene Luftmasse überzuführen. Sehr deutlich konnte ich aber sowohl an der Bewegung eines passend in dem mit staubfreier Luft gefüllten Apparate aufgestellten electrischen Flugrades, als auch an dem bekannten Glimmen der Spitze das Ausströmen der Electricität beobachten, die also, sei es durch den electrischen Wind, sei es auf einem noch directeren Wege sofort zu den Wänden des Apparates, d. h. zur Erde überging.

Das Quecksilber, welches den Apparat durchflossen hatte, war natürlich mit Glycerin getränkt und musste

daher vor jedem weiteren Gebrauche sorgfältig ausgewaschen werden. Trotzdem hatte sich an der Platinspitze des Trichters ein Tropfen Glycerin angesammelt, welcher wahrscheinlich von der Decke des Apparates in den zum Schutze des Gummistöpsels aufgeschobenen Kegelmantel gefallen war, ohne dadurch die Isolation des Tropfapparates aufzuheben. Benutzte ich nun stark positiv geladene Flaschen, so bekam ich häufig negative Ablenkungen von 40 bis 50 mm, welche bald wieder verschwanden. Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in Glycerinpartikeln zu suchen, welche, während die Nadel positiv geladen war, von jenem Tropfen fortgerissen wurden und sich in der Luft des Apparates zerstreuten. Aehnliche Unregelmässigkeiten zeigten sich auch ohne den Tropfen, als die Glycerinschicht im Apparate noch sehr dick war, und ich wandte deshalb nicht mehr allzu stark geladene Leydener Flaschen an, wodurch den beobachteten Resultaten an Sicherheit Nichts genommen werden konnte.

Wie bereits erwähnt, haben auch flammende und glimmende Körper in viel wirksamerer Weise als Spitzen die Eigenschaft, Electricität von einem geladenen Körper an die Luft zu übertragen, und zu diesem zweiten Mittel musste ich mich jetzt wenden. Wegen der ersichtlichen Veränderungen jedoch, welche sowohl eine Flamme als auch ein glimmender Körper in dem verhältnissmässig kleinen Luftraume hervorgebracht haben würde, konnte keines dieser beiden Ladungsmittel direct in den Apparat gebracht werden. Ein kurzer, feiner Platindraht, welcher durch eine Batterie in glühenden Zustand versetzt werden konnte, lieferte dagegen ein passendes Mittel, die eingeschlossene Luft zu electrisiren.

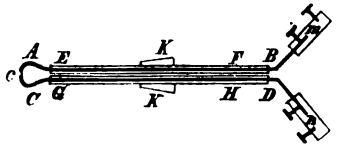


Fig. 4.

Ein möglichst feiner Platindraht *c* (Fig. 4), von etwa 4 mm Länge wurde an die Enden zweier Kupferdrähte

AB und *CD* gelöthet, welche durch zwei, sie eng umschliessende Glasröhren *EF* und *GH* gezogen und an ihren anderen Enden mit zwei Klemmschrauben *m* und *n* versehen waren. Die beiden Glasröhren wurden von einem Korke *K* zusammengehalten, und auf diese Weise konnte die Vorrichtung statt des früheren Ladungsapparates durch die Oeffnung *O* in den Luftbehälter hineingesteckt werden. Die Fugen wurden nun mit Kitt ausgestrichen und die beiden Glasröhren *EF* und *GH* mit Schellack überzogen. Dieser Ladungsapparat wurde in die Schliessung einer aus zwei Bunsen'schen Elementen bestehenden, isolirten Batterie eingeschaltet, wodurch der Platindraht in lebhaftes Weissglühen versetzt wurde. Nun lehnte ich den Knopf einer schwach geladenen Flasche einige Secunden hindurch an den Schliessungsdraht der Batterie, unterbrach sodann den Strom und beobachtete in der gewöhnlichen Weise, wie das vom Spiegel des Electrometers auf die Scala geworfene Bild sofort aus dem Gesichtsfelde gelenkt wurde. Stärker geladene Flaschen hatten denselben Erfolg, und ich war also genöthigt, schwächere Electricitätsquellen zu benutzen. Hierzu dienten galvanische Elemente, deren eine Electrode nur mit der Glühbatterie verbunden zu werden brauchte, um diese bis zu einem beliebigen, für die vorliegenden Versuche passenden Potentiale zu laden. Bereits ein einziges Meidinger'sches Element brachte eine mit der angewandten Electrode gleichnamige Ladung der staubfreien Luft im Apparate hervor. Ich sehe keinen Grund, als ihren Träger nicht die Lufttheilchen selbst zu bezeichnen. Die staubfreie Luft wurde auch jetzt nach der Tyndall'schen Methode hergestellt, welche natürlich durch einfaches Laden mit der Spitze wesentlich beschleunigt werden konnte.

Es sind besonders drei Punkte, welche eine genauere Erörterung beanspruchen, nämlich das Laden der Luft, das Verhältniss der erzeugten Ladung zur benutzten Electricitätsquelle und die Abnahme der Ladung.

Fig. 5 gibt schematisch die jetzt etwas complicirtere Aufstellung des ganzen, zu den angestellten Versuchen benutzten Apparates.

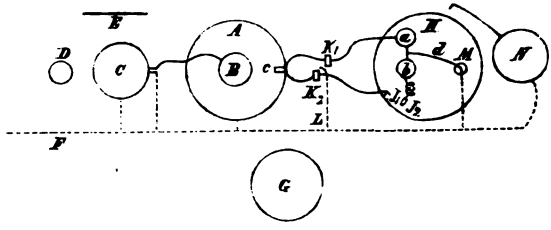


Fig. 5.

A bezeichnet den Luftbehälter, *B* den Tropfapparat, *C* das Electrometer, *D* die Petroleumlampe, *E* die Scala, *F* die Ableitung nach der Erde und *G* den Stand des Beobachters. *H* deutet den Isolirschemel mit den beiden zum Glühen des Platindrahtes *c* dienenden Bunsen'schen Elementen *a* und *b* an. In den Schliessungsdraht dieser Batterie war ein Unterbrecher $J_1 J_2$ eingeschaltet. Ausserdem war der Schliessungsdraht bei $K_1 K_2$ durch die beiden isolirten Metallstücke eines Unterbrechers gezogen und zwischen diese ein nach der Erde abgeleiteter Kupferdraht *L* so eingespannt, dass, wenn der Winkelhebel des Interruptors K_1 mit K_2 verband, er auch diese Ableitung metallisch berührte. Wurde also, wie es bei jeder Beobachtung geschah, der Unterbrecher $K_1 K_2$ geschlossen, so war auch der Platindraht *c* nach der Erde abgeleitet, während der Strom bei $J_1 J_2$ geöffnet blieb, und andererseits hatte der geöffnete Unterbrecher $K_1 K_2$ keinen Einfluss auf die Bewegung der Electricität im Schliessungsdrahte. An das Verbindungsstück der beiden Elemente *a* und *b* wurde mittelst einer Klemmschraube ein Kupferdraht *d* befestigt, welcher federnd in ein nach der Erde abgeleitetes Quecksilbernäpfchen *N* aus Paraffin tauchte. Durch eine einfache Combination konnte mittelst eines seidenen Fadens dieser Draht eine beliebig kurze Zeit gegen die nicht abgeleitete Electrode der zum Laden be-

nutzten Batterie *N* (18 Meidinger'sche Elementen) gezogen werden und federte beim Loslassen des Fadens wieder in das Quecksilbernäpfchen zurück.

Die an dem glühenden Drahte erhitzte Luft leitet die Electricität und ladet sich also mit dem Potentiale des Drahtes, d. h. der Glühbatterie. Sie wird von dem gleichnamig geladenen Drahte abgestossen und auch wegen ihres von der umliegenden Luft verschiedenen specifischen Gewichtes verdrängt und durch andere ersetzt, welche in derselben Weise geladen wird. Sobald die electrisirte Luft den glühenden Draht verlassen hat, kühlt sie sich durch Vermischung mit der kälteren Luft ab, und das so entstandene Gemenge ist im Stande die aufgenommene Electricität zu behalten.

Thomson gibt an[1]), dass die Höhe der Temperatur, bei welcher gewöhnliche Luft ihre isolirende Eigenschaft verliert, zwischen der des siedenden Wassers und der Rotheisengluth liegt, und auch ich hatte Gelegenheit zu beobachten, dass die Intensität des Glühens für das Ausströmen der Electricität nicht gleichgültig ist. Als nämlich der Platindraht nur dunkelroth glühte, fand durchaus kein Uebergang von Electricität an die Luft statt, trotzdem ich den Glühapparat mit dem Knopfe einer geladenen Leydener Flasche verband, und erst mit heller Rothgluth trat die Ladung der Luft ein.

Wenn die zwischen den beiden Elementen *a* und *b* angebrachte Leitung mit der Erde in Verbindung stand, traten fast immer Ladungen ein und zwar waren dieselben regelmässig negativ, wenn der Platindraht intensiv, positiv, wenn er schwächer glühte. Diese Erscheinungen rührten offenbar von der Electricität der Glühbatterie selbst her, und ich schaltete deshalb zwischen dem Elemente *b* und dem Unterbrecher J_1 einen dünneren Neusilberdraht als Widerstand ein, mittelst dessen auf dem Schliessungsdrahte die Electricität so vertheilt und eine solche Intensität des

1) Reprint of Papers, Chpt. 297, note.

Glühens hervorgebracht werden konnte, dass das mit dem thätigen Tropfapparat verbundene Electrometer seinen Nullpunkt anzeigte. Es war dann die Luft im Apparate um ein geringes negativ geladen, da jene gewöhnliche positive Ablenkung von 7—9 mm überwunden war; trotzdem habe ich jedoch den folgenden Untersuchungen den Nullpunkt des Electrometers zu Grunde gelegt, da jene Ablenkung in ihrer Grösse nicht constant genug war, und es andererseits auch, wie schon bemerkt, nicht sicher ist, dass sie lediglich auf Contactelectricität beruhte. War der Nullpunkt bei glühendem Platindrahte erreicht, so wurde derselbe dadurch nicht verrückt, dass der Strom der Batterie unterbrochen und der Draht durch $K_1 K_2$ nach der Erde abgeleitet wurde.

Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt. Zunächst wurde der Widerstand zwischen b und J_1 so regulirt, — und es waren Verschiebungen des Neusilberdrahtes von 2 mm bemerkbar, — dass das Electrometer seinen Nullpunkt anzeigte, dann wurde $J_1 J_2$ geöffnet, $K_1 K_2$ geschlossen, der Tropfapparat verstopft und mit dem Electrometer zur Erde abgeleitet. Nun wurde wieder $J_1 J_2$ geschlossen, $K_1 K_2$ geöffnet und der Draht d an dem seidenen Faden aus dem Quecksilbernäpfchen M gegen die Electrode der benutzten Batterie N gezogen. Hatte diese Berührung die gewünschte Zeit stattgefunden, so wurde mit der freien Hand $J_1 J_2$ geöffnet, $K_1 K_2$ geschlossen, dann der Faden losgelassen und in gewohnter Weise die erzielte Ladung der Luft beobachtet.

Zuerst wurde ein Element der Batterie N zur Ladung benutzt. In der ersten Columne der folgenden Tabelle ist die Ablenkung angegeben, welche der direct mit dem Electrometer verbundene Pol des Elementes hervorbrachte, in der zweiten die Zeit, während welcher dieser die Glühbatterie berührte, und in der dritten die Grösse der dadurch erzeugten Ladung des Luftapparates.

Ladung des Electrometers. (1 hoher Daniell) = 20 mm (pos.)

Ladung der Luft.

1 Element.

Positive Ladung.				Negative Ladung.			
19,7 mm	1/4	Min.	15,0 mm.	20,0 mm	1/4	Min.	14,5 mm.
	1/2	„	19,8 „		1/2	„	17,5 „
	3/4	„	20,0 „		3/4	„	15,5 „
	1	„	19,8 „		1	„	21,0 „
	2	„	18,5 „		2	„	20,0 „
	3	„	19,0 „		3	„	20,0 „

2 Elemente.

Positive Ladung.				Negative Ladung.			
36,5 mm	1	Min.	37,0 mm.	37,0 mm	1	Min.	33,0 mm
	4	„	40,0 „		4	„	40,0 „

18 Elemente.

Positive Ladung.				Negative Ladung.			
147,5 mm	1	Min.	140,0 mm.	157,5 mm	1	Min.	146,0 mm.
	16	„	151,0 „		16	„	158,0 „

Der Unterschied in der Grösse der entsprechenden positiven und negativen Ablenkungen ist wohl auf eine asymmetrische Stellung der Nadel des Electrometers zu schieben, welches immer positiv geladen war. Auch konnte trotz der sorgfältigsten Einstellung des Neusilberdrahtes vor jedem Versuche die Glühbatterie sich doch während desselben immer etwas ändern und einen geringen Einfluss auf die Ladung der Luft ausüben. Mit Berücksichtigung dieses Umstandes zeigen obige Resultate, dass die Electricität auch bei äusserst geringen Spannungen durch den glühenden Draht sehr schnell in die Luft ausströmte, ohne einen besonderen Widerstand überwinden zu müssen, und dass das Potential des Apparates in sehr kurzer Zeit die Grösse der benutzten Electricitätsquelle annahm, weniger schnell jedoch bei starken als bei schwachen Spannungen.

Hiernach musste bei den getroffenen Anordnungen

auch eine grössere Ladung der Luft schnell reducirt werden, wenn der Ladungsdraht mit einer schwächeren Electricitätsquelle in Verbindung gesetzt wurde, und in kurzer Zeit vollends verschwinden, wenn der Draht *d* nach der Erde abgeleitet war. Die nach dieser Richtung hin angestellten Versuche bestätigen beides. Von besonderem Interesse ist das vollkommene Entladen der Luft und der dabei auftretenden Umstände.

Die Luft war in gewöhnlicher Weise positiv geladen und das Electrometer zeigte um 2 Uhr 29 Minuten eine Ablenkung von 112,0 mm. In diesem Augenblicke wurde der durch den Draht *d* abgeleitete Ladungsapparat in Wirksamkeit gesetzt; die Ablenkung sank augenblicklich und als das Bild im Nullpunkt angekommen war, wurde der Strom der Glühbatterie geöffnet. Die Ablenkung stieg nach der negativen Seite bis 20 mm, nahm langsam wieder ab, und um 2 Uhr 33 Minuten wurde wieder eine positive Ladung von 22 mm angezeigt.

Um sicher zu sein, dass diese Erscheinung keine zufällige war, stellte ich sofort denselben Versuch mit negativer Electricität an. Das Electrometer zeigte 2 Uhr 40 Minuten eine negative Ablenkung von 162,0 mm, dieselbe nahm, bei derselben Manipulation wie vorher, schnell ab, war 2 Uhr 42 Minuten auf 25 mm positiv gestiegen, betrug 2 Uhr 43 Minuten nur noch 1 mm positiv und stieg nun wieder nach der negativen Seite, so dass 2 Uhr 44 Minuten eine negative Ablenkung von 14,0 mm angezeigt wurde, die dann allmählich wieder verschwand.

Wurde der Versuch dahin abgeändert, dass der Glühapparat wirkte, bis der Nullpunkt des Electrometers dauernd erreicht war, so war die entgegensetzte Ladung geringer.

Dieses Verhalten dürfte in folgender Weise zu deuten sein. Die im Behälter eingeschlossene electrisirte Luft wirkte vertheilend auf den Glühapparat und dieser strömte also, da er durch *d* nach der Erde abgeleitet war, die entgegengesetzte Electricität aus, wodurch die vorhandene

Ladung der eingeschlossenen Luft neutralisirt wurde. Nimmt man nun an, dass sich die zuerst electrisirte Luft hauptsächlich in die Nähe der metallischen Wände und der immer entgegengesetzt geladenen Quecksilbertropfen begeben habe, so musste nach einem gewissen Zeitpunkte eine, durch die ausströmende Influenzelectricität geladene Luftschicht dem Tropfapparate näher sein als die, besonders im unteren Theile des Behälters noch vorhandene, primär electrisirte Luft, und auf diese Weise eine der ursprünglichen entgegengesetzte Ladung erzeugen; in kurzer Zeit musste diese dann wieder neutralisirt und die ursprüngliche Electricität wieder die vorherrschende werden.

Nachdem auf diese Weise gezeigt ist, dass in der angegegenen Weise die Luft durch sehr schwache Electricitätsquellen geladen werden kann, entsteht die Frage, ob sie sich stärkeren Spannungen gegenüber ebenso verhält, ob ein Maximum ihrer Ladung existirt und wo dasselbe zu suchen ist.

Um hierüber eine Entscheidung zu treffen, stellte ich statt der Meidinger'schen eine Batterie von 100 Zink-Kupfer-Wasserelementen auf und schaltete, um die Wirkung derselben noch zu verstärken, zwischen dieser und dem Glühapparate einen Accumulator oder rotirenden Condensator[1]) ein, der von einer durch die Hand bewegten Rolle mit Schnurlauf, die wir kurz Flugmaschine nennen wollen, getrieben wurde. Dieselbe wurde zum Schutze gegen beobachtete äussere Einflüsse mit einer nach der

1) An einer Axe mit Schnurlauf sitzen zwei metallische Flügel, deren Fläche senkrecht zur Axe ist. Bei jeder Rotation passirt jeder nacheinander durch zwei metallische Hüllen *A* und *B*, deren jede aus zwei den rotirenden Flügeln parallelen Blättern, 5 mm voneinander abstehend, besteht, die miteinander leitend verbunden und von der Erde isolirt sind. Die Hülle *A* wird durch die Batterie geladen, jeder Flügel, der hindurchpassirt, einen Augenblick zur Erde abgeleitet. Er ladet sich durch Vertheilung und gibt seine Electricität dann an *B* ab, mit dem er einen Augenblick in leitende Verbindung tritt, während er dasselbe passirt.

Erde abgeleiteten Blechkapsel überdeckt. Die Ablenkung eines Meidingers 19,2 mm wurde nun bei schneller Rotation auf 160,0 mm gesteigert, welche letztere etwa der Ablenkung von 23 Elementen entsprach. Die Verstärkungszahl des Condensators ist also gleich 23 zu setzen, während bei geringerer Sorgfalt, in Uebereinstimmung mit früheren Beobachtern eine bedeutend geringere Verstärkungszahl erzielt wurde.

Die Ladung des Electrometers wurde nun soweit reducirt, dass ein hohes Daniell'sches Element nur noch einen Ausschlag von 2 mm (pos.) hervorbrachte, und die Versuche dann in gewohnter Weise angestellt. Da es jedoch jetzt nicht mehr auf ein schnelles Unterbrechen des Ladens ankam, so wurde der Glühapparat fest mit der Ladungsbatterie verbunden. Es war vorauszusehen, dass von einer starken Ladung der Luft schnell ein beträchtlicher Theil an die Wände des Behälters abgegeben und daher, bei der, bisherigen correcten Weise zu experimentiren, nur der Rest beobachtet wurde, welcher nach dem Oeffnen des Tropfapparates noch vorhanden war. Da der in den Luftapparat hineinragende Theil des nicht wirksamen Glühapparates, wenn dieser durch die Zink-Kupferwasserbatterie und den Condensator geladen wurde, bei der jetzigen schwachen Ladung des Electrometers eine Ablenkung von nur 4 mm hervorbrachte, so liess ich das Quecksilber während des Ladens durchfliessen und beobachtete die Ladung der Luft, während der Platindraht glühte. Der glühende Platindraht allein brachte natürlich keine Wirkung hervor.

Die Anzahl der Umdrehungen, deren 32 auf die Minute kamen, wurde mit der Flugmaschine gezählt. Eine solche Umdrehung führte 17 Umdrehungen des Condensators herbei, so dass also etwa 9 Umdrehungen des Letzteren auf eine Secunde zu rechnen sind.

In dieser Weise ergab die Zink-Kupferwasserbatterie mit Condensator, wodurch also eine Batterie von etwa

2300 Elementen repräsentirt wurde, als Maximum der positiven Ladung der Luft:

106,0 mm, welches nach 40 Umdrehungen

der Flugmaschine erreicht wurde. Von hier nahm bei weiterem Laden die Ablenkung langsam wieder ab und betrug noch: 93,0 mm nach 300 Umdrehungen.

Das Maximum der negativen Ladung stellte sich auf 112,0 mm und zwar nach 100 Umdrehungen, welches auf 104,0 mm nach 240 Umdrehungen gesunken war.

Da diese Ladung der Luft nicht im entferntesten der Grösse der benutzten Electricitätsquelle gleichkam (das Bild auf der Scala schlug natürlich sofort aus dem Gesichtsfelde, wenn der Condensator direct mit dem Electrometer verbunden wurde) und da ausserdem eine Maximalablenkung angezeigt wurde, welche lange constant, allmählich geringer wurde, so glaubte ich schliessen zu dürfen, dass ein Maximum für die Ladung der Luft im Apparate erreicht sei. War dies wirklich der Fall, so musste nach den früheren Beobachtungen dasselbe auch von einer bedeutend geringeren Electricitätsquelle hervorgebracht werden können, und es wurde daher der Versuch wiederholt, indem die 100 Zink-Kupferwasserelemente mit 12 Meidinger'schen vertauscht wurden. Diese gaben, wenn der Condensator direct zum Electrometer geleitet wurde, nach der positiven Seite eine Ablenkung von 182,5 mm, während das Bild nach der negativen Seite um ein Geringes aus dem Gesichtsfelde trat. Der grösste Ausschlag, welcher nach beiden Seiten überhaupt beobachtet werden konnte, betrug 190,0 mm.

Bei Benutzung der positiven Electrode zum Laden der Luft zeigte das Electrometer jetzt eine Ablenkung von 81,0 mm nach 100 Umdrehungen und eine solche von

85,0 mm nach 200 Umdrehungen

an, welche noch immer in ähnlichem Steigen begriffen war.

Der negative Pol brachte eine Ablenkung von

76,0 mm nach 100 Umdrehungen hervor, welche auf

102,0 mm nach 700 Umdrehungen

gestiegen war und auch jetzt noch nicht ihren Höhenpunkt erreicht hatte.

Bei anderen Versuchen wurde zum Laden statt der Batterie eine Reibungselectrisirmaschine benutzt. Um die Einwirkung derselben auf das Electrometer aufzuheben, wurde sie hinter einen grossen abgeleiteten Blechschirm gestellt. Wurde jetzt, während der Platindraht nicht glühte, die Glühbatterie durch die Maschine geladen, so erfuhr, im Unterschiede zu früher, der Tropfapparat einen wesentlichen Einfluss. Derselbe musste also jetzt während des Ladens der Luft geschlossen bleiben, und so konnte hier, nach den früheren Bemerkungen, nur ein noch vorhandener Rest der wirklich erreichten Ladung des Luftapparates beobachtet werden. Die grössten Ablenkungen, welche auf diese Weise erzielt wurden, betrugen für positive und negative Electricität 92,5 mm und traten bei einer einzigen langsamen Umdrehung der Maschine ein. Wurde dieselbe länger und schneller in Bewegung gesetzt so waren die erzeugten Ablenkungen geringer und schwankten in unregelmässiger Weise zwischen 50 und 70 mm für beide Electricitätsarten. Das Glühen des Platindrahtes nahm während der Bewegung der Electrisirmaschine merklich ab und zwar um so mehr, je stärker gedreht wurde. Es war dies dieselbe Erscheinung, wie wenn der Platindraht ausserhalb des Apparates glühte und nun gegen denselben geblasen wurde: es ist daher unzweifelhaft, dass diese Erscheinung durch den beim Ausströmen von Electricität entstehenden electrischen Wind herbeigeführt wurde.

Der besseren Uebersichtlichkeit wegen sind die bereits angegebenen Resultate noch einmal in folgender Tabelle zusammengestellt, deren Bedeutung nach Obigem einleuchtet. Unter der Rubrik „Ladung des Electrometers“ sind diejenigen Ablenkungen verzeichnet, welche hervorgebracht wurden, wenn die betreffenden Electricitätsquellen direct mit dem Electrometer verbunden wurden.

Ladung des Electrometers.

	positiv	negativ
1 hoher Daniell	2 mm	—
12 Meidinger mit Condensator .	182,5 „	aus dem Gesichtsfelde
100 Zink-Kupfer-Wasserelemente ohne Condensator	102,5 „	134,0 mm
80 Zink-Kupfer-Wasserelemente ohne Condensator	— „	114,0 mm

Ladung der Luft.

100 Zink-Kupfer-Wasserelemente mit Condensator:

positiv	negativ
Nach 40 Umdreh. 106,0 mm (Maximum)	Nach 100 Umdreh. 112,0 mm (Maximum)
„ 300 „ 93,0 mm	„ 240 „ 104,0 mm

12 Meidinger mit Condensator:

positiv	negativ
Nach 100 Umdreh. 81,0 mm	Nach 100 Umdreh. 76,0 mm
„ 200 „ 85,0 „	„ 700 „ 102,0 „
(Weiteres Steigen.)	(Weiteres Steigen.)

Electrisirmaschine:

Maximum 92,5 mm	Maximum 92,5 mm

Die grösseren Ausschläge nach der negativen Seite auch bei gleichen Potentialen sind, wie schon bemerkt, einem Mangel an Symmetrie im Electrometer zuzuschreiben und traten natürlich bei schwächerer Ladung des Instrumentes und stärkerer Ladung der Quadranten desselben mehr hervor als früher.

Die Resultate zeigen zunächst, dass bei grösseren Spannungen die Ladung der Luft nicht mehr der benutzten Electricitätsquelle gleichkam. In Bezug auf ein Maximum der Ladung sind wir berechtigt, die durch 100 Elemente mit Condensator hervorgebrachte Ladung als solches anzusehen, dem sich die durch 12 Elemente näherte, und welches auch durch die Electrisirmaschine erzeugt, aber nicht beobachtet werden konnte. Die Grösse des Maxi-

mums entspricht für positive Electricität dem Potentiale von etwa 100, für negative ungefähr dem von 80 Zink-Kupfer-Wasserelementen und ist natürlich als eine auf den benutzten Apparat bezügliche Grösse aufzufassen. Wie schon bemerkt, wurde nämlich fortwährend ein Theil der Luftelectricität an die Wände des Apparates abgegeben. Bei einer hinreichend grossen continuirlichen Electricitätsquelle musste also ebenso viel Electricität abgegeben wie zugeführt werden, und die Ladung der Luft beim Eintreten dieses Gleichgewichtszustandes ist als das Maximum derselben zu bezeichnen. Die Abnahme musste eine schnellere sein, wenn die Luft im Apparate in grössere Bewegung gerieth, und demgemäss sank das erreichte Maximum langsam, wenn die Zuführung der Electricität fortgesetzt wurde. Bei Benutzung der Electrisirmaschine wurde die Bewegung der Luft so gross, dass sich bei nicht ganz langsamer Bewegung der Maschine der glühende Platindraht abkühlte, und die auf diese Weise erzeugten Ladungen mussten also wesentlich geringer sein.

Auffallend ist der Unterschied zwischen positiver und negativer Electricität. Das Maximum der Ladung trat bei positiver Electricität bedeutend schneller ein als bei negativer und übertraf dasselbe auch an Grösse. Ueberhaupt finden wir (vergl. die früheren Versuche mit einem und zwei Elementen), nach derselben Zeit, resp. derselben Anzahl der Umdrehungen mit der Flugmaschine die positive Ladung der Luft grösser als die negative. Wir kommen also, da die Anordnung der auf dieselbe Weise, durch gleiche Electricitätsquellen electrisirten Lufttheile jedenfalls unabhängig von der Electricität sein muss, zu dem Schlusse, dass die positive Electricität leichter in die Luft ausströmt als die entgegengesetzte, ein Resultat, welches mit der gewöhnlichen Anschauungsweise übereinstimmt. Setzen wir jedoch die Nothwendigkeit einer solchen gleichen Anordnung der positiven und negativen Electricität im Apparate nicht voraus, so können wir aus den gegebenen Resultaten auch keinen Schluss auf das Ausströmen der

Electricität ziehen. Die Herren Wiedemann und Rühlmann stellen nach ihren Beobachtungen „über den Durchgang der Electricität durch Gase“ [1]) das leichtere Ausströmen der positiven Electricität in Abrede, und ich muss bemerken, dass sich obige Erscheinungen auch erklären, wenn wir annehmen, dass, analog der dort gegebenen Erklärung [2]), die eisernen Wände des Luftbehälters die grössere Anziehungskraft auf negative Electricität, also auf negativ electrisirte Lufttheilchen ausübten. Eine Entscheidung lässt sich hier nicht treffen; mir scheint jedoch der wahre Grund obiger Erscheinungen in dem leichteren Ausströmen der positiven Electricität zu liegen und bei der Verschiedenheit der dort und hier benutzten Entladungsweise des festen Conductors werden hierdurch die Beobachtungen Wiedemann's und Rühlmann's natürlich in keiner Weise angezweifelt.

Jedenfalls erklärt sich hieraus die unnatürlich scheinende Beobachtung, nach welcher die Maximalladung für positive und negative Electricität verschieden war. Da nämlich das Maximum der negativen Ladung erst nach mehr als doppelt so langer Zeit eintrat als das der positiven, so war die Luft bereits in eine grössere Bewegung versetzt, und jenes Gleichgewicht zwischen zu- und abfliessender Electricität musste sich also auch bei einer geringeren negativen Ladung der Luft einstellen.

In den bisherigen Versuchen wurde aus einer unerschöpflichen Quelle dem Luftapparate Electricität zugeführt, derselbe lud sich in ähnlicher Weise wie eine Leydener Flasche. Die beobachtete Ablenkung entspricht dem Potentiale sämmtlicher electrischer Quanta des Apparates in Bezug auf den wirksamen Punkt des Quecksilberstrahles, und wie man nach der Capacität einer Leydener Flasche fragt, so scheint es wünschenswerth, auch hier die zugeführte Electricitätsmenge mit in Betracht zu ziehen,

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 235, 364.
2) Ebd. p. 396.

um die Capacität des Luftapparates kennen zu lernen. Es soll dieselbe verglichen werden mit der eines Kohlrausch'schen Condensators, dessen Platten, 15 cm im Durchmesser, 0,57 mm voneinander abstanden.

Bei der getroffenen Anordnung wurde dem Glühapparate und durch ihn der Luft bei jeder Umdrehung des rotirenden Condensators eine bestimmte Electricitätsmenge mitgetheilt. Durch Angabe dieser Umdrehungen oder derjenigen der gleichmässig bewegten Flugmaschine lassen sich also die dem Apparate zugeführten Electricitätsmengen vergleichen mit denen, durch welche der Condensator bis zu demselben Potentiale geladen wurde. Der Analogie wegen wurde auch in letzterem Falle der ausser Wirksamkeit gesetzte Glühapparat mit eingeschaltet. Die einfache Anordnung ergibt sich aus Fig. 6, in welcher *A*

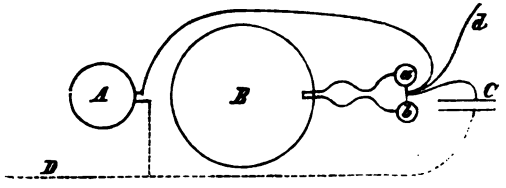


Fig. 6.

das Electrometer, *B* den Luftapparat, *a* und *b* die beiden Elemente des Glühapparates, *d* die Leitung zum rotirenden Condensator, *C* den Condensator und *D* die Ableitung nach der Erde bezeichnet.

Die Capacität c eines Condensators ist:

$$c = \frac{m}{V - V_1} k,$$

wenn m die zugeführte Electricitätsmenge, V und V_1 die Potentiale der beiden Platten und k eine von den benutzten Maasseinheiten abhängige Constante bezeichnet. Ist die eine der Platten, wie im vorliegenden Falle, nach der Erde abgeleitet, so ist ihr Potential $V_1 = o$ und also:

$$c = \frac{m}{V} . k.$$

Ebenso ist für den Luftapparat bei ähnlicher Bezeichnung:

$$C = \frac{M}{V^1} k,$$

also für $V = V^1$:

$$\frac{c}{C} = \frac{m}{M}.$$

Die beiden Capacitäten verhalten sich also wie die zur Ladung des Condensators und des Luftbehälters bis zu gleichem Potentiale nothwendigen Electricitätsmengen, d. h. da gleichen positiven oder negativen Potentialen gleiche Ablenkungen des Electrometers entsprechen, wie die Anzahl der Umdrehungen mit der Flugmaschine, welche erforderlich sind, um in jedem Falle dieselbe Ablenkung hervorzubringen.

Als passende Electricitätsquelle wurden zwei Meidinger'sche Elemente benutzt, und die Hälfte der durch sie und den rotirenden Condensator erzeugten Ablenkung als Maass für das Potential festgesetzt. Hiernach wurde für positive und negative Electricität folgende Tabelle aufgestellt.

Ladung des Electrometers.

	Positiv.	Negativ.
1 hoher Daniell	5,0 mm	—
2 Meidinger mit rotir. Condensator	140,0 „	165,0 mm
Der in Bewegung gesetzte rotirende Condensator allein	—	5,0 „
Die Glühbatterie, an der früher bezeichneten Stelle mit dem Electrometer verbunden, allein	—	8,0 mm

Ladung der Luft.

In 39 Umdrehungen 70,0 mm (4 gleiche Versuche). In 56, 58, 57, 56 Umdrehungen jedesmal 82,5 mm.

Ladung des Kohlrausch'schen Condensators.

(Mit eingeschaltetem Glühapparate.)

In 6 Umdreh. 70,0 mm.	In 6 Umdreh. 82,5 mm.
Bei wiederholten Versuchen.	Bei wiederholten Versuchen.

Ladung des Glühapparates.

In $1^3/_4$ Umdreh. 70,0 mm.	In $1^3/_4$ Umdreh. 82,5 mm.
Bei wiederholten Versuchen.	Bei wiederholten Versuchen.

Auch hier finden wir die negativen Ablenkungen grösser als die entsprechenden positiven, was neben dem bereits mehrfach erwähnten Umstande noch seinen Grund in der angeführten negativen Ablenkung von 5 mm und 8 mm hat, welche der rotirende Condensator, resp. der Glühapparat allein hervorbrachte.

Während sich nun naturgemäss der Kohlrausch'sche Condensator sowohl wie der Glühapparat positiver und negativer Electricität gegenüber ganz gleich verhielt, kommen wir nach obiger Tabelle, ähnlich wie früher, zu dem sonderbar klingenden Schlusse, dass die Capacität des Luftapparates für die beiden Electricitätsarten verschieden sei. Wir finden sie für positive Electricität:

$$\frac{39}{6} = 6{,}5 \text{ mal},$$

für negative Electricität:

$$\frac{56{,}8}{6} = 9{,}5 \text{ mal},$$

grösser als die des benutzten Kohlrausch'schen Condensators.

Das Sonderbare dieses Resultates verschwindet jedoch auch hier, wenn wir beachten, dass der innere Theil des Luftapparates, welcher geladen wurde, kein Conductor, sondern ein Isolator war, welcher sich, wie wir es wahrscheinlich gemacht haben, leichter positiv als negativ ladet. Die Capacität des Luftapparates ist eben nur eine der Capacität eines Condensators ähnliche Grösse: sie sollte nur einiges Licht werfen auf die zur Ladung des Apparates bis zu einem bestimmten Potentiale erforderliche Electricitätsmenge, und wir können uns daher mit dem angegebenen Resultate begnügen.

Auch hier ist es jedoch nicht nothwendig anzunehmen, dass die positive Electricität leichter ausströme als die negative. Die in dieser Beziehung bei der Discussion über das Maximum der Ladung gegebenen Bemerkungen treffen auch hier zu, und es „kann" auf beide Weisen das verschiedene Verhalten der Electricitätsarten gegenüber der Capacität des Apparates erklärt werden.

Die während der obigen Versuche jedenfalls erfolgte, freilich geringe Abgabe von Electricität an die Wände des Luftapparates musste vernachlässigt werden, und es bleibt nun noch übrig, diese allmähliche Abnahme einer erzeugten Ladung genauer zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde die Luft in gewöhnlicher Weise geladen. dann der Tropfapparat geöffnet und die vom Electrometer angezeigte Ablenkung von Minute zu Minute beobachtet. Nachdem sämmtliches Quecksilber den Apparat durchflossen hatte, wurde dasselbe gereinigt und die Beobachtung fortgesetzt.

Aus den bereits angegebenen Beobachtungen ist ersichtlich, dass die Grösse der Ablenkung durchaus nicht proportional dem entsprechenden Potentiale ist, und es muss daher, um die beobachteten Ablenkungen direct miteinander vergleichen zu können, für jede eine Zahl gesucht werden, welche hätte beobachtet werden müssen, wenn jene Proportionalität stattgefunden hätte. Es wurden daher die Ablenkungen verzeichnet, welche eine Reihe Meidinger'scher Elemente hervorbrachte, von deren Gleichheit ich mich vorher überzeugt hatte, und diese verglichen mit den Zahlen, welche sich hätten ergeben müssen, wenn die Ablenkung proportional der Anzahl der Elemente gewesen wäre.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne die Anzahl der Elemente, in der zweiten die beobachtete Ablenkung derselben, in der dritten den Zuwachs der Ablenkung, welchen jedes folgende Element hervorbrachte, und in der vierten die berechnete Ablenkung, wenn dieser Zuwachs jedesmal gleich 18,9 mm, gleich der Ablenkung des ersten Elementes gewesen wäre.

Ladung des Electrometers: 1 hoher Daniell = 20 mm pos.

1.	2. mm	3. mm	4. mm	1.	2. mm	3. mm	4. mm
1	18,9	18,9	18,9	3	49,1	13,4	56,7
2	35,7	16,8	37,8	4	60,2	11,1	75,6

1.	2. mm	3. mm	4. mm	1.	2. mm	3. mm	4. mm
		9,9				6,0	
5	70,1	8,1	94,5	11	111,3	5,7	207,9
6	78,2	7,5	113,4	12	117,0	5,1	226,8
7	85,7	6,8	132,3	13	122,1	4,4	245,7
8	92,5	6,5	151,2	14	126,5	4,3	264,6
9	99,0	6,3	170,1	15	130,8		283,5
10	105,3		189,0				

Auf diese Weise war der in Betracht kommende Theil des Gesichtsfeldes, hier der nach der positiven Seite gelegene, in hinreichend kleine Intervalle getheilt, um voraussetzen zu dürfen, dass in einem solchen jedes Millimeter einem constanten Zuwachse des Potentials entsprach. Durch das Hinzufügen des fünften Elementes entstand z. B. ein Zuwachs der Ablenkung von 9,9 mm, dieser hätte 18,9 mm sein müssen, und es kommen also zwischen den beobachten Ablenkungen von 60,2 mm und 70,1 mm auf ein beobachtetes Millimeter:

$$\frac{18,9}{9,9} = 1,91 \text{ mm}.$$

In dieser Weise sind für jedes Intervall die Scalentheile corrigirt und hiernach ist die folgende Tabelle zusammengestellt, welche in der ersten Columne die Zeit der Beobachtung, in der zweiten die beobachtete Ablenkung, in der dritten die Differenz der beiden Ablenkungen, zwischen denen die Zahl steht, in der vierten die auf obige Weise corrigirte Differenz und in der fünften die corrigirte Ablenkung enthält.

1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm	1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm
									1,2	3,98	
10	48	0,0				11	1	110,8	1,0	3,15	206,3
	49	134,0	1,5				2	109,8	1,3	4,09	203,3
	50	132,5	4,5				3	108,5	1,1	3,47	199,2
	51	128,0	2,5	7,00	277,2		4	107,4	1,2	3,78	195,7
	52	125,5	1,5	6,43	260,2		5	106,2	1,2	3,78	191,9
	53	124,0	2,0	8,58	253,9		6	105,0	1,0	3,00	188,1
	54	122,0	1,5	5,56	245,3		7	104,0	0,8	2,40	185,1
	55	120,5	2,5	9,37	239,7		8	103,2	0,9	2,70	182,7
	56	118,0	1,8	6,30	230,4		9	102,3	0,8	2,40	180,0
	57	116,2	1,4	4,65	224,1		10	101,5	1,1	3,30	177,6
	58	114,8	1,8	5,98	219,5		11	100,4	0,7	2,10	174,3
	59	113,0	1,0	3,32	213,5		12	99,7	0,7	2,10	172,2
	60	112,0			210,3		13	99,0			170,1

1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm	1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm
11	14	98,2	0,8	2,33	167,8	11	29	88,5	0,5	1,39	140,0
	15	97,5	0,7	2,04	165,8		30	87,8	0,7	1,95	138,1
	16	96,5	1,0	2,91	162,9		31	87,2	0,6	1,67	136,4
	17	95,9	0,6	1,75	161,1		32	86,5	0,7	1,95	134,5
	18	95,1	0,8	2,33	158,8		33	85,8	0,7	1,95	132,6
	19	94,5	0,6	1,75	157,0		34	85,2	0,6	1,51	131,1
	20	94,0	0,5	1,45	155,5		35	84,8	0,4	1,01	130,1
	21	93,5	0,5	1,46	154,0		36	84,3	0,5	1,26	128,8
	22	92,7	0,8	2,33	151,7		37	83,8	0,5	1,26	127,5
	23	92,0	0,7	1,95	149,8		38	83,4	0,4	1,01	126,5
	24	91,4	0,6	1,67	148,1		39	82,8	0,6	1,51	125,0
	25	90,6	0,8	2,22	145,9		40	81,9	0,9	2,27	122,7
	26	90,0	0,5	1,39	144,5		41	81,0	0,9	2,24	120,4
	27	89,5	0,6	1,67	142,8		42	80,7	0,3	0,76	119,6
	28	89,0	0,5	1,39	141,4		43	80,4	0,3	0,76	118,8

Unterbrechung der Beobachtung zum Reinigen des Quecksilbers.

1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm	1. Uhr	1. Min.	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm
12	7	73,5	0,3	0,70	102,4	12	32	64,8	0,2	0,38	84,4
	8	73,2	0,4	0,93	101,7		33	64,5	0,3	0,57	83,8
	9	72,9	0,4	0,93	100,9		34	64,2	0,3	0,57	83,2
	10	72,5	0,2	0,47	100,0		35	63,7	0,5	0,95	82,3
	11	72,3	0,1	0,23	99,5		36	63,5	0,2	0,38	81,9
	12	72,2	0,4	0,93	99,3		37	63,0	0,5	0,95	81,0
	13	71,8	0,3	0,70	98,4		38	62,8	0,2	0,38	80,6
	14	71,5	0,5	0,17	97,7		39	62,4	0,4	0,76	79,9
	15	71,0	0,5	0,17	96,6		40	62,2	0,2	0,38	79,5
	16	70,5	0,4	0,93	95,4		41	61,8	0,4	0,76	78,7
	17	70,1	0,3	0,57	94,5		42	61,5	0,3	0,57	78,1
	18	69,8	0,3	0,57	93,9		43	61,0	0,5	0,95	77,2
	19	69,5	0,5	0,95	93,3		44	60,5	0,5	0,95	76,2
	20	69,0	0,4	0,76	92,4		45	60,2	0,3	0,57	75,6
	21	68,6	0,4	0,76	91,6		46	66,0	0,2	0,38	75,2
	22	68,2	0,7	1,34	90,9		47	59,8	0,2	0,38	74,8
	23	67,5	0,3	0,57	89,6		48	59,5	0,3	0,57	74,2
	24	67,2	0,2	0,38	89,0		49	59,2	0,3	0,57	73,6
	25	67,0	0,3	0,57	88,6		50	58,9	0,3	0,57	73,0
	26	66,7	0,4	0,76	88,0		51	58,5	0,4	0,67	72,2
	27	66,3	0,5	0,95	87,3		52	58,0	0,5	0,95	71,3
	28	65,8	0,4	0,76	86,3		53	57,6	0,4	0,76	70,6
	29	65,4	0,2	0,38	85,5		54	57,2	0,4	0,76	69,9
	30	65,2	0,2	0,38	85,1		55	56,9	0,3	0,57	69,3
	31	65,0			84,8		56	56,6	0,3	0,57	68,7

Den Zahlen in der fünften Columne ist das jedesmalige Potential des Luftapparates in Bezug auf den mehrfach erwähnten Punkt proportional zu setzen, nachdem

von denselben die constante, positive Ablenkung des Tropfapparates subtrahirt ist.

Das Potential sinkt also erst schnell, dann langsamer, und wir dürfen annehmen, dass die in einem Zeitelemente dt stattfindende Abnahme dP des Potentials P proportional ist der Grösse des in dem betreffenden Augenblicke vorhandenen Potentials und der Dauer des Zeitelementes dt. Wir dürfen also setzen:

$$dP = \gamma P\, dt, \quad \text{oder} \quad \frac{dP}{P} = \gamma\, dt,$$

wenn γ eine Constante bezeichnet.

Hiervon ist das vollständige Integral:

$$\log \text{nat}\, P = \gamma t + c \qquad (c = \text{const.})$$

und wenn für: $t = 0$, $P = P_0$ ist, so ist:

$$\log \text{nat} \frac{P}{P_0} = \gamma t, \quad \text{d. h.} \quad \frac{P}{P_0} = e^{\gamma t},$$

wenn e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet.

Wenn y die corrigirte Ablenkung, Columne 5, bezeichnet, b die constante Ablenkung des Tropfapparates und A den Werth von $y - b$ für $t = 0$, so ist:

$$P = (y - b)\, k \quad \text{und} \quad P_0 = Ak,$$

wo k eine von den für P benutzten Maasseinheiten abhängige Constante bedeutet. Obige Gleichung geht also über in:

$$y - b = A e^{\gamma t} = A \beta^t,$$

wenn wir noch $e^{\gamma} = \beta$ setzen, wo β ein echter Bruch sein muss.

Dem durch diese Exponentialgleichung ausgesprochenen Gesetze, müssen, bei obiger Annahme, die y, Columne 5, folgen. Es ist nun klar, dass der correcteste Theil der beobachteten Function jedenfalls die zweite Hälfte der ersten Beobachtungsreihe ist, und ich habe deshalb als Nullpunkt der Zeit 11 Uhr 11 Minuten, als einen zweiten Punkt das Ende dieser Reihe, 11 Uhr 41 Minuten, und als dritten die Zeit $= \infty$ gewählt. Diesen Zeitpunkten entsprechen die Werthe $y = 174{,}3$ mm, $y = 120{,}4$ mm und, da

sich der Nullpunkt des Electrometers während der Beobachtung um ein Geringes verrückt hatte, $y = 10{,}0$ mm. Es entstehen also die drei Gleichungen:

$$174{,}3 - b = A, \quad 120{,}4 - b = A\beta^{30}, \quad 10{,}0 - b = 0,$$

und hieraus ergibt sich:

$$A = 164{,}3 \text{ mm}, \quad b = 10{,}0 \text{ mm}, \quad \beta = 0{,}9986\,835.$$

Setzt man diese Werthe der Constanten in die Gleichung:

$$y - b = A\beta^t$$

ein und berechnet die zugehörigen y, so ergeben sich die Zahlen der dritten Columne in der folgenden Tabelle. Die erste Columne gibt die Zeit der Beobachtung und die zweite die corrigirte beobachtete Ablenkung an:

1.		2.	3.
Uhr.	Min.	mm	mm
11	11	174,3	174,3
	16	162,9	163,7
	21	154,0	153,9
	26	144,5	144,6
	31	136,4	136,0
	36	128,8	128,0
	41	120,4	120,4

Unterbrechung.				
1.		2.	3.	4.
Uhr.	Min.	mm	mm	mm
12	11	99,5	84,2	(82,0)
	21	91,6	75,0	(74,1)
	31	84,8	66,9	(67,3)
	41	78,7	59,8	(61,2)
	51	72,2	53,6	(54,7)

Der zweite Theil der beobachteten Function stimmt also nicht mit der berechneten überein; der Grund dieser Abweichung ist darin zu suchen, dass, während die Beobachtungen ausgesetzt werden mussten, das Quecksilber nicht durch den Apparat strich. Ist aber lediglich diesem Umstande die Abweichung der beiden Werthreihen zuzuschreiben, so muss dieselbe dadurch vollkommen eliminirt werden, dass von jeder beobachteten corrigirten Ablenkung eine gewisse Grösse, und zwar immer dieselbe, subtrahirt wird. In der That, wenn man 17,5 mm von den beobachteten Werthen abzieht — die in der letzten Tabelle eingeklammerten Zahlen geben die Werthe der in dieser Weise abgeänderten y — so stimmen beide Functionen in ihrer ganzen Ausdehnung mit der Genauigkeit überein, welche man fordern darf, und obige Werthe für die Con-

stanten können also als den Beobachtungen entsprechend angesehen werden.

Aus der zur Discussion der Beobachtungen passenden obigen Exponentialgleichung folgt, bei derselben Bezeichnung, umgekehrt wie vorher:

$$\frac{P}{P_0} = \beta^t,$$

also, wenn für $t = 1$: $P = P_1$ gesetzt wird:

$$\beta = \frac{P}{P_0} = 0{,}998\,6835.$$

β misst also die Abnahme des Potentials in der Zeiteinheit und kann daher Abnahmecoëfficient genannt werden.

In anderen Fällen, wo die Beobachtungen weniger sorgfältig corrigirt wurden, ergab sich $\beta = 0{,}974$, $= 0{,}979$, $= 0{,}981$.

Die bei der Bestimmung des Abnahmecoëfficienten benutzte Grösse des Potentials ist durchaus willkürlich; es wurde eine solche gewählt, bei welcher erfahrungsmässig die constantesten Resultate erzielt wurden. Bei sehr starken Ladungen gleich 1000 des bisherigen Maasses lassen sich die beobachteten Zahlen nicht mit einem annehmbaren Grade von Genauigkeit auf die frühere Formel zurückführen, zeigen aber im Ganzen einen ähnlichen Verlauf wie in dem genauer discutirten Falle. Bei Anwendung noch geringerer Ladungen als in diesem stimmen die beobachteten Ablenkungen nach einiger Zeit ziemlich genau überein.

Für negative Electricität ergab sich eine der gegebenen durchaus ähnliche Beobachtungsreihe, und dieser Umstand macht es unwahrscheinlich, dass jenes mehrfach erwähnte abweichende Verhalten der beiden Electricitätsarten auf einer verschiedenen Anordnung der positiv oder negativ electrisirten Lufttheilchen beruht.

Die mit dem glühenden Platindrahte angestellten Versuche, zu welchen, wie bemerkt, staubfreie Luft benutzt worden ist, wurden nun, nachdem der Apparat sorgfältig

ausgewaschen und getrocknet war, mit frischer Luft wiederholt, um ganz sicher zu sein, dass das Glycerin keinen Einfluss irgend welcher Art gehabt habe. Die angeführten Erscheinungen traten in ähnlicher Weise, nur weniger regelmässig auf, und namentlich war die Abnahme der Ladung gewöhnlicher Luft merklich schneller, eine Erscheinung, welche mit der gegebenen Erklärung von dem Processe der allmählichen Entladung übereinstimmt.

In Rücksicht auf den früher gezogenen Schluss, dass die im Apparate eingeschlossene Luft durch eine Spitze nicht dauernd electrisirt werden könnte, ist es jetzt von Interesse, umgekehrt den Einfluss kennen zu lernen, welchen eine Reihe von Spitzen auf eine bereits erzeugte Ladung der gewöhnlichen, resp. staubfreien Luft ausübte. Es wurden daher zwei Kronen von zusammen 34 feinen Nähnadeln auf den Boden des Luftapparates gestellt und durch diesen, da sie durch einen Draht miteinander verbunden waren, nach der Erde abgeleitet. Es zeigte sich, dass die Spitzen auf die Ladung staubfreier Luft keinen Einfluss ausübten, dagegen bei gewöhnlicher Luft die Abnahme der Ladung durch dieselben wesentlich beschleunigt wurde.

Diese Beobachtung ist das Analogon zu den früheren Versuchen, die Luft durch eine Spitze zu laden, und es kann kein Zweifel an den dort ausgesprochenen Behauptungen herrschen. Umgekehrt ist also auch die allmähliche Zerstreuung der Electricität geladener Körper in die Luft hauptsächlich — wenn nicht lediglich — dem in derselben schwebenden Staube zuzuschreiben, eine Behauptung, welche sich klar den Beobachtungen des Hrn. Warburg[1]) anschliesst, nach denen der Zerstreuungscoëfficient im Wasserstoff etwa halb so gross ist wie in atmosphärischer Luft und mit Druckverminderung bedeutend abnimmt. Wir werden aber weiter zu dem Schlusse gedrängt, dass das wirkliche Ausströmen der Electricität in die Luft aus

1) Pogg. Ann. CXLV. p. 578.

einer Spitze oder überhaupt aus einem Conductor lediglich durch die an einer Stelle bis zu dem Punkte erhitzte Luft geschieht, bei welchem diese ihre Widerstandskraft verliert, und von diesem Gesichtspunkte aus scheinen mir die hierher gehörenden Beobachtungen der Herren Wiedemann und Rühlmann[1]), welche ich bereits erwähnte, beurtheilt werden zu müssen. Dieselben zeigen dann, dass der zum Ausströmen der positiven resp. negativen Electricität nothwendige Temperaturgrad, welcher in den vorliegenden Untersuchungen durch den glühenden Platindraht hergestellt wurde, für beide Electricitätsarten nicht mit derselben Leichtigkeit erreicht wird, und von diesem Umstande ist dann natürlich auch die Intensität des Ausströmens abhängig. In engem Zusammenhange hiermit steht besonders auch die Erscheinung, dass die Temperatur, welche an der positiven und negativen Electrode beim Uebergange von Electricität beobachtet wird, nicht dieselbe ist.

Ohne die letzten Behauptungen als stricte bewiesen anzusehen, scheinen sie mir nur Consequenzen der über den Einfluss des Staubes gemachten Erfahrungen zu sein, und ich glaubte deswegen dieselben ziehen zu dürfen.

Noch einen Versuch habe ich anzuführen, welcher sich auf den in der Luft schwebenden Staub bezieht. Ich liess nämlich vom Fussboden des Beobachtungszimmers mittelst eines Kehrbesens Staub aufwirbeln und schloss einen Theil der so geschwängerten Luft in den Apparat ein. Die sofort angestellte Untersuchung derselben zeigte — bei gewöhnlicher Ladung des Electrometers — eine negative Ablenkung von 28,0 mm. Wiederholte Versuche ergaben ähnliche Resultate, und zwar war die Ladung geringer, wenn der Apparat auf dem Corridor gefüllt war — das Wetter war kalt und trübe — als wenn die Luft aus einem täglich geheizten Zimmer genommen wurde. In letzterem Falle wurde z. B. folgende Beobachtungsreihe

1) Pogg. Ann. CXLV.

aufgestellt, in welcher die constante positive Ablenkung von 8 mm berücksichtigt worden ist.

Ladung des Electrometers: 1 hoher Daniell = 20 mm pos.

Ladung der Luft.

Zeit in Minuten.	Ablenkung in Millimetern.	Zeit in Minuten.	Ablenkung in Millimetern.
0	— 50,0	25	— 7,0
5	— 32,0	30	— 4,7
10	— 20,8	35	— 4,7
15	— 13,5	40	— 4,0
20	— 10,5	45	— 3,2

Wurde kein Staub aufgewirbelt, so fehlte auch die starke negative Ladung, und es ist also zu schliessen, dass dieselbe auf electrisirten Staubtheilchen beruhte.

Durch zweierlei Ursachen kann die Ladung des Staubes bewirkt sein, nämlich entweder durch Reibung oder durch Influenz. In letzterem Falle hätte die Zimmerluft positiv electrisch sein müssen, und da diese, bevor der Staub aufgewirbelt wurde, im Gegentheil Spuren von negativer Electricität zeigte, so kann der Staub nur durch Reibung electrisirt sein. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass schwerere Staubtheilchen, welche nicht mit in den Apparat aufgenommen wurden, die entsprechende positive Electricität besassen: die negative Ladung im Apparate wurde nämlich bedeutend geringer, wenn derselbe beim Auffangen des Staubes in die Nähe des Fussbodens gehalten wurde, ein Umstand, der jedoch auch darauf beruhen kann, dass die schwereren Staubpartikel sich bereits grösstentheils gesetzt hatten, bevor die Beobachtung angestellt werden konnte.

In enger Beziehung hiermit stehen einige Erscheinungen, welche ich in den heissen Tagen des Juli und August 1875 zu beobachten Gelegenheit hatte. Ich experimentirte in einem nach Süden gelegenen Zimmer um die Stunden von 11 bis 2 Uhr. Der Luftapparat wurde am Fenster mit frischer Luft gefüllt, und in zwei Fällen ergab sich sofort

eine mässige negative Ladung. Nach einiger Zeit zeigte das mit dem Tropfapparat verbundene Electrometer die gewöhnliche constante Ablenkung. Floss nun das Quecksilber, ohne dass sonst eine Aenderung vorgenommen wurde, durch den Apparat, so trat allmählich eine negative Ladung von 40 bis 60 mm ein, welche sich in einem Falle bis 70 mm steigerte. Durch einen in der unteren Ausflussöffnung des Apparates angebrachten eisernen Hahn konnte das Quecksilber in demselben zurückgehalten werden, und jene negative Ablenkung nahm nicht unerheblich zu, sobald das angesammelte Quecksilber abgelassen wurde. Als ich im Anfange des Winters den Grund dieser Erscheinung untersuchen wollte, blieb dieselbe aus. Nachdem ich beobachtet hatte, dass in dem mit Glycerin ausgestrichenen Behälter durch das Fliessen des Quecksilbers keine Ladung erzeugt wurde, schien mir die Ursache derselben nicht mehr zweifelhaft zu sein: die Quecksilbertropfen rieben sich an den sehr trockenen Staubtheilchen — um die angeführte Beobachtungszeit liess die Luft in dieser Beziehung Nichts zu wünschen übrig — und diese blieben negativ electrisirt zurück, während die Quecksilbertropfen ihre positive Ladung an die abgeleiteten Metallwände des Apparates abgaben; durch das Ablassen des angesammelten Quecksilbers trat frische Luft irgendwo in den Apparat ein, und durch die entstandene Bewegung wurde der electrisirte Staub, welcher sich natürlich grösstentheils im unteren Theile des Apparates befand, der wirksamen Stelle des Quecksilberstrahles näher gebracht und dadurch das negative Potential des Tropfapparates vergrössert.

Diese Resultate stimmen vollkommen mit den Angaben W. Thomson's überein[1]), nach denen die Luft im Zimmer gewöhnlich negativ electrisch ist, und auch andere, auf die Electricität unserer Atmosphäre bezüglichen Beobachtungen finden in ihnen ihre hauptsächliche Erklärung. Thomson findet nämlich die Luftelectricität in den

1) Reprint of Pap. Chpt. 296.

niederen Schichten meistens negativ.[1]) Er definirt dieselbe als Influenzelectricität höher gelegener electrischer Quanta und zieht aus gleichzeitig angestellten Beobachtungen an höher und entfernter gelegenen Punkten Schlüsse auf die Vertheilung der Electricität in den oberen Luftschichten, welche durch die vorliegenden Beobachtungen an Sicherheit verlieren. Dellmann weist[2]) den Zusammenhang einer starken Staubentwickelung mit dem Auftreten negativer Luftelectricität direct nach.

Beruht nun die Electricität des Staubes, wenn auch nur zum Theil, auf Reibung, ist dieselbe also wenigstens theilweise unabhängig von der Vertheilung der atmosphärischen Electricität, so ist sie bei Beobachtung dieser als eine in den meisten Fällen gewiss nicht unbedeutende Fehlerquelle anzusehen und muss nothwendig vermieden werden. Es bietet sich in dieser schwer zu erfüllenden Anforderung ein neues Hinderniss für das Bestreben dar, ein klares Bild über die electrischen Vorgänge in unserer Atmosphäre zu erhalten, und wir sehen dieses Ziel durch die angegebenen Resultate leider nicht näher gerückt.

Der hier eingeschlagene Weg ist aber gewiss der weniger unsichere. Die angestellten Beobachtungen sind in meteorologischer Beziehung kaum mehr als Vorversuche zu ungleich wichtigeren Arbeiten, welche uns jenem Ziele näher führen werden. Es müssen diejenigen Verhältnisse im Kleinen dargestellt werden, welche wahrscheinlicherweise einen wesentlichen Einfluss auf den electrischen Zustand unserer Atmosphäre ausüben, und ich hoffe, in nicht langer Zeit im Stande zu sein, die Arbeiten nach dieser Richtung hin wieder aufzunehmen.

1) Reprint of Pap. Chpts. 283, 3, 300, 392.
2) Fortschritte der Physik, XXI. p. 611.

IV. *Untersuchungen über die Natur der Spectra (1. Theorie. 2. Spectra gemischter Gase); von Eilhard Wiedemann.*

Seit den bahnbrechenden Untersuchungen von Bunsen und Kirchhoff haben die Spectra glühender Gase eine eingehendere Bearbeitung erfahren. Auch ist man mehrfach bemüht gewesen, theoretisch die Gründe für das Auftreten der Linien- und Bandenspectren zu ermitteln, Beziehungen zwischen den einzelnen Linien, die sie zusammensetzen, aufzufinden, sowie die Veränderungen die sie durch Druck und Temperaturänderung erfahren, zu erklären.

Da indess die betreffenden Physiker meist nur auf einzelne Punkte näher eingehen, resp. die Ursachen für die Spectrallinien nur nebenbei berühren, ohne dieselben mit anderen, sich durch die mechanische Gastheorie ergebenden Daten zu verknüpfen, habe ich versucht, mir, zum Theil im Anschluss an ihre Betrachtungen, eine Theorie der Spectralerscheinungen zu bilden. Sie soll mir auch vor allem dazu dienen, Anhaltspunkte für eine Reihe experimenteller Untersuchungen zu gewinnen, von denen ich mir erlaube, den ersten Theil im Anschluss an obige Theorie mitzutheilen.

Theorie.

Nach der kinetischen Theorie der Gase bewegen sich die einzelnen in denselben enthaltenen Molecüle lebhaft durcheinander; zwischen den Molecülen finden, wie Stefan und Van der Waals aus den Versuchen von Joule und Thomson gefolgert haben, bis zu Entfernungen, die gross sind im Verhältniss zu den Dimensionen der Molecüle, anziehende Kräfte statt. In sehr kleinen Abständen müssen die Molecüle sich indess abstossen, da sonst gar kein Grund für das Wiederauseinanderfliegen der aufeinanderprallenden Theilchen vorhanden sein würde. Diese Abstossungen werden wohl von den, die Körpermolecüle umgebenden Aetherhüllen

herrühren und müssen schneller als die anziehenden Kräfte mit der Entfernung abnehmen. Die neben den translatorischen Bewegungen noch auftretende Rotation und Oscillation der einzelnen Atome im Molecüle um einen gemeinsamen Schwerpunkt führt bei hinlänglich gesteigerter Temperatur zu einem Zerfallen der Molecüle in ihre Atome.

Diese rotatorischen und oscillatorischen Bewegungen sind periodisch und müssen in dem umgebenden Lichtäther auch periodische Schwingungen hervorrufen.

Linienspectra. Ein verdünntes Gas sei möglichst hoch erhitzt; wir können dann annehmen, dass die einzelnen Molecüle in ihre Atome zerfallen sind. Bei dem Zusammenstosse derselben werden nur oscillatorische Bewegungen auftreten, da nach den Versuchen von Kundt und Warburg über die specifische Wärme des Quecksilberdampfes, sowie den theoretischen Betrachtungen von Maxwell, Watson und Boltzmann, in einatomigen Molecülen die lebendige Kraft der Rotationsbewegungen Null ist. Die bei diesen hohen Temperaturen auftretenden Spectra bestehen aus einzelnen Lichtlinien, deren Ursache wir demnach in der oscillatorischen Bewegung der Atome zu suchen haben, da sie auch bei den als einatomig betrachteten Quecksilber- und Cadmiumdämpfen auftreten.

Das Gas sei so weit verdünnt, dass die Zeit, die zwischen zwei Zusammenstössen verstreicht, sehr gross ist gegen die Zeit, in welcher die Theilchen innerhalb ihrer gegenseitigen Wirkungssphären sich befinden; dann wird bei den Bewegungen der einzelnen Aethertheilchen, bei kleinen Amplituden zunächst, eine beschränkte Anzahl von Strahlen verschiedener Schwingungsdauer ausgesandt werden, deren Wellenlänge von der speciellen Anordnung des Aethers in den Atomen abhängt. Werden die Elongationen grösser, etwa dadurch, dass man die Temperatur des Gases und damit die lebendige Kraft der einzelnen zusammenstossenden Atome steigert, so treten zu diesen Grundschwingungen gewisse harmonische Schwingungen hinzu, deren Schwingungsdauer

indess wieder von der Anordnung des Aethers und den zwischen ihm und dem materiellen Atom wirkenden Kräften abhängen wird.

Dass wirklich eine grosse Zahl der einzelnen Linien in den beobachteten Spectren sich als harmonische Schwingungen einer Grundschwingung betrachten lässt, haben eingehende Berechnungen von Lecoq de Boisbaudran, Stoney, Soret u. A. nachgewiesen. Bei einer Steigerung der Amplitude muss vor allem die Intensität der höheren harmonischen Schwingungen, denen die brechbareren Strahlen entsprechen, wachsen. In der That findet Lecoq de Boisbaudran dass beim Stickstoffspectrum die blauen, der doppelten Octav bestimmter Schwingungen entsprechenden Streifen bei höherer Temperatur, die rothen und gelben als Quinte derselben Schwingungen bei niederer Temperatur auftreten. Aehnlich zeigt Chlorlithium in der Flamme des Bunsen'schen Brenners eine sehr helle rothe und eine sehr schwache orange Linie; vor dem Löthrohr nimmt letztere weit stärker an Helligkeit zu, ohne jedoch die der ersteren zu erreichen; lässt man dagegen den Inductionsfunken auf eine Chlorlithiumlösung schlagen, so ist die orange Linie weit heller als die rothe und die blaue Lithiumlinie wird sehr hell. Weitere Beispiele lassen sich in grosser Zahl anführen.

Durch die blosse Temperaturerhöhung kann auch, wie F. Lippich und später Pfaundler theoretisch erörtert haben, eine Verbreiterung der einzelnen Linien dadurch eintreten, dass die einzelnen Gasmolecüle eine grosse Geschwindigkeit theils gegen den Beobachter hin, theils von ihm fort haben.

In weit höherem Maasse werden aber solche Verbreiterungen der Linien eintreten, wenn wir den Druck des Gases erhöhen; die einzelnen schwingenden Aetherhüllen eines Atomes werden dann nur kurze Zeit ihre Bewegungen ungestört ausführen können, da sie sich meistens in dem Bereiche der Wirkungssphäre[1]) der übrigen Atome

1) Der Durchmesser dieser Wirkungssphäre ist diejenige Länge, bis zu welcher, vom Mittelpunkte des Atomes resp. Molecüls gerechnet,

befinden. Dieser Schluss wird durch die Versuche von Wüllner, G. Ciamician und anderen bestätigt.

Interferenzen bei grossen Gangunterschieden. Die Zeit, in welcher eine ungestörte optische Bewegung des Aethers der einzelnen hin- und herfliegenden Molecüle und Atome stattfindet, habe ich durch folgende Betrachtungen zu ermitteln gesucht.

Sollen zwei Lichtstrahlen interferiren, so müssen sie von demselben Punkte ausgehen und es darf in der Zeit, die zwischen den Augenblicken verstreicht, wo der erste und zweite Lichtstrahl ausgesandt wird, keine Störung der Schwingungsbewegung an der betreffenden Stelle auftreten; sonst erscheinen plötzliche Phasenänderungen, wodurch sich die Schwingungen in ganz unbestimmter Weise ändern. Diejenige Phasendifferenz, bis zu der noch Interferenzen beobachtbar sind, gibt daher ein Maass für die Zeit, in welcher an dem leuchtenden Punkte eine regelmässige Bewegung stattfindet. Die Lichtquelle wird gebildet von der grossen Zahl von Atomen oder Molecülen, die in der Nähe dieses Punktes liegen. In ihnen wird jedenfalls nur so lange die innere Schwingungsbewegung ungestört bleiben, als sie nicht in ihre gegenseitige Wirkungssphäre gelangen, d. h. etwa während der Zeit, die zwischen zwei Zusammenstössen verstreicht. Diese Zeit liegt aber für die verschiedenen Molecüle desselben Gases zwischen Null und Unendlich. Eine überwiegende Anzahl derselben wird keine

---

der Aether eine Beschaffenheit besitzt, die von der im freien Raume abweicht; mit steigender Temperatur wird diese Länge bei den, aus mehreren Atomen zusammengesetzten Molecülen zunehmen. Der sog. Moleculardurchmesser in der kinetischen Gastheorie bezeichnet dagegen die Strecke bis zu der sich die Mittelpunkte zweier Molecüle nähern können, wenn sie aufeinander treffen, eine Entfernung, die sich wesentlich mit der Stärke des Anpralls ändert, daher auch mit steigender Temperatur abnehmen kann, wie uns die Versuche über die Reibung der Gase zeigen. Der Durchmesser der Wirkungssphäre wird jedenfalls grösser sein, als dieser Moleculardurchmesser, da die aufeinanderstossenden Theilchen erst einen Theil der Wirkungssphäre durchlaufen müssen, ehe sich ihre Bewegung umkehrt.

Zusammenstösse innerhalb einer bestimmten, sehr kurzen Zeit erfahren; die am Anfang und Ende dieser Zeit von allen diesen Theilchen ausgesandten Lichtstrahlen können daher interferiren und nur die von den wenigen anderen ausgehenden erleuchten das Gesichtfeld in dem benutzten Apparate gleichmässig. Die Interferenzen sind daher scharf. Je grösser die Zeit aber ist, die zwischen dem Aussenden der beiden interferirenden Strahlen verstreicht, je höhere Interferenzstreifen wir beobachten, um so weniger Molecüle tragen zu dem Zustandekommen derselben bei, um so mehr Molecüle erleuchten das Gesichtsfeld gleichmässig, um so weniger scharf werden die Streifen. Bei Phasenunterschieden endlich, welche Zeitintervallen entsprechen, die grösser sind, als das zum Durchlaufen der mittleren Weglänge nöthige Intervall, werden sie sehr schnell verschwinden, da eben die meisten Molecüle innerhalb dieser Zeit zusammenstossen, also unregelmässige Phasenänderungen erleiden.

Von Fizeau und Foucault und später von J. J. Müller liegen Messungen über die höheren Interferenzen vor. Bei Natriumlicht waren Interferenzen, die einem Wegunterschiede von mehr als 50 000 Wellenlängen entsprachen, nicht mehr zu sehen; beim Wasserstoff waren die von 20 000 deutlich sichtbar und war noch nicht der höchst mögliche Phasenunterschied erreicht. Es müssen also beim Natrium die Schwingungen höchstens bis 50 000 Doppelschwingungen regelmässig bleiben, d. h. da der Natriumlinie etwa 500 Billionen Schwingungen in der Secunde entsprechen, während der Zeit:

$$T = \frac{50\,000}{500 \,.\, 10^{12}} = 10^{-10} \text{ Secunden},$$

oder während einer 10 000 Milliontel Secunde. Die Zeit τ zwischen zwei Zusammenstössen finden wir, wenn wir die mittlere Weglänge des betreffenden Gases durch die mittlere Geschwindigkeit dividiren. Legen wir, da es sich nur um die Grössenordnung der einzelnen Zahlen handeln

kann, die mittlere Weglänge der Wasserstoffmolecüle bei 0° ($L = 194 \cdot 10^{-7}$ cm) und die mittlere Geschwindigkeit derselben bei derselben Temperatur ($c = 1698 \cdot 10^2$ cm) zu Grunde, so wird:

$$\tau = \frac{L}{c} = \frac{194 \cdot 10^{-7}}{1698 \cdot 10^2} = 1{,}14 \times 10^{-10} \text{ Secunden.}$$

Die beiden Grössen T und τ stimmen relativ so gut miteinander überein, dass jedenfalls die Annahme nicht unzulässig ist, die Aethertheilchen an dem Natriumatome könnten durchschnittlich bis zu 50 000 Schwingungen ungestört vollenden. Diese Untersuchung zeigt zugleich, dass wir das Verschwinden der Interferenzen nicht in allen Fällen als von einer Verbreiterung der Spectrallinien herrührend, aufzufassen brauchen.

Die Messung der hohen Interferenzen muss uns auch ein Mittel liefern, die Amplitude der Aetherschwingungen und damit die Dichte des Aethers zu bestimmen. Es sei die Strecke, auf der ein Theilchen keine Störung erfährt, etwa x Millimeter, die Zahl der auf dieser Strecke ausgeführten Schwingungen sei m, dann wird die Bewegung eben beim Beginn der m^{ten} Schwingung gestört; die m Schwingungen, für welche kein Grund vorliegt, dass sie alle senkrecht zur Richtung der fortschreitenden Bewegung der Molecüle sind, vertheilen sich gleichmässig auf x Millimeter, die mittlere Grösse der Amplitude in jener Richtung beträgt $\frac{x}{m}$ Millimeter.

Die Strecke, auf der die Molecüle keine Störung erfahren, muss sich dadurch bestimmen lassen, dass man das Gas bei verschiedenen Drucken auf dieselbe Temperatur erhitzt und die Zahl der Interferenzen bestimmt. Die Grösse des Moleculardurchmessers S ist unabhängig vom Drucke. Wenn aber bei der Dichte 1 die mittleren Abstände der Molecüle A Millimeter sind, so sind sie $\frac{A}{2}$ Millimeter bei der Dichte $\frac{1}{8}$; die Zahlen q und q_1 der ungestört erfolgenden Schwingungen sind aber, wenn T die Schwin-

gungsdauer, V die translatorische Geschwindigkeit der Molecüle bezeichnet, bestimmt durch:

$$q = \frac{A-S}{VT} \text{ und } q_1 = \frac{\frac{A}{2}-S}{VT}.$$

Kennen wir daher q und q_1, so folgt unmittelbar A und S.

Die bisher vorliegenden Daten genügen indess noch nicht, um diese hier nur im Princip angedeuteten Berechnungen durchzuführen, doch hoffe ich bald experimentelle Daten zur Lösung der obigen Aufgabe mittheilen zu können.

Vergleichen wir die Linienspectra chemisch ähnlicher Elemente, wie Kalium, Natrium, Calcium, Rubidium, so zeigen dieselben, wie vor allem Lecoq de Boisbaudran hervorgehoben hat, dieselben Liniengruppen, nur an verschiedenen Stellen des Spectrums; sie setzen sich daher aus den gleichen harmonischen Schwingungen verschiedener Grundschwingungen zusammen, es müssen also die Configurationen der die Körperatome umgebenden Hüllen oder die auf diese wirkenden Kräfte ähnlich sein. Eine Verrückung der einander entsprechenden Linien, in den betreffenden Spectren vom Roth nach dem Violett, deutet caeteris paribus eine Zunahme der Anziehungskraft der Atome auf die sie umgebenden Aetherhüllen an. —

Bandenspectra. Betrachten wir Gase, die nicht mehr aus einzelnen Atomen, sondern aus Molecülen zusammengesetzt sind; dann werden wir oft nicht mehr die Emissionsspectra, sondern die Absorptionsspectra zu untersuchen haben, da bei den Temperaturen, bei denen die betreffenden Gase zu leuchten beginnen, bereits die Molecüle zerfallen sind. Sei es, dass die Molecüle aus gleichartigen, sei es, dass sie aus ungleichartigen Atomen zusammengesetzt sind, stets werden die Spectra durch die rotatorischen oder oscillatorischen Bewegungen entweder der ganzen Molecüle, oder aber der Atome in ihnen resp. der dieselben umgebenden Aetherhüllen bedingt sein, sie werden

daher auch einen entsprechenden Charakter besitzen. Bei einfachen Gasen treten so bei niederen Temperaturen die sogenannten Bandenspectra auf, denen ganz analog die Spectra der Verbindungen zusammengesetzt sind. — Beide bestehen aus breiten Lichtbanden, die bei genauerer Untersuchung sich meist aus hellen und dunkeln Linien gebildet zeigen; so ist es beim Stickstoff, der Kohlensäure; ebenso verhalten sich, wie ich mich wiederholt überzeugt habe, die Haloidverbindungen der Erdalkalimetale, ähnlich auch die des Quecksilbers (vgl. die Versuche des Hrn. Pierce in einer demnächst erscheinenden Abhandlung).

Wir untersuchen zuerst, ob diese Spectra den rotatorischen Bewegungen der ganzen Molecüle zuzuschreiben sind.[1])

Die Grundschwingung der rotatorischen Bewegung können wir angenähert mittelst der mechanischen Gastheorie berechnen. Es sei m die Masse eines Molecüles, u die translatorische Geschwindigkeit, v die rotatorische, dann ist, wenn wir die oscillatorische Bewegung vernachlässigen:

$$\frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m u^2} = a.$$

a lässt sich aus dem Verhältniss der specifischen Wärme bei constantem Drucke und Volumen berechnen und ist für die permanenten Gase etwa 0,66, so dass die Geschwindigkeit der rotatorischen Bewegung:

$$v = u \sqrt{0{,}66} = u \times 0{,}813.$$

Es sei dann ferner der Radius des Molecüles r, die in der Zeiteinheit ausgeführte Zahl von Umdrehungen x,

1) Eine ähnliche Ansicht hat Helmholtz vermuthungsweise in einer Arbeit von J. Moser geäussert. Lockyer führt gleichfalls die verschiedenen Spectra desselben Körpers auf verschieden complicirte Atomcomplexe zurück. Die Frage, ob demselben Elemente nur ein (Linien-) oder mehrere (Linien und Banden) Spectren zukommen können, dürfte durch die letzten Versuche Wüllner's, sowie die Untersuchungen Lockyer's über die Absorptionsspectra verschieden stark erhitzter Dämpfe zu Gunsten der letzteren Ansicht entschieden sein.

während v die Geschwindigkeit ist, die dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat der einzelnen im Molecüle enthaltenen Theilchen entspricht. Würde die ganze Masse des Molecüles am Ende des Moleculardurchmessers $2r$ sich befinden, so wäre v zugleich die Peripheriegeschwindigkeit und die Zahl der Umdrehungen in der Zeiteinheit würde:

$$x = \frac{v}{2\pi r} = \frac{u \cdot 0{,}813}{2\pi r}.$$

Da dies aber nicht der Fall ist, sondern auch Massentheilchen weiter nach dem Mittelpunkte hin liegen, so muss die wirkliche Peripheriegeschwindigkeit grösser als der Mittelwerth v sein, die Zahl der Umdrehungen x also auch grösser, aber doch stets von derselben Ordnung wie der aus der obigen Formel folgende. Eine genaue Bestimmung liesse sich erst dann geben, wenn die Gestalt der Molecüle vollkommen bekannt wäre.

Für gewöhnliche Temperaturen ist aber bei Wasserstoff $u = 1698$ m, bei Stickstoff 453 m, r bei denselben beiden Gasen nach Rühlmann's Berechnung der Regnault'schen Versuche auf dem von Van der Waals angedeuteten Wege 20×10^{-11} m und 17×10^{-11} m.

Für Wasserstoff wird also sehr nahe:

$$x = 11 \times 10^{11},$$ also eine Billion;

für Stickstoff etwa:

$$3{,}4 \times 10^{11}.$$

Jeder Umdrehung der jedenfalls nicht kugelförmigen Molecüle entspricht eine Verschiebung des Aether oder eine Grundschwingung. Dieselbe liegt aber meist nicht in dem Bereiche der sichtbaren Strahlen, wohl aber können wir gewisse harmonische Schwingungen, etwa die, welche 500 bis 1000 mal so schnell erfolgen, beobachten. Dass in der That beim Auftreten von Bandenspectren harmonische Schwingungen bis über die 700ste hinaus sichtbar sind, haben die Berechnungen von Stoney und Reynolds für das Spectrum des Chromoxychlorids nachgewiesen, auch haben sie gezeigt, dass bei passender Wahl der Constanten rhythmische Anordnungen in den Helligkeiten der verschie-

denen Linien, wie sie ja die Bandenspectren charakterisiren, sich erkennen lassen.

Der erörterten Annahme aber, dass die Bandenspectren durch die rotatorischen Bewegungen [1]) erzeugt werden, steht das Bedenken entgegen, dass, wenn bei gesteigerter Temperatur das von den Gasen ausgesandte Licht stets aus Strahlen von denselben Wellenlängen bestehen soll, der Moleculardurchmesser der absoluten Geschwindigkeit oder der Wurzel aus der absoluten Temperatur proportional wachsen müsste, da nur dann die Rotationszahl ungeändert bleiben könnte. In allen anderen Fällen müssen sich die Linien, je nachdem der Moleculardurchmesser mit wachsender Temperatur schneller oder langsamer zunimmt als die Rotationsgeschwindigkeit, nach dem Roth oder Violett hin verschieben. Dass solche Verschiebungen nicht eintreten, lehren alle bisherigen Spectralversuche.

Innerhalb wie weiter Temperaturgrenzen hierbei die Streifen ihre Lagen beibehalten, haben mir später ausführlicher mitzutheilende Versuche gezeigt, bei denen durch den Inductionsfunken Stickstoff auf resp. 4000° und 20000° erhitzt wurde und doch keine Aenderungen der Lage des Bandenspectrums eintraten. Die Temperaturen wurden auf calorimetrischem Wege bestimmt. — Es ist daher höchst unwahrscheinlich, dass obige Spectra den Rotationen der Molecüle zuzuschreiben sind. Vielleicht lässt sich darauf die häufig auftretende Erhellung des Grundes, von dem sich die Spectrallinien abheben, zurückführen.

Verbindungsspectra. Um demnach die Banden-

1) Lecoq will in der That die Spectra (Banden wie Linien) durch Rotationen der Molecüle um nicht näher bestimmte Centra erklären, die Bewegung soll dabei in elliptischen Bahnen erfolgen. Diese Centra sollen dann wieder um andere rotiren u. s. f. Durch Annahme mehrerer solcher Centren, durch nähere Bestimmung, ob die Bewegung in den verschiedenen Ellipsen in gleichem oder entgegengesetztem Sinne stattfindet, gelingt es ihm, die verschiedenen beobachteten Phänomene zu erklären; einen physikalischen, aus anderen bekannten Erscheinungen hergeleiteten Grund für die Annahme derartiger rotatorischer Bewegungen gibt er aber nicht.

spectra der Elemente und die ihnen ganz analog zusammengesetzten Spectren der Verbindungen zu erklären, nehmen wir an, sie werden durch die Schwingungen der Atome im Molecüle oder der Aetherhüllen in demselben hervorgerufen. Dass dabei die Spectra der Verbindungen so viel complicirter als die (Linienspectra) der freien Atome sind, kann uns nicht verwundern.

Vergleichen wir ferner die Spectra der unzersetzten Verbindungen mit den Bandenspectren, welche die sie zusammensetzenden Elemente besitzen, so finden wir, dass die Lage und Gruppirung der Linien, wie zu erwarten, in ersteren wesentlich von der in letzteren verschieden ist, denn es sind ja die die Schwingungen des Aethers in ihnen bedingenden Kräfte von wesentlich anderer Natur als in den aus Atomen desselben Elementes aufgebauten Molecülen. Sobald aber die Gruppirung der Atome in den Verbindungen eine ähnliche ist wie in den Molecülen der sie zusammensetzenden Elemente, so wird auch der Habitus der von beiden gegebenen Spectren derselbe sein, wenn auch nicht die einzelnen Linien in ihnen zusammenfallen; so ist es bei den Absorptionsspectren des Joddampfes, des Bromdampfes und des von Roscoe und Thorpe näher untersuchten Jodmonochloriddampfes. Ebenso müssen analog zusammengesetzte Verbindungen auch ähnliche Spectren liefern, wie z. B. die Haloïdverbindungen der Erdmetalle, des Quecksilbers u. s. f.

Gelingt es aber für die Bandenspectra der Elemente oder Verbindungen die Grundschwingungen zu bestimmen und sind die Bewegungen durch die zwischen den Atomen thätigen Kräfte bedingt, so müssen sich diese aus dem absoluten Gewicht der Atome und ihrem Abstand, die an der Hand der neueren Gastheorie jedenfalls bestimmbar sind, in absolutem und relativem Maasse bestimmen lassen. Andeutungen für solche Untersuchungen finden wir in den Verschiebungen, die nach Mitscherlich's und Lecoq de Boisbaudran's und anderer Beobachtungen bestimmte Liniengruppen beim Uebergang von einer Chlor- zu einer Brom-

und Jodverbindung erfahren. Aus den Wärmevorgängen bei der Bildung und Zersetzung der Verbindungen allein ist dies schon deshalb nicht möglich, weil selbst dann, wenn man die Elemente im Gaszustande aufeinander wirken lässt, die dabei auftretenden Wärmemengen noch von dem unbestimmbaren Trennungsvorgang der die Molecüle der Elemente bildenden Atome bedingt sind.

Dafür, dass wir die Bandenspectren den vereinten, die Linienspectren aber den bei höheren Temperaturen isolirten Atomen zuschreiben, lässt sich anführen, dass erstere bei Körpern, die chemischen Einwirkungen, also Zersetzungen, schwieriger unterworfen sind, unter gleichen Umständen leichter eintreten als bei weniger stabilen Körpern. Von G. Wiedemann ist nachgewiesen worden, dass durch eine electrische Entladung, die der Ausgleichung gleicher Potentialdifferenzen entspricht, gleiche Wärmemengen erzeugt werden, wenn dieselbe durch verschiedene Gase geht, die in demselben Capillarrohr sich befinden und unter gleichem Drucke stehen. Besitzen dann diese Gase, wie z. B. Wasserstoff und Stickstoff, selbst bis zu den Temperaturen, bei denen sie durch die Entladungen erhitzt werden, gleiche specifische Wärme und treten keine Disgregationen ein, so müssen auch die erzielten Temperaturen gleich sein. Nichtsdestoweniger zeigt der Stickstoff der chemisch stabiler ist, das Bandenspectrum, der Wasserstoff das Linienspectrum. Chlor, Brom, Jod, deren grosse Reactionsfähigkeit darauf hinweist, dass ihre Molecüle leicht zerfallen, zeigen fast stets die Linienspectra. Dass die verschiedenen Substanzen bei derselben Temperatur verschiedene Arten Spectren besitzen, könnte man auch daraus ableiten wollen, dass in derselben Geissler'schen Röhre, die Wasserstoff- und Stickstoff zugleich enthält, die Stickstoffbanden neben den Wasserstofflinien auftreten. Dieser letztere Schluss ist indess nicht unmittelbar richtig, da, wie wir später sehen werden, in einem Gasgemisch der Uebergang der Electricität von den Molecülen verschiedener Substanz verschieden leicht vermittelt wird.

In vollkommenem Einklange hiermit stehen die von Hrn. Wüllner erhaltenen Resultate, der fand, wenn er bei einem bestimmten Druck durch Gase Entladungen gehen liess, dass bald Linien-, bald Bandenspectren auftraten, je nachdem die Ausgleichung der Electricitäten als Büschellicht oder Funken erfolgte. Letztere erstrecken sich auf nur wenige, ersteres auf eine grosse Anzahl Theilchen. Da im allgemeinen bei jeder Entladung eines bestimmten Ansammlungsapparates von gleicher Ladung eine gleiche Electricitätsmenge übergeführt wird, so muss im Funken die Temperatur eine weit höhere sein, als im Büschel; bei der Funkenentladung ist daher auch ein Zerfallen der einzelnen Molecüle in ihre Theile weit wahrscheinlicher als bei der Büschelentladung.[1]) Dass übrigens nicht stets mit der Büschelentladung ein Banden-, mit der Funkenentladung ein Linienspectrum verbunden ist, beweist das Verhalten des Quecksilberdampfes. Bringt man in weite Röhren Quecksilber, erhitzt dasselbe und lässt die Entladung des Inductionsapparates hindurchgehen, so erfüllen die leuchtenden Quecksilbertheilchen die ganze Röhre und doch zeigt sich nur das Linienspectrum, ebenso verhält sich Natrium.

Abweichend von den eben entwickelten Anschauungen hat man vermuthet, dass die Verschiedenheiten zwischen den Banden- und Linienspectren durch blosse Druck- oder ihnen gleichwerthige Dickenänderungen der leuchtenden Gasschicht erklärt werden könnten. Diese Anschauung dürfte sich indess den Versuchen Lockyer's gegenüber kaum festhalten lassen. Letzterer brachte in eine 5 Fuss lange Glasröhre, durch die ein langsamer Wasserstoffstrom

1) Warum in gewissen hauptsächlich Linienspectra gebenden Gasen, wie Chlor, Brom, Jod, sich sehr viel leichter Funken- als Büschelentladungen ausbilden, darüber müssen noch weitere Versuche angestellt werden; wahrscheinlich ist zur Entladung in ihnen ein sehr viel höheres Potential erforderlich als bei den anderen Gasen, worauf vielleicht schon die so kleine Weglänge des Chlors deutet.

geleitet wurde, einige Stückchen Natrium, erhitzte das ganze Rohr zur Rothgluth und liess der Länge nach das Licht einer electrischen Lampe hindurchgehen, das dann mit dem Spectroskop untersucht wurde. Die Natriumdoppellinie erschien dunkel, aber nicht dicker als in einem kurzen Rohr unter den gleichen Bedingungen und weit dünner, als wenn die Dichte des Natriums nur wenig vergrössert wurde. — Was hier für den Natriumdampf nachgewiesen ist, dürfte in analoger Weise auch für die übrigen Gase, wie Stickstoff u. s. w. gelten. Der obige Versuch zeigt jedenfalls, dass Dicken- und Dichtenänderungen nicht parallel gestellt werden dürfen. Damit dies der Fall wäre, müsste, was doch höchst unwahrscheinlich ist, die Curve, welche die Abhängigkeit des Absorptionscoëfficienten von der Wellenlänge darstellt, ganz dieselbe sein, wie die Curve, welche die (durch die grössere Zahl der Zusammenstösse infolge der grösseren Dichte bedingte) Störung der Schwingungen der Aetherhüllen als Function der Zahl der Zusammenstösse wiedergibt, indem die Verbreiterung der Linien durch erstere Curve bei zunehmender Dicke, durch letztere bei zunehmender Dichte der absorbirenden Schicht bestimmt würde.

Weitere Versuche von Lockyer, Schuster u. a. lehren ausserdem, dass das Natrium sowie andere Metalldämpfe bei verschiedenen Temperaturen verschiedene Absorptionsspectra besitzen, ohne dass doch die Dicke der absorbirenden Schichten innerhalb sehr weiter Grenzen schwankte. Hieraus dürften sich auch die neuen Versuche von Liveing und Dewar erklären, die in einem verticalen, unten zum Weissglühen erhitzten Rohre, dessen Boden zugleich als Lichtquelle diente, Natrium verdampften, dann von oben ein Rohr mit Wasserstoff in verschiedene Tiefen einführten und Aenderungen des Spectrums beobachteten. Dadurch wurde einmal die Dicke der durchstrahlten Schicht geändert, andererseits besassen aber bei tieferem Einsenken des Rohres die äussersten absorbirenden Schich-

ten jedenfalls eine weit höhere Temperatur als bei weniger tiefem.[1])

Spectra der festen und flüssigen Körper. Lassen wir die Gase sich zu festen oder tropfbar flüssigen Körpern verdichten, so erfolgen die Schwingungen in den einzelnen Molecülen fast nie mehr ungestört, es treten in den Absorptionsspectren, auf deren Untersuchung wir hier fast ausschliesslich angewiesen sind, nur in ganz vereinzelten Fällen scharfe Absorptionsstreifen auf und zwar bei den Uransalzen, den Didymsalzen und den dem Chromoxydkaliumoxalat analog zusammengesetzten Substanzen. Letzteres zeigt im Absorptionsspectrum neben einer breiten Bande in orange und gelb eine ganz scharfe schwarze Linie im Roth. Die Absorption einzelner Strahlen oder Strahlengruppen entspricht Schwingungen der die Molecüle oder ihre näheren Bestandtheile zusammensetzenden Atome. Tritt daher eine Atomgruppe in verschiedene Verbindungen ein, so ruft sie im allgemeinen das ihr entsprechende Absorptionsspectrum hervor, (Nitroverbindungen, Chromate). Dasselbe kann aber durch die Gegenwart anderer mit in dem Molecül vorkommender Atome mehr oder weniger modificirt werden. So zeigen die sämmtlichen Didymsalze im grossen und ganzen dieselben Absorptionsspectra, die einzelnen Linien sind aber je nach der Natur der Säure

1) Es könnte auf den ersten Anblick erscheinen, als ob die Wirkung von Molecülen in einem Körper auf einen Lichtstrahl, der ihn durchsetzt, (wie sie bei der Dispersion, der Absorption, der Drehung der Polarisationsebene auftritt) nicht, wie es die Versuche lehren, der Zahl der wirkenden Molecüle in der Volumeneinheit, sondern der Zahl auf der Längeneinheit, also der dritten Wurzel aus der ersteren proportional ist. Wenden wir aber eine Methode an, analog derjenigen, wie sie zur Ermittelung der Zahl der Zusammenstösse eines Gasmolecüls in einem von anderen Molecülen erfüllten Raume dient, so sehen wir, dass die Schwingungen des Lichtäthers von allen den Molecülen beeinflusst werden, die in einem cylindrischen Raume gelegen sind, dessen Radius gleich dem Wirkungsradius eines Molecüles auf ein Aethertheilchen ist; die Zahl der in einem solchen Raume gelegenen Molecüle wächst aber proportional der Gesammtzahl der letzteren.

bald etwas nach dem Violett, bald etwas nach dem Roth verschoben. Auf die Atome des absorbirenden Theiles der Didymgruppe wird offenbar durch die Säure eine Anziehung ausgeübt, die sich nicht auf alle gleichmässig erstreckt, also nicht eine blosse Verrückung des Schwerpunktes des betreffenden Systems erzeugt. Es kann dann je nach der Lage des Säuremolecüles und der Stärke seiner Anziehung eine Vergrösserung oder Verminderung der Schwingungsdauer eintreten.

Dies ist jedoch nicht immer der Fall. So ergaben Versuche, die Hr. Pierce auf meine Veranlassung mit Chromoxydkalium, -natrium, -lithium, -silberoxalat angestellt hat, dass der scharfe Streif im Roth ganz unabhängig von der Natur des wechselnden Bestandtheiles, des Metalles, stets dieselbe Lage beibehält, selbst dann, wenn die Lösungen erhitzt werden; wir müssen also annehmen, dass die Einwirkung dieser Metalle auf die absorbirende Atomgruppe unmerklich ist.

Pleochroismus. In ähnlicher Weise dürfte sich der Pleochroismus erklären; die Schwingungen, die in den sich zu Krystallen in ganz bestimmter Weise zusammenlagernden Molecülen stattfinden, werden, jenachdem sie in einer oder der anderen Richtung erfolgen, in ganz verschiedener Weise von den Nachbarmolecülen beeinflusst; oder aber, es besitzen in den so geordneten Molecülen die nach verschiedenen Richtungen erfolgenden Bewegungen von vornherein verschiedene Grundschwingungen. Den Pleochroismus aus den Differenzen in der Dispersion der verschiedenen Strahlen ohne weiteres abzuleiten, ist wohl nicht statthaft, da nach den neueren Theorien die verschiedene Dispersion eben eine Folge der verschieden starken Absorption sein soll; ein Zusammenhang zwischen den beiden Grössen ist dagegen wohl zu erwarten.

Verschiebung der Spectren in Lösungen. Auf chemische Einflüsse möchte ich auch zum Theil wenigstens die Verschiebungen zurückführen, welche die Absorptionsstreifen verschiedener Stoffe je nach der Substanz, in der sie gelöst werden, erfahren, vor allem bei

den organischen Farbstoffen, deren so schnell eintretende Zersetzungen in Lösungen den chemischen Einfluss des Lösungsmittels anzeigen. Der Einfluss der Dispersion des Lösungsmittels dürfte zurücktreten, da z. B. Lösungen des mehrfach erwähnten Chromoxydkaliumoxalates in Wasser und Glycerin den Absorptionsstreifen an genau derselben Stelle des Spectrums zeigen, trotzdem die Dispersion dieser beiden Substanzen merklich von einander abweicht.

Die neuerdings mehrfach behandelte Frage nach der Verschiedenheit der Emissions- und Absorptionsspectra eines und desselben Stoffes unter verschiedenen Bedingungen (H. W. Vogel und J. Moser) scheint sich mir schliesslich, falls die obigen Betrachtungen richtig sind, in der Weise zu lösen, dass innerhalb der dem Einfluss ihrer Nachbarmolecüle entzogenen Molecüle einer jeden chemischen Verbindung ganz bestimmte Schwingungen stattfinden, die ganz bestimmte Spectra bedingen, dass aber, sobald diese Molecüle sich einander nähern, resp. in Flüssigkeiten oder festen Körpern complicirtere Molecüle (mehrfache Molecüle) bilden, oder endlich in Lösungen noch von den Wirkungen eines anderen Körpers beeinflusst werden, die Spectra ihr Aussehen verändern können. Dass zwei verschiedene Substanzen ganz identische Spectra geben, ist nur dann denkbar, wenn die zwischen den Atomen in ihren Molecülen wirkenden Kräfte identisch sind.

Es ist meine Absicht, die eben entwickelten Anschauungen, die eine grosse Zahl der bisher beobachteten Thatsachen recht gut erklären, an der Hand der Experimente zu prüfen und weiter zu verfolgen. Dazu ist aber vor allem nöthig, die Spectra unter ganz bestimmten Bedingungen der Temperatur und des Druckes zu untersuchen.

Das bequemste Hülfsmittel zur Erzeugung von hohen Temperaturen, wie sie zum Hervorrufen der Gasspectra nöthig sind, ist entschieden der electrische Funke; daher müssen die Temperaturen, die derselbe erzeugt, genau ermittelt und vor allem genau festgestellt werden, ob er

die Lichtphänomene allein durch eine Temperaturerhöhung hervorruft.

Um zunächst den letzten Punkt zu entscheiden, wurde untersucht, ob in Gemischen zweier Gase, durch die eine Entladung hindurchgeht, stets das Spectrum der beiden Stoffe oder nur eines derselben auftritt.

Spectra gemischter Gase.

Entladungen in Gemischen von Quecksilber- und Natriumdampf mit anderen Gasen.

In ein Geissler'sches, mit Wasserstoff gefülltes Rohr wurde etwas Quecksilber eingeschmolzen und das Rohr in einem Luftbade erhitzt, während zugleich der Strom eines Inductionsapparates hindurchging. Während man bei gewöhnlicher Temperatur das Wasserstoffspectrum erhielt, traten beim Erwärmen die Quecksilberlinien hinzu, diese wurden mit steigender Temperatur heller und heller, indem zugleich die Wasserstofflinien verschwanden, sowohl in den weiteren Theilen des Rohres als auch an den Electroden.[1])

Um diese Erscheinung genau zu untersuchen und sicher festzustellen, wurden mannigfache Versuche angestellt. Die verwendeten Röhren hatten entweder die gewöhnliche Form der Geissler'schen und bestanden aus einem mittleren capillaren Theile und zwei weiteren an den Enden, oder sie waren aus einem weiteren Rohre

1) Diese Methode der Erzeugung des Quecksilberspectrums dürfte bei optischen Untersuchungen von Werth sein, bei denen es nöthig ist, homogenes Licht von ganz bestimmter Wellenlänge zu besitzen. Während im Roth die Lithium- und Wasserstofflinien, dessen blaugrüne und violette Linie sich leicht abblenden lassen, im Gelb die Natriumlinie, im Blaugrün und Violett gleichfalls Wasserstofflinien zu Gebote stehen, ist homogenes grünes Licht wegen der grossen Flüchtigkeit des Thalliums nur schwierig zu erhalten. Das Quecksilberspectrum ist durch eine sehr schöne grüne Linie ausgezeichnet, von der die übrigen helleren Linien, eine gelbe doppelte und eine violette hinlänglich weit abstehen, um durch Blenden oder passend gefärbte Gläser fortgeschafft werden zu können.

durch Zusammenfallen des mittleren Theiles vor der Gebläseflamme hergestellt, oder aber sie bestanden aus einem überall gleichweiten Rohre von etwa 10 mm Durchmesser und 50 mm Länge. Endlich wurde auch die Form der (stets aus Platin gefertigten) Electroden verändert; es waren entweder beide Electroden kugelförmig (Durchmesser = 3 mm) oder es war die eine kugelförmig, die andere spitz oder beide spitz.

Zum Füllen und Auspumpen der Röhren waren zwei seitliche Ansätze angeschmolzen, von denen der eine unmittelbar nach dem Trocknen, etwa 1 cm von der Wand des Rohres zugeschmolzen wurde, während der andere mit der Luftpumpe verbunden wurde. Auch dieser wurde, nachdem in dem Rohre der beabsichtigte Druck erzeugt war, in einer Länge von 2 bis 3 cm abgeschmolzen. Sollten noch bei einem anderen Drucke, als dem zuerst benutzten, Messungen angestellt werden, so wurde die Spitze abgebrochen, die Röhre ausgepumpt und von neuem zugeschmolzen u. s. f. Bei einiger Sorgfalt konnte so dasselbe Rohr drei bis vier Mal nacheinander benutzt werden.

Die Röhren wurden dann horizontal in einem eisernen, 16 cm hohen, 11 cm breiten und 14 cm langen Luftbade mittelst Glasröhren, die durch die beiden Seitenwände desselben gingen, isolirt befestigt. Die Vor- und Rückwand des Bades war aus Glimmerplatten gebildet, eine ebensolche diente als Deckel. Die Erwärmung geschah durch untergesetzte Gasbrenner. Der Verlauf der Erscheinungen wurde sowohl beim Erwärmen als auch namentlich beim Abkühlen untersucht. Die Temperaturen wurden durch ein gewöhnliches, unmittelbar an das Geissler'sche Rohr angelegtes Thermometer gemessen.

Zur Untersuchung der Spectra diente entweder ein Bunsen'scher Spectralapparat oder ein geradsichtiges Browning'sches Spectroskop. Bei ersterem war an Stelle des Fadenkreuzes im Beobachtungsfernrohre ein Spaltdiaphragma angebracht, um bestimmte Theile des Spectrums abzublenden.

Als Electricitätsquelle diente meist ein Ruhmkorff'scher Inductionsapparat mittlerer Grösse, dessen primärer Strom durch 3 oder 4 Bunsen'sche Elemente geliefert wurde; doch wurde auch ein kleiner Inductionsapparat oder die Holtz'sche Electrisirmaschine benutzt. In allen Fällen zeigte sich dasselbe Phänomen. Bei einer nicht allzu hohen, schon zwischen 100° und 200° gelegenen Temperatur trat ein Verschwinden der Linien ein, die dem, neben dem Quecksilber in dem Geissler'schen Rohre enthaltenen Gase entsprechen. Zugleich war ein deutlicher Unterschied an beiden Electroden zu beobachten. Wenn bei langsamem Erwärmen bereits an der positiven Electrode, sowie in dem ganzen von ihr ausgehenden Lichtbündel nur noch Quecksilberlinien zu sehen waren, so zeigten sich an der negativen noch deutlich Wasserstoff- und Stickstofflinien, die bei höheren Temperaturen, wo grössere Quecksilbermengen im Gasraume vorhanden waren, ebenfalls verschwanden.

Das beste Bild von dem Gange der Erscheinung wird die im Folgenden mitgetheilte Versuchsreihe geben. Die Röhre war überall gleich weit, die Electroden kugelförmig; als Electricitätsquelle diente der grosse Inductionsapparat. Der Druck der eingeschlossenen Luft betrug etwa 10 mm. Das Rohr wurde zunächst auf 240° erhitzt und dann langsam abkühlen gelassen.

Ueber 240° sind überall, sowohl in der Mitte des Rohres als auch an den Electroden, nur die Quecksilberlinien zu sehen. Die Entladung geht als zickzackförmige Lichtlinie von dem vorderen Ende der positiven Kugel aus und umspült die negative, ohne dass ein dunkler Raum dazwischen zu bemerken ist. An dem Drahte, an dem die negative Kugel befestigt war, ist kein Licht zu sehen.

Zwischen 230° und 210° beginnen bereits an der negativen Electrode, neben den Quecksilberlinien, die Stickstofflinien sich zu zeigen; zugleich entwickelt sich der dunkle Raum, der Draht der negativen Electrode wird hell und die positive Entladung verbreitert sich zu einem Lichtbündel. Bei 160° sind an der negativen Electrode die

grünen Stickstofflinien deutlich zu sehen, die Quecksilberlinien werden lichtschwächer. Bei 130° sind die Quecksilberlinien an der negativen Electrode dunkler als im positiven Lichtkegel. Erst bei 100° zeigen sich im Lichtbündel und am positiven Pole Spuren der Stickstofflinien, die dann bei weiterem Sinken der Temperatur mehr und mehr hervortreten.

Dieselben Phänomene zeigten sich bei Drucken von 30 mm, 60 mm und 100 mm; die Stickstofflinien traten dann im positiven Lichtbündel bei Temperaturen zwischen 100° und 140° auf. Ueber 230° waren überall nur Quecksilberlinien zu sehen.

Bei einem anderen Versuche wurde in ein mit Wasserstoff gefülltes Geissler'sches Rohr etwas Quecksilber gebracht. Vor der Erhitzung zeigte es in dem capillaren Theile deutlich die Wasserstofflinien. Beim Erhitzen verschwanden dieselben und traten beim Abkühlen nicht wieder hervor. Auch dann, wenn man den Strom eine Zeitlang unterbrach, zeigten sie sich nur im ersten Moment nach der Schliessung. Es hatten sich bei dem ersten Erhitzen und Abkühlen wahrscheinlich in dem Capillarrohre Spuren von Quecksilber niedergeschlagen. Der electrische Funke erhitzte dann bei seinem Hindurchgehen die Glaswand so stark, dass dieselben verdunsteten. Erst als das ganze Rohr in ein Gemisch von Eis und Salz gelegt und dadurch die Glaswandung stark abgekühlt war, so dass die darauf niedergeschlagene gelbliche Quecksilber-(oxyd?)schicht nicht mehr genug Quecksilberdampf lieferte, erschienen die Wasserstofflinien wieder.

Um zu untersuchen, ob andere metallische Dämpfe dieselben Eigenschaften besitzen, wie sie der Quecksilberdampf zeigt, wurde etwas Natrium mit Wasserstoff oder Stickstoff eingeschlossen. Auch hier trat beim Erhitzen ein Verschwinden der Stickstoff- und Wasserstofflinien ein, das am positiven Pole früher als am negativen begann. Bei Temperaturen, bei denen das Glas anfing weich zu werden, blieben nur noch die gelben, grünen und blauen

Doppellinien des Natriums sichtbar. Dass bei diesen Versuchen das geschmolzene Natrium sich nicht etwa mit dem vorhandenen Stickstoff chemisch verbindet und dadurch das Verschwinden der Stickstofflinien bedingt war, liess sich daraus erkennen, dass, abweichend von den Versuchen von Salet, nach dem Abkühlen die Wasserstoff- und Stickstofflinien wieder auftraten.

Erhitzt man entsprechend eine Spectralröhre voll Stickstoff und Wasserstoff an einer Stelle weit unter Rothgluth, so verdampfen daselbst sehr geringe Spuren von Natrium und anderen Metallen aus dem Glase und es verschwinden dort ebenfalls die Wasserstoff- und Stickstofflinien fast vollständig neben den auftretenden Metalllinien. Aehnliche Wirkungen könnten sehr heisse Funkenentladungen selbst ausüben. Man kann hieraus indess nicht schliessen, dass etwa der Wasserstoff selbst verschwindet oder in einen Stoff von anderer Natur übergeht.

Die oben beschriebenen Erscheinungen könnten von mehreren Ursachen herrühren. 1) Das verdampfende Quecksilber könnte die anderen Gase aus den heisseren Theilen des Rohres nach kälteren drängen, so dass sein Dampf allein sich auf der Funkenstrecke befände; 2) die Erscheinungen beruhen auf Temperaturunterschieden, die bei der Entladung durch mit Quecksilber gemischte Gase und reine Gase im Funken selbst auftreten; 3) sie sind dadurch bedingt, dass, sobald irgend zwei Gase gemischt sind, stets nur das eine zum Leuchten gebracht wird; 4) es werden Quecksilbertheilchen von den Electroden losgerissen und führen in disruptiven Entladungen die Electricität über; 5) es verhält sich das Quecksilber der Electricität gegenüber wesentlich anders als Wasserstoff und Stickstoff.

Um die erste Annahme zu prüfen, wurden an Stelle der horizontal gelegten Geissler'schen Röhren vertical gestellte angewandt; es hätten dann, wenn diese Annahme richtig gewesen, die oberen und unteren Theile sich wesentlich verschieden verhalten müssen, was aber nicht der Fall war. Ein weiteres Argument gegen diese An-

nahme ist, dass in überall gleichweiten Röhren die Erscheinungen sich eben so gut zeigen, wie in solchen mit einem capillaren Mittelstück.

Dass zweitens nicht Temperaturverschiedenheiten im Funken selbst das Verschwinden bedingen, folgt daraus, dass sie bei Anwendung der verschiedensten Electricitätquellen, die ganz verschieden heisse Entladungen hervorrufen, in gleicher Weise auftreten, das sie auch unabhängig von der Natur der Electroden, sowie dass sie sich sowohl in den weiten als auch den engen Theilen der Geissler'schen Röhren zeigen, in denen die Temperaturen beträchtlich verschieden sind. Betrachtet man weiter die in einer Geissler'schen Röhre stattfindenden Entladungen einer Holtz'schen Maschine im rotirenden Spiegel, so sind die Abstände derselben nach dem Erhitzen, wenn die Quecksilberlinien sich zeigen, nicht wesentlich andere als bei gewöhnlicher Temperatur, sobald nur während des Versuches der Druck sich nicht in dem Geissler'schen Rohre änderte, was durch stete Verbindung mit der Luftpumpe leicht zu erreichen war. Da die Abstände sich nicht ändern, so gehen in gleichen Zeiten gleiche Electricitätsmengen über, die Temperaturen der glühenden Gastheilchen werden nicht sehr verschieden sein.

Um drittens festzustellen, dass nicht durch das Hinzutreten beträchtlicher Mengen irgend eines beliebigen Gases oder Dampfes zum Stickstoff beim Hindurchgehen des electrischen Funkens das Auftreten des ihm eigenen Spectrums verhindert werde, wurde in einer der Röhren von mittlerer Weite mit Spitzen als Electroden etwas Jod eingeschmolzen; der Druck des Stickstoffs betrug etwa 10 mm. Selbst wenn man bis zu 220° erhitzte, war neben dem Jodspectrum noch deutlich das Stickstoffspectrum zu sehen, freilich durchzogen von einer Reihe von dunklen, von Joddampf herrührenden Absorptionslinien. Da der Joddampf die ganze Röhre erfüllte, so musste das Licht, welches von dem nur in der Mitte derselben erglühenden Gase ausgesandt wurde, eine beträchtliche Schicht desselben passiren. Bei 220° ist jedenfalls bei derselben Temperatur die Tension

des Jods bereits weit grösser als die des Quecksilbers, da ersteres schon bei 180° siedet, die Spannkräfte des letzteren aber ungemein klein sind, (bei 100° nach Regnault 0,146 mm, bei 140° 3,059 und bei 200° 19,19). In den Quecksilberröhren verschwanden trotzdem die Stickstofflinien sogar noch bei Drucken des Stickstoffs von 100 mm bei 140° an der positiven Electrode.[1])

Dass viertens nicht etwa eine disruptive Fortführung von Quecksilber, das sich auf den Electroden niedergeschlagen hat, die Erscheinung bedingen kann, lehrt einmal der Versuch, p. 520, dann aber auch Beobachtungen, die mit Glasröhren ohne innere Electroden angestellt wurden, bei denen die Enden nur äusserlich mit Stanniol bekleidet waren, und wo nichts destoweniger das Verschwinden der Stickstofflinien bei Verbindung der Belegungen mit den Electricitätsquellen eintrat.

Es muss also wohl dem Quecksilber ein Verhalten gegenüber der Electricität zugeschrieben werden, das von dem des Wasserstoffs und Stickstoffs abweicht. Wir könnten annehmen, dass an den Entladungen die Quecksilbermolecüle allein theilnehmen, oder dass diese sich in überwiegendem Maasse mit Electriciät laden.

In dem mit Wasserstoff gemischten Quecksilberdampf würde die Entladung vielleicht in der Weise vor sich gehen, dass an den Electroden eine Anhäufung von Electricität eintritt und diese sich auf die Molecüle des umgebenden Gases vertheilt. Es werden aber die Molecüle des Quecksilbers sich stärker laden als die des Wasserstoff und durch jene wird hauptsächlich die Entladung vermittelt werden, indem sie bei ihrem Zusammentreffen mit anderen Quecksilber- und Stickstoffmolecülen auch wieder vorzüglich an die ersteren die Electricität abgeben. Der Uebergang der Electricität bedingt aber die Lichterscheinungen, daher treten nur Quecksilberlinien auf.

Da ferner die Electroden sich nicht gleich verhalten,

1) Auch Gemische von Wasserstoff und Stickstoff zeigen stets die Spectra beider Gase.

sondern an der negativen die Stickstofflinien weit länger als an der positiven zu sehen sind, so könnten wir etwa annehmen, dass das Quecksilber sich leichter mit der positiven Electricität ladet als mit der negativen; also auf die positive eine stärkere Anziehung ausübt, als auf die negative. (Ueber das verschiedene Verhalten der positiven und negativen Electricität vgl. auch G. Wiedemann und R. Rühlmann).

Wenn diese Versuche zeigen, dass die Ueberführung der Electricität von einem Theilchen zum anderen bei verschiedenen Substanzen in verschiedener Weise erfolgt und dass durch den electrischen Funken unabhängig von der Gesammttemperatur des Gemisches nur gewisse Theilchen zum Leuchten kommen, so dürfte auch noch in Betracht zu ziehen sein, dass der Uebergang der Electricität von Atom zu Atom, von Molecül zu Molecül oscillatorische Bewegungen ihrer Aetherhüllen hervorrufen kann, ohne doch, wie es nach der Gastheorie erforderlich wäre, in entsprechendem Maasse die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung aller Theilchen zu vergrössern. Eine Analogie hierfür finden wir auch in der Vergrösserung der inneren Bewegung im Molecül ohne entsprechende Steigerung der oscillatorischen Bewegung des Ganzen beim Durchgang dunkler Entladungen durch verschiedene Gase, wobei letztere Zersetzungen erleiden, die sonst erst durch sehr bedeutende Temperatursteigerungen hervorgerufen werden. Aehnlich wird bei den Erscheinungen der Fluorescenz durch die auffallenden Aetherschwingungen die lebendige Kraft der translatorischen Bewegungen für gewisse Schwingungen in einer Weise vergrössert, wie sie erst einer directen Vergrösserung der fortschreitenden Bewegung durch eine Erhitzung auf 500 und mehr Grade entspricht.

Um diese Annahme zu prüfen, habe ich bereits eine Reihe von Versuchen begonnen, bei denen die Temperaturen der Entladungen in Geissler'schen Röhren unter verschiedenen Bedingungen bestimmt werden.

Leipzig im August 1878.

V. *Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren;* *von D. J. Korteweg.*

Lehrer der H. Bürgerschule zu Breda (Holland).

Wenn der Schall sich in einem luftförmigen oder flüssigen Medium fortpflanzt, welches in einer elastischen Röhre eingeschlossen ist, deren Wände eine der des Mediums vergleichbare Elasticität besitzen, so erleidet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine Verringerung, so z. B. wenn Luft in dünnwandigen Kautschukröhren oder Wasser in Metallröhren den Schall fortleitet. Im Jahre 1825 hat schon Savart[1]) und später Liscovius[2]) diesen Einfluss in Orgelpfeifen mit viereckigem Durchschnitt wahrgenommen und untersucht, wo eine oder mehrere der Seitenwände aus elastischen Membranen bestanden. Cagniard de la Tour[3]) hat im Jahre 1835 versucht Flüssigkeiten in langen Glasröhren in Schwingung zu versetzen und den Ton wahrzunehmen; Wertheim[4]) hat im J. 1848 seine bekannten Versuche mit untergetauchten Orgelpfeifen angestellt; Kundt und Lehmann[5]) und Dvořák[6]) haben in jüngster Zeit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in schwingenden Wassersäulen in Glasröhren von verschiedenem Durchmesser und verschiedener Wanddicke durch Messung der Tonhöhe und Wellenlänge (mit Beihülfe der Kundt'schen Staubfiguren) bestimmt.

Bekanntlich fand Wertheim für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Wasser mit seinen unter-

1) Ann. de chim. et phys. (1.) XXX. XXXII.

2) Pogg. Ann. LVII. p. 497.

3) Ann. de chim. et phys. LVI. Vgl. auch Dvořák, Wien. Ber. LXXI. p. 315. 1875.

4) Pogg. Ann. LXXVII p. 427.

5) Pogg. Ann. CLIII. p. 1.

6) Pogg. Ann. CLIV. p. 156.

getauchten Orgelpfeifen nur 1170 m und nicht, wie aus directen Versuchen und dem Compressibilitätscoëfficienten abgeleitet wurde, 1450 m, und glaubte diesen Unterschied durch die Hypothese erklären zu müssen, die Flüssigkeitssäule schwinge wie ein Stab aus festem Stoffe. Nachdem schon im J. 1848 Helmholtz[1]) gegen dieselbe Einspruch erhoben hat, ist sie jetzt durch die Versuche von Kundt und Dvořák experimentell widerlegt.

Es schien mir, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einer mit einem flüssigen elastischen Medium gefüllten elastischen Röhre sehr wohl zu berechnen sei, und die Ergebnisse dieser Berechnung sind es, die ich mir untenstehend mitzutheilen erlaube.

Ist R_1 der Radius der Röhre, a_1 deren Wanddicke, E_1 der Elasticitätscoëfficient der Röhrenwand, E der der Flüssigkeit, ϱ die specifische Masse der Flüssigkeit, ϱ_1 die der Röhrenwand, so muss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, solange wenigstens Reibung und Wärmeleitung vernachlässigt werden können, ausschliesslich von diesen Elementen bedingt sein. Wir nehmen nun vorläufig an, dass irgend ein zwischen zweien auf der Röhrenaxe senkrechten Ebenen eingeschlossenes Flüssigkeitsscheibchen während des Vorbeischreitens der Schallwelle zwar breiter und schmaler wird, (da die Röhrenwand nachgibt) aber durch Ebenen begrenzt bleibt. Weiter nehmen wir an, dass die Wellenlänge gross genug ist, um bei den in der Röhrenwand entstehenden Spannungen nur auf die Ausdehnung oder Eindrückung des ringförmigen Durchschnittes senkrecht auf die Axe achten zu müssen.

Ist die Entfernung eines Flüssigkeitstheilchens im Gleichgewicht, also vor dem Durchgang der Welle, von irgend einer senkrecht zur Röhrenaxe liegenden Ebene gleich x, der Druck daselbst w und der Radius des Rohres R_1, und ändern sich diese Werthe während des Durchganges der Welle zur Zeit t um u_1, p_1, r_1, so sind u_1, p_1 und r_1 drei von x und t abhängige Functionen, und es

1) Fortschr. d. Physik. 1848.

handelt sich zunächst darum, die zwischen diesen Functionen waltenden Beziehungen zu suchen.

Wir vergleichen dazu fürs erste das Volumen eines Scheibchens im Gleichgewichtszustande und während der Wellenbewegung. Gesetzt, die Vorderfläche läge anfangs in einer Entfernung x und die Hinterfläche in einer Entfernung $x + \xi$, so ist das ursprüngliche Volumen:

$$v = R_1^2 . \xi . \pi. \tag{1}$$

In einem gegebenen Moment der Wellenbewegung liegt dagegen die Vorderfläche in einer Entfernung $x + u_1$, die Hinterfläche in einem Abstand $x + u_1 + \xi + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right) . \xi$, die Dicke des Scheibchens beträgt jetzt $\xi \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x}\right)$ und das neue Volumen, da auch R_1 zu $R_1 + r_1$ geworden:

$$v + \Delta v = (R_1 + r_1)^2 . \pi . \xi \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x}\right), \tag{2}$$

oder, wenn man $\frac{r_1}{R_1}$ und $\frac{\partial u_1}{\partial x}$ als kleine Grössen betrachten darf, deren Producte und Quadrate vernachlässigt werden:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{2 r_1}{R_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x}. \tag{3}$$

Nach der Definition des Elasticitätscoëfficienten ist jedoch:

$$p_1 = - \frac{E \Delta v}{v}, \tag{4}$$

demnach findet man die Beziehung:

$$\frac{p_1}{E} + \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{2 r_1}{R_1} = 0. \tag{I}$$

Zweitens berechnen wir die Beschleunigung, die das Scheibchen vermöge des Druckunterschiedes auf Vorder- und Hinterfläche erhält. Die Drucke auf diese Flächen sind resp.:

$$w + p_1 \quad \text{und} \quad w + p_1 + \left(\frac{\partial p_1}{\partial x}\right) \xi,$$

auf die Flächeneinheit kommt also eine treibende Kraft

$\left(\frac{\partial p_1}{\partial x}\right)\xi$; die Masse aber beträgt auf die Flächeneinheit $\varrho\xi$, demnach ist die Beschleunigung:

$$\text{(II)} \qquad \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -\frac{\left(\frac{\partial p_1}{\partial x}\right)}{\varrho}.$$

Drittens betrachten wir die Röhrenwand. Diese ist ausgedehnt im Verhältnisse $1 : 1 + \frac{R_1}{r_1}$; auf die Quadrateinheit kommt also eine Spannungszunahme: $\frac{E_1 r_1}{R_1}$, wobei wir noch näher auf die Bedeutung zurückkommen werden, die hier dem Elasticitätscoëfficienten E_1 zuerkannt werden muss.

In dem dem Flüssigkeitsscheibchen von der Dicke ξ entsprechenden Ringe der Röhrenwand beträgt die gesammte Zunahme der beiden Kräfte, die sich an diametral gegenüberliegenden Stellen entwickeln und zwei beliebige Hälften des Röhrenwandringes zusammenhalten:

$$\frac{2 E_1 r_1 a_1 \xi}{R_1}$$

und diese Zunahme ist im Stande Gleichgewicht zu halten gegen einen Ueberdruck q_1 der Flüssigkeit, falls:

$$\text{(5)} \qquad 2 R_1 q_1 \xi = \frac{2 E_1 r_1 a_1 \xi}{R_1} \quad \text{oder} \quad q_1 = \frac{E_1 a_1 r_1}{R_1^2}.$$

Nun beträgt jedoch die Zunahme des Flüssigkeitsdruckes nicht q_1, sondern p_1, es bleibt also eine Kraft $p_1 - q_1$ pro Flächeneinheit übrig, die die Bewegung des elastischen Ringes beschleunigt. Die Masse dieses Ringes beträgt pro Flächeneinheit $a_1 \varrho_1$, also ist die Beschleunigung:

$$\text{(IIIa)} \qquad \frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} = \frac{p_1 - q_1}{a_1 \varrho_1} = \frac{p_1 - \frac{E_1 a_1 r_1}{R_1^2}}{a_1 \varrho_1}.$$

Wir werden auf diese allgemeinere Formel zurückkommen, können aber in vielen Fällen, namentlich bei grösseren Wellenlängen die Trägheit der Röhrenwand vernachlässigen. Dann ist $q_1 = p_1$ und es wird einfach:

$$\text{(IIIb)} \qquad p_1 = \frac{E_1 a_1 r_1}{R_1^2}.$$

Mit Hülfe der Beziehungen (I), II) und (IIIb) können wir jetzt zwei der drei Functionen u_1, p_1, r_1 etwa p_1 und r_1 eliminiren.

Wir differenziren (I) partiell nach x, so ist:

$$\frac{1}{E}\cdot\frac{\partial p_1}{\partial x}+\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}+\frac{2}{R_1}\cdot\frac{\partial r_1}{\partial x}=0, \tag{6}$$

aus (II) ergibt sich aber:

$$\frac{\partial p_1}{\partial x}=-\varrho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}$$

und aus (IIIb) durch partielle Differentiation nach x:

$$\frac{\partial r_1}{\partial x}=\frac{R_1^2}{E_1 a_1}\cdot\frac{\partial p_1}{\partial x}=-\frac{\varrho R_1^2}{E_1 a_1}\cdot\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}.$$

Man findet durch Substitution in (6):

$$\frac{\partial u_1}{\partial x^2}-\left(\frac{\varrho}{E}+\frac{2\varrho R_1}{E_1 a_1}\right)\cdot\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}=0. \tag{A}$$

Diese Formel gilt in allen Fällen, wie z. B. bei sehr grossen Wellenlängen, wo die lebendige Kraft der transversalen Bewegungen der Flüssigkeit und der Röhrenwand gegen die der longitudinalen Bewegung der Flüssigkeit zu vernachlässigen sei.

Die Beziehung (A), welche gilt, wenn sowohl Flüssigkeit als Röhrenwand elastisch sind, muss als besondere Fälle diejenigen enthalten, wo entweder nur die Flüssigkeit oder nur die Röhre als elastisch zu betrachten ist.

Der erste Fall, nur die Flüssigkeit elastisch, führt auf die gewöhnliche Gleichung für Schallbewegungen zurück. In diesem Falle ist $E_1=\infty$ und die Formel (A) wird dann:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}-\frac{\varrho}{E}\cdot\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}=0. \tag{7}$$

Sie stellt eine Wellenbewegung im flüssigen Medium vor, die sich mit der Geschwindigkeit fortpflanzt:

$$\alpha=\sqrt{\frac{E}{\varrho}}. \tag{8}$$

Im zweiten Falle, nur die Röhrenwand elastisch, die Flüssigkeit dagegen incompressibel, der bei tropfbaren

Flüssigkeiten in sehr elastischen Röhren auftritt, z. B. beim gewöhnlichen thierischen Pulse, oder bei mit Wasser gefüllten Kautschukröhren, ist $E = \infty$, also:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{2\varrho R_1}{E_1 a_1} \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0, \tag{9}$$

was eine Wellenbewegung vorstellt, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit beträgt:

$$\beta = \sqrt{\frac{a_1 E_1}{2\varrho R_1}}. \tag{10}$$

Weber[1]), Volkmann, Donders[2]), Ludwig, Rive, Marey[3]) haben durch Versuche mit Kautschukröhren die genaue Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Pulswellen zu bestimmen gesucht. Es ist ihnen dies nur theilweise gelungen. Résal[4]) berechnete, angeregt durch Marey's Untersuchungen, mathematisch die Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und fand wirklich die Formel (9). Moens[5]) fand, unbekannt mit der Résal'schen Formel, durch scharfsinnige Combination von Theorie und Experiment eine Formel, die nur dadurch von der Résal'schen abweicht, dass sie für den, hier experimentell bestimmten Coëfficienten entweder 0,9 oder 1,03 ergibt, jenachdem man eine kleine Aenderung in Moens' Untersuchung annimmt oder nicht, während dieselbe nach der Résal'schen Formel gleich der Einheit sein muss. Die Weise dagegen, wie die Geschwindigkeit von a_1, E_1 ϱ und R_1 abhängt, wird experimentell ganz so gefunden, wie die Résal'sche Formel angibt. Diese Formel kann also theoretisch und experimentell als feststehend betrachtet werden; nämlich unter folgenden Bedingungen:

1) dass die Wellenlänge gegen den Röhrendurchmesser sehr gross ist, 2) dass die lebendige Kraft der transversalen Bewegungen gegen die der longitudinalen zu ver-

1) Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 1850.
2) Phys. d. Menschen. 1859. p. 79.
3) Travaux du laboratoire de M. Marey. 1875.
4) Journal de Math. de Liouville. 1876. II. p. 344.
5) Die Pulscurve von Dr. A. Isebree Moens, Leiden, Brill 1878.

nachlässigen ist, 3) dass der Elasticitätscoëfficient unabhängig ist von der Grösse der Belastung (was beim thierischen Pulse nicht, wohl aber bei Pulsbewegungen in Kautschukröhren der Fall ist), 4) dass die Flüssigkeit als incompressibel betrachtet wird, 5) dass die durch die Biegung der Röhrenwand erzeugten Längstensionen vernachlässigt werden dürfen.

Betrachten wir endlich den allgemeinen Fall, der bei den Versuchen von Wertheim, Kundt und Dvořák vorliegt, dass nämlich weder E noch E_1 als unendlich gross betrachtet werden können, so kann man die Gleichung (A) nach Einführung der soeben berechneten Geschwindigkeiten α und β in die Form bringen:

$$\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}\right)\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}=0. \tag{11}$$

Es liegt also eine Wellenbewegung vor, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_p an die Beziehung gebunden ist:

$$\frac{1}{V_p^2}=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}. \tag{12}$$

„Das Quadrat des reciproken Werthes der Geschwindigkeit, womit Wellen sich in einer mit elastischer Flüssigkeit gefüllten elastischen Röhre fortpflanzen, ist also gleich der Summe der Quadrate der reciproken Werthe der Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit bei incompressibeln Wänden und der Pulswelle in der Röhre, wenn die Flüssigkeit als incompressibel betrachtet wird."

Man hat demnach:

$$V_p=\frac{\alpha\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}=\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{\beta^2}}}=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\frac{2ER_1}{a_1E_1}}}, \tag{13}$$

oder auch:

$$\alpha=\sqrt{1+\frac{2ER_1}{a_1E_1}}\cdot V_p. \tag{14}$$

So dass man also:

$$\sqrt{1+\frac{2ER_1}{a_1E_1}} \tag{15}$$

bei den Versuchen von Wertheim, Dvořák und Kundt als den Correctionscoëfficienten für den Einfluss der

Wände zu betrachten hat, womit die in der Röhre wahrgenommene Fortpflanzungsgeschwindigkeit multiplicirt werden muss, um die wahre Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem ungehemmt ausgedehnten Medium zu finden.

Wir haben die genaue Bedeutung von E_1 noch nicht angegeben, wodurch es ungewiss wird, ob für R_1 der innere oder äussere Radius der Röhre gesetzt werden muss. Nehmen wir an, dass in der Röhre keine Längstensionen entstehen, so hält es nicht schwer, mit Beihülfe der Elasticitätstheorie die Dicke a_1 der Röhre bei der Berechnung von E_1 zu berücksichtigen. Sei E'_1 der gewöhnliche Elasticitätscoëfficient der Röhrenwand, welcher also auch beim Ausdehnen eines Stabes aus demselben Stoffe auftritt, so ist:

$$E_1 = E'_1 \left\{1 - \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right) \frac{a_1}{2R_1}\right\}, \tag{16}$$

worin λ und μ die beiden bekannten Hülfsgrössen der Elasticitätstheorie vorstellen.

Nach Poisson's Hypothese ist $\lambda = \mu$ (17), nach Wertheim $\lambda = 2\mu$ (18), was jedenfalls der Wahrheit näher ist. Nehmen wir das Wertheim'sche Verhältniss an, so ist demnach:

$$E_1 = E'_1 \left(1 - \frac{5a_1}{6R_1}\right), \tag{19}$$

also:

$$\alpha = V_p \cdot \sqrt{1 + \frac{2ER_1}{a_1 \cdot E'_1 \cdot \left(1 - \frac{5a_1}{6R_1}\right)}}. \tag{20}$$

Ist nun $\frac{a_1}{R_1}$ ein kleiner Bruch, so darf man mit hinreichender Genauigkeit setzen:

$$\alpha = V_p \sqrt{1 + \frac{2ER_1}{a_1 E'_1}\left(1 + \frac{5a_1}{6R_1}\right)} = V_p \sqrt{1 + \frac{E(2R_1 + 1\frac{1}{3}a_1)}{a_1 E'_1}}. \tag{21}$$

Diese Formel schlagen wir also zur Berechnung der Correction für das Nachgeben der Wand bei Schallschwingungen in cylindrischen Röhren vor, die in Bezug auf das

flüssige Medium nicht als vollkommen unelastisch betrachtet werden können. In der Regel wird aber schon die Formel (14) genügen, wenn man in Betracht nimmt, dass die Experimente nichts weniger als genau sind.

Uebrigens ist auch die Formel (21) nicht vollkommen richtig, da angenommen wird, dass keine Längstensionen stattfinden. Da indess die Röhrenwand unter erhöhtem Drucke steht, so verkürzt sich die Röhre, indem sich ihr Radius vergrössert. Die relative Verkürzung ist der $\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}^{te}$ Theil der relativen Zunahme des Radius, also:

(22) $$\frac{l}{L} = -\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)} \cdot \frac{r_1}{R_1},$$

oder nach Poisson ein Viertel, nach Wertheim ein Drittel.

Diese periodische Verkürzung und Verlängerung der Röhrentheile wird aber je nach der Befestigungsweise der Röhre mehr oder weniger beeinträchtigt sein können, und jedenfalls wird sich ihr die Trägheit der Röhre entgegenstellen. Dadurch werden also Längstensionen entstehen. Es würde schwieirg sein diese für ein bestimmtes Experiment mit in Rechnung zu ziehen. Im äussersten Falle, wo jede Verschiebung eines Röhrentheiles vollkommen unmöglich wäre, ergibt die Elasticitätstheorie:

(23) $$E_1 = \left\{1 + \frac{\lambda^2}{(3\lambda+2\mu)(\lambda+2\mu)}\right\} . E'_1 . \left(1 - \frac{3\lambda+2\mu}{2(\lambda+2\mu)} \cdot \frac{a_1}{R_1}\right)$$

oder nach Poisson: $$E_1 = 1\frac{1}{15} . E'_1 . \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{a_1}{R_1}\right), \qquad (24)$$

nach Wertheim: $$E_1 = 1\frac{1}{8} . E'_1 \left(1 - \frac{a_1}{R_1}\right). \qquad (25)$$

Es ist nicht unsere Absicht, die bisher angestellten Versuche einer eingehenden Kritik zu unterziehen. Wir sind der Meinung, dass es neuer Experimente mit sehr verschiedenen Röhrenradien und Wanddicken bedarf, um zu untersuchen, in wiefern die Formel von den beobachteten Erscheinungen

gehörige Rechenschaft gibt, weil wahrscheinlich die Abweichungen von unserer Formel, die allerdings beträchtlich, aber sehr unregelmässig sind, den Beobachtungsfehlern zuzuschreiben sind. Die häufige Uebereinstimmung darf um so weniger für zufällig gehalten werden, da unsere Formel keinen aus den Versuchen entnommenen Coëfficienten enthält. Auch dürften ausser jener Correction noch andere Correctionen zufolge von Reibung oder von Longitudinalschwingungen der Röhre angebracht werden müssen. — Die gegen die Wertheim'schen Versuche mit Orgelpfeifen in Luft zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von Kundt[1]) erhobenen Bedenken gelten in viel höherem Maasse von den in Wasser getauchten Orgelpfeifen.

Wertheim benutzte drei Röhren, A, B, C von Messing von resp. 4, 2, 1 cm Durchmesser und 0,2, 0,3 und 0,1 Wanddicke; und eine D von Glas von 2 cm Durchmesser und 0,1 cm Wanddicke.

Die dazu gehörigen Correctionscoëfficienten, nach Gleichung (2) berechnet, sind, wenn man für die Elasticitätscoëfficienten von Wasser, Messing und Glas in Centimetern und Grammen: $2{,}10^7$, $9{,}10^8$ und $6{,}10^8$ nimmt:

$$A = 1{,}216, \quad B = 1{,}093, \quad C = 1{,}125, \quad D = 1{,}317.$$

Wertheim benutzte als einzigen Correctionscoëfficienten für alle Röhren:

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}225,$$

der im Mittel ein gutstimmendes Resultat gibt und ungefähr dem Correctionscoëfficienten, den die Röhre A nach unserer Theorie haben müsste, entspricht. Bei der zahlreicheren Reihe der Versuche in Wasser zwischen 20° und 30° hat er diese Röhre und danach die Röhre D bei weitem am häufigsten benutzt.

Von den Kundt'schen und Lehmann'schen Versuchen geben wir untenstehend die Resultate, mit Hinzufügung

1) Pogg. Ann. CXXXV. p. 337.

einer neuen Columne, die den Werth von α — die Schallgeschwindigkeit im Wasser — angibt. Dieser Werth ist aus unserer Formel (19) berechnet, wobei für Glas wiederum $E_1 = 6{,}10^8$ gesetzt ist. Man müsste also in der letzten Columne stets ungefähr 1450 m finden.

Nummer.	a_1 mm	$2R_1$ mm	t Grade Celsius.	V_p beobachtet m	Mittlerer Werth von a berechnet m
1	2,2	28,7	18,3	1041,3	1270
			18,5	1039,5	
2	3,0	34,0	17,0	1218,6	1480
				1232,7	
				1231,9	
3	3,0	23,5	18,0	1264,0	1450
				1260,4	
4	3,5	21,0	18,5	1358,1	1510
				1357,0	
5	5,0	16,5	18,2	1360,7	1470
			18,2	1366,8	
			19,1	1353,3	
6	5,0	14,0	22,2	1383,2	1480

Bedenkt man nun, dass der Elasticitätscoëfficient der Glaswand hier ziemlich willkührlich gewählt ist, so können die Versuche mit den Röhren 2, 3, 5 und 6 als eine vorläufige Bestätigung der Theorie betrachtet werden. Die Versuche 1 und 4 widersprechen jedoch derselben. Indess dürfte dies der Ungenauigkeit der Beobachtungen zususchreiben sein. Da nämlich die Versuche im allgemeinen den Ausspruch von Helmholtz bestätigen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei kleinerem Radius und grösserer Wanddicke kleiner wird, so musste dies bei der Röhre 4 im Verhältniss zu Röhre 5 zutreffen, während bei Röhre 6 bei dem kleineren Radius die Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_p sehr deutlich die in 5 übertrifft. — Wahrscheinlich ist die Beobachtung in Röhre 4 fehlerhaft. Bei Röhre 1 ist dies nicht so deutlich nachzuweisen.

Auch Dvořák[1]) hat Versuche mit schwingenden Wassersäulen in Glasröhren angestellt. Es folgen hier seine

1) Pogg. Ann. CLIV. p. 156.

Resultate mit der daraus nach meiner Correctionsformel berechneten Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Wasser:

Nummer.	α_1 mm	$2R_1$ mm	Beobachtet V_p m	Berechnet a m
1	0,82	17,9	998	1340
2	0,63	11,7	1046	1360
3	0,52	8,46	1164	1470
4	2,00	15,00	1213	1380
5	2,00	11,00	1281	1440

Bei späteren Versuchen von Dvořák[1]) mit einer Röhre von 15 mm Durchmesser und einer Wanddicke von $^1/_2$ mm betrug die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Wasser etwa 940 cm. Nach unserer Formel findet man 1410 m. Dies stimmt ziemlich gut und ist darum wichtig, weil der Einfluss der Wände hier am bedeutendsten ist, und also die weniger günstigen Resultate mit den Röhren 1 und 2 wieder ausgleicht.

Bisher haben wir angenommen, dass man die lebendige Kraft der transversalen Bewegungen der Röhrenwände und der Flüssigkeit vernachlässigen könne. Bei schwingenden Luftsäulen in Kautschukröhren, wenn die Masse der Röhrenwand die der Flüssigkeit weit übertrifft, kann indess die lebendige Kraft der Röhrenwand einen beträchtlichen Theil der ganzen lebendigen Kraft ausmachen, indem immer noch die lebendige Kraft der transversalen Bewegung der Flüssigkeit gegen die ihrer longitudinalen Bewegung äusserst klein bleibt. Wir setzen jetzt also voraus, dass die Röhrenwand und Flüssigkeit elastisch seien, die lebendige Kraft der transversalen Bewegung der Röhrenwand nicht, die der Flüssigkeit wohl vernachlässigt werden dürfe.

Wir haben dann zwischen u_1, p_1 und r_1 die Beziehungen: (I), (II) und (IIIa). Differenzirt man wieder (I) partiell nach x, und substituirt den so für $\frac{\partial p_1}{\partial x}$ gefundenen Werth in (II); löst man dann $\frac{\partial r_1}{\partial x}$ auf, so findet man:

1) Wien. Ber. LXXI. p. 315. 1875.

$$(26) \qquad \frac{\partial r_1}{\partial x} = -\frac{1}{2} \cdot R_1 \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\varrho R_1}{2E} \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}.$$

Differenzirt man ebenso (IIIa) partiell nach x und substituirt hier für $\frac{\partial p_1}{\partial x}$ seinen Werth aus (II), so ergibt sich:

$$(27) \qquad a_1 \varrho_1 \frac{\partial^4 r_1}{\partial x . \partial t^3} = -\varrho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - \frac{E_1 a_1}{R_1^2} \cdot \frac{\partial r_1}{\partial x}.$$

Substituirt man hierin den Werth von $\frac{\partial r_1}{\partial x}$ aus Gleichung (26), sowohl im ersten als im zweiten Gliede, so findet sich endlich die partielle Differentialgleichung der Wellenbewegung im vorliegenden Falle:

$$(B) \qquad \frac{a_1 \varrho_1 \varrho R_1^2}{E_1 E} \cdot \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^4} - \frac{R_1^2 a_1 \varrho_1}{E_1} \cdot \frac{\partial^4 u_1}{\partial x^2 . \partial t^2} + \left\{ \frac{2\varrho R_1}{E_1} + \frac{a_1 \varrho}{E} \right\} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - a_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0.$$

Führen wir jetzt in diese Gleichung ausser den Hülfsgrössen α und β, deren Bedeutung wir aus Gleichung (8) und (10) kennen, die Grösse:

$$(28) \qquad \gamma = \sqrt{\frac{E_1}{\varrho_1}}$$

ein, welche die Schallgeschwindigkeit in dem Medium, aus welchem die Röhrenwand verfertigt ist, vorstellt, und divisiren wir durch a_1, so geht die Formel über in:

$$(29) \qquad \frac{R_1^2}{\alpha^2 \gamma^2} \cdot \frac{\partial^4 u_1}{\partial t^4} - \frac{R_1^2}{\gamma^2} \cdot \frac{\partial^4 u_1}{\partial x^2 . \partial t^2} + \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = 0.$$

Substituirt man in dieser Formel:

$$(30) \qquad u_1 = b \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} (x - \alpha' t) + \beta' \right\},$$

so finden wir zur Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit α':

$$(31) \qquad \frac{R_1^2}{\alpha^2 \gamma^2} \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot \alpha'^4 - \frac{R_1^2}{\gamma^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot \alpha'^2 - \frac{1}{V_p^2} \cdot \alpha'^2 + 1 = 0.$$

Diese quadratische Gleichung besitzt zwei Wurzeln, eine, die für $\lambda = \infty$ unendlich gross wird, eine andere,

die für $\lambda = \infty$ gleich dem Werthe V_p wird, für den wir gefunden haben:

$$\frac{1}{V_p^2} = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}. \tag{12}$$

Natürlich kommt nur diese letztere in Betracht.

Für sehr grosse Werthe von λ gibt uns Gleichung (31) die Lösung:

$$\alpha' = V_p, \tag{32}$$

wie sich erwarten liess.

Für grosse Werthe von λ wird man noch immer in den beiden ersten und kleinsten Gliedern V_p für α' setzen dürfen; man findet dann:

$$\alpha' = V_p \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi R_1}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{V_p^4}{\alpha^2\gamma^2} - \left(\frac{2\pi R_1}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{V_p^2}{\gamma^2}}. \tag{33}$$

Nun ist zweifelsohne bei allen gemachten oder zu machenden Versuchen $\frac{2\pi R_1}{\lambda}$ ein kleiner Bruch. Wenn also γ grösser, ebenso gross oder nicht sehr vielmal kleiner ist, als α und V_p — welche Bedingung bei den Versuchen von Wertheim, Kundt und Dvořák reichlich erfüllt ist — dann ist das Weglassen der Glieder der vierten Ordnung in (B) und somit die Anwendung der Formel (A) vollkommen gerechtfertigt.

Nur wenn man z. B. den Einfluss dünner Kautschukröhrenwände ($\gamma = 50$ bis 40 m) auf die Schallgeschwindigkeit in Luft erforschen wollte, dürfte man auch bei ziemlich ansehnlicher Wellenlänge die Glieder der vierten Ordnung nicht vernachlässigen, und müsste sodann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit — die man so in ziemlich hohem Grade von der Wellenlänge abhängig finden wird — aus der quadratischen Gleichung (31) oder annähernd aus (33) berechnen.

Eine Untersuchung solcher Wellen wäre gewiss höchst interessant, und die von J. Bosscha[1]) angegebene und

1) Pogg. Ann. XCII. p. 485.

später von Faye[1]) empfohlene Methode wäre hier vielleicht recht brauchbar.

Obwohl wir der Meinung sind, dass bei sehr kleiner Wellenlänge, wo die lebendige Kraft der transversalen Flüssigkeitsbewegung nicht mehr zu vernachlässigen ist mehrere Fehlerursachen auftreten werden, so dürfte es doch vielleicht nicht ohne Interesse sein, in aller Kürze zu untersuchen, welchen Einfluss das Verlassen der Scheibchenhypothese (Hypothese des Parallelismus der Schichten) auf das Resultat der Berechnung haben wird.

Die Lage eines Flüssigkeitstheilchens im Gleichgewichte definiren wir wieder durch x und durch seine Entfernung R von der Röhrenaxe, der im Gleichgewichte herrschende Druck sei wieder ω. Beim Vorbeischreiten der Welle ändere sich x zu $x+u$, R zu $R+r$, ω zu $\omega+p$, wo jetzt aber u, ω und p Functionen von x, R und t vorstellen. Es sind dann R_1, u_1, r_1, p_1 die Grenzwerthe von R, u, r, p für die Flüssigkeitsschichten, die an der Röhrenwand unmittelbar anliegen, für welche also: $R = R_1$. Es sind also u_1, r_1, p_1 nur noch Functionen von x und t. Statt (I) erhalten wir jetzt:

$$\text{(P)} \qquad \frac{p}{E} + \frac{r}{R} + \frac{\partial r}{\partial R} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

Es ist weiter:

$$\text{(Q)} \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\varrho \partial x}, \qquad \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\varrho \partial R}, \qquad \text{(R)}$$

endlich haben wir die Grenzbedingung:

$$\text{(S)} \qquad \frac{\partial^2 r_1}{\partial t^2} = \frac{p_1 - \frac{E_1 a_1 r_1}{R_1^2}}{a_1 \varrho_1}.$$

Wir lösen diese Gleichungen durch das System:

$$(34) \qquad u = u' . \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(x - \delta t) + \gamma\right\},$$

---

1) Pogg. Ann. CXVIII. p. 610.

$$(35) \qquad r = r' . \sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(x - \delta t) + \gamma\right\},$$

$$(36) \qquad p = p' . \sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(x - \delta t) + \gamma\right\},$$

worin u', r', p' näher zu bestimmende Functionen darstellen, die nur von R, nicht von x und t abhängig gesetzt werden, und wo δ jetzt die gesuchte Fortpflanzungsgeschwindigkeit vorstellt.

Durch Substitution in (P), (Q), (R) und (S) ergeben sich die Beziehungen:

$$(37) \qquad \frac{p'}{E} + \frac{r'}{R} + \frac{dr'}{dR} - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot u' = 0,$$

$$(38) \quad \frac{2\pi}{\lambda} . \delta^2 . u' - \frac{p'}{\varrho} = 0, \qquad (39) \quad \frac{4\pi^2}{\lambda^2} . \delta^2 . r' - \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{dp'}{dR} = 0$$

und die Grenzbedingung:

$$(40) \qquad p'_1 = r'_1 \left(\frac{E_1 a_1}{R_1^2} - a_1 \varrho_1 \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \delta^2\right).$$

Aus Gleichung (39) resp. (38) ergibt sich:

$$(41) \qquad r' = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 \delta^2 \varrho} \cdot \frac{\partial p'}{\partial R}, \qquad u' = \frac{\lambda}{2\pi \delta^2 \varrho} \cdot p'. \qquad (42)$$

Durch Substitution dieser Ausdrücke in Gleichung (37) erhält man, indem man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles $\alpha = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ in der Flüssigkeit einsetzt:

$$(43) \qquad \frac{\partial^2 p'}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial p'}{\partial R} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\left(1 - \frac{\delta^2}{\alpha^2}\right) p' = 0.$$

Die Lösung dieser Gleichung durch Reihenentwickelung und durch bestimmte Integrale ist bekannt.[1]) Fügt man die Bedingung hinein, dass p' für $R=0$ endlich bleiben soll und setzt:

$$(44) \quad K(x) = J_0(x\sqrt{-1}) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{x\cos\psi}\, d\theta = 1 + \frac{x^2}{(1.2)^2} + \frac{x^4}{(1.2.4)^2} + \frac{x^6}{(1.2.4.6)^2} + \cdots$$

1) S. z. B. Boole, a treatise on diff. equations, XVII. § 10, XVIII. § 3, 1865.

wo $J_0(x)$ die erste Bessel'sche Function vorstellt, so beschränkt sie sich auf:

$$p' = a_0 \cdot K\left(\frac{2\pi R}{\lambda}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}\right) \tag{45}$$

und aus Gleichung (41) findet man dann:

$$r' = a_0 \cdot \frac{\lambda \cdot \sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}}{2\pi\delta^2\varrho} \cdot K'\left(\frac{2\pi R}{\lambda}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}\right). \tag{46}$$

Die Grenzbedingung (40) verwandelt sich dabei in die Gleichung:

$$K\left(\frac{2\pi R_1}{\lambda}\cdot\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}\right) = \left(\frac{E_1 a_1}{R_1^2} - a_1\varrho_1 \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\cdot\delta^2\right) \cdot \frac{\lambda\cdot\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}}{2\pi\delta^2\varrho} \cdot K'\left(\frac{2\pi R_1}{\lambda}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}\right), \tag{47}$$

woraus man jetzt die gesuchte Fortpflanzungsgeschwindigkeit δ zu finden hätte.

Nehmen wir an, es handle sich nur um eine Correction von V_p und $\frac{2\pi R_1}{\lambda}$ sei ein kleiner Bruch, so darf man sich bei der Entwickelung von $K(x)$ und $K'(x)$ nach x auf die zwei ersten Glieder beschränken, also:

$$K(x) = 1 + \frac{x^2}{4}, \qquad K'(x) = \frac{x}{2}\left(1+\frac{x^2}{8}\right), \tag{48, 49}$$

indem:

$$x = \frac{2\pi R_1}{\lambda}\cdot\sqrt{1-\frac{\delta^2}{a^2}}. \tag{50}$$

Aus Gleichung (47) ergibt sich dann:

$$1 + \frac{x^2}{4} = \left(\beta^2 - \frac{a_1\varrho_1 R}{2\varrho}\cdot\frac{4\pi^2\delta^2}{\lambda^2}\right)\left(\frac{1}{\delta^2}-\frac{1}{a^2}\right)\left(1+\frac{x^2}{8}\right), \tag{51}$$

wo wieder:

$$\beta = \sqrt{\frac{a_1 E_1}{2\varrho R_1}} \tag{10}$$

Man darf hier überall, wo es sich um Correctionsglieder handelt, für δ den Werth V_p aus Gleichung (12) einsetzen, und es ergibt sich:

$$(52) \qquad 1 + \frac{x^2}{8} = \beta^2\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{a^2}\right)\left(1 - \frac{a_1\varrho_1 R_1}{2\varrho} \cdot \frac{4\pi^2 V_p^2}{\beta^2\lambda^2}\right),$$

wo jetzt:
$$x = \frac{2\pi R_1}{\lambda}\left(1 - \frac{V_p^2}{a^2}\right) \qquad (53)$$

indem stets:
$$V_p < \alpha \text{ und } V_p < \beta. \qquad (54)$$

Es ist also:

$$(55) \qquad \frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{\beta^2}\left(1 + \frac{x^2}{8} + \frac{a_1\varrho_1 R_1}{2\varrho} \cdot \frac{4\pi^2 V_p^2}{\beta^2\lambda^2}\right),$$

oder:

$$(56) \qquad \frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{V_p^2} + \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{x^2}{8} + \frac{a_1\varrho_1 R_1}{2\varrho} \cdot \frac{4\pi^2 V_p^2}{\beta^2\lambda^2}\right),$$

$$(57) \qquad \delta = V_p\left\{1 - \frac{V_p^2}{2\beta^2}\left(\frac{x^2}{8} + \frac{a_1\varrho_1 R_1}{2\varrho} \cdot \frac{4\pi^2 V_p^2}{\beta^2\lambda^2}\right)\right\},$$

oder wenn man den Werth der Gleichung (53) für x einsetzt:

$$(58) \quad \delta = V_p\left\{1 - \frac{\pi^2 R_1^2 V_p^2}{4\beta^2\lambda^2}\left(1 - \frac{V_p^2}{a^2}\right) - \frac{a_1\varrho_1 R_1}{4\varrho} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{V_p^4}{\beta^4}\right\}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, dass man die transversale Bewegung der Flüssigkeit vernachlässigen und also die Scheibchenhypothese annehmen darf, so lange:

$$(59) \qquad \frac{\pi^2 R_1^2 \cdot V_p^2}{4\beta^2 \cdot \lambda^2}\left(1 - \frac{V_p^2}{a^2}\right)$$

ein kleiner Bruch ist.

Ob man auch die transversale Bewegung der Röhrenwand vernachlässigen kann, hängt von dem Werthe des Ausdrucks ab:

$$(60) \qquad \frac{a_1\varrho_1 R_1}{4\varrho} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{V_p^4}{\beta^4} = \frac{a_1\varrho_1 R_1}{4\varrho} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{V_p^4}{\beta^2}\left(\frac{1}{V_p^2} - \frac{1}{a^2}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi R_1}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(\frac{V_p^2}{\gamma^2} - \frac{V_p^4}{a^2\gamma^2}\right).$$

was auch in Uebereinstimmung mit Gleichung (33) ist. Wenn das Verhältniss $\frac{\varrho_1}{\varrho}$ gross ist, so wird man die Bewegung der Röhrenwand meistentheils mit in Rechnung ziehen müssen.

VI. *Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper; von A. Ritter.*

Zweite Abtheilung.

§ 8. Gasförmige Weltkörper.

Denkt man sich eine feste Kugelfläche, welche (durch Wärmezuführung oder Wärmeentziehung von aussen her) beständig auf der constanten, von Null verschiedenen Temperatur T erhalten wird, und nimmt man an, dass in den inneren, anfangs absolut leer vorausgesetzten Raum derselben nach und nach Luft hineingeführt wird, welche auf irgend eine Weise — z. B. durch beständiges Umrühren — stets im adiabatischen Zustande erhalten wird, so erkennt man, dass die eingeführte Luftmasse an der Oberfläche die Temperatur T annehmen und beständig beibehalten wird.

Anfangs, als die eingeführte Luftmasse noch eine sehr geringe Grösse hatte, befand sich dieselbe in äusserst verdünntem Zustande und übte an der Innenseite der festen Kugeloberfläche einen äusserst geringen Druck aus, von welchem der Druck im Mittelpunkte äusserst wenig verschieden war, insofern die Intensität der Gravitationswirkung noch verschwindend klein war. In dem Maasse wie die eingeführte Luftmasse zunimmt, wird sowohl der Druck an der Oberfläche als auch die Druckdifferenz zwischen Mittelpunkt und Oberfläche allmählich wachsen, insofern der Einfluss der Gravitationskraft allmählich zur Geltung gelangt. Der Druck und die Dichtigkeit an der Oberfläche werden bei fortgesetzter Luftzuführung stets endliche, von Null verschiedene Werthe behalten, da man sonst annehmen müsste, dass im Innern der Kugelfläche eine neue Grenzfläche sich bilden könnte, was bei der vorausgesetzten Oberflächentemperatur T dem hier als gültig vorausgesetzten Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze widersprechen würde.

Der Druck und die Dichtigkeit im Mittelpunkte werden stets grösser sein als an der Oberfläche, aber ebenfalls stets endliche Werthe behalten, da man sonst annehmen müsste, dass in einem bestimmten Augenblicke die Zuführung eines beliebig klein zu denkenden Luftmassentheilchens einen Sprung vom Endlichen in's Unendliche herbeiführen könnte, was gleichfalls eine Ungereimtheit sein würde.

Denkt man sich die Luftzuführung in dem Augenblicke unterbrochen, wo die im Innern befindliche Masse so gross wie die Erdmasse geworden ist, so erkennt man zunächst, dass die Fallbeschleunigung an der Oberfläche in diesem Augenblicke die Grösse g erreicht haben wird, wenn — wie hier einstweilen vorausgesetzt werden soll — der Kugelhalbmesser so gross wie der Erdhalbmesser ist. In § 2 wurde gezeigt, dass die Höhe der Erdatmosphäre (bei vorausgesetztem idealen Gaszustande) nur von der Temperatur an der Erdoberfläche abhängt; dagegen vollkommen unabhängig ist von dem Drucke und der Dichtigkeit der untersten Luftschicht. Denkt man sich nunmehr jene Kugelfläche umgeben von einer Luftatmosphäre, welche gegen die Aussenseite der Kugelfläche einen ebenso grossen Druck ausübt wie die eingeschlossene Luft gegen die Innenseite (und zugleich dieselbe Temperatur, folglich auch dieselbe Dichtigkeit in jener Fläche besitzt), so erkennt man, dass in diesem Falle jene provisorisch angenommene feste Kugelfläche auch beseitigt werden könnte, ohne dass der Gleichgewichtszustand der ganzen Gasmasse dadurch gestört würde. Man gelangt auf diese Weise zu der Vorstellung von der Möglichkeit des Gleichgewichtszustandes eines frei im Raume schwebenden, vollkommen gasförmigen Weltkörpers, dessen Masse nach dem adiabatischen Gesetze auf solche Weise vertheilt ist, dass die Grössen p, v, T im Inneren des Körpers überall endliche, von Null verschiedene Werthe besitzen.

Die Temperatur im Mittelpunkte einer solchen Gaskugel kann man nunmehr unmittelbar nach Gleichung (39)

berechnen, indem man darin $T_1 = 0$ setzt; man erhält dann die folgende Gleichung:

$$c_p T_0 = A \alpha r, \tag{42}$$

in welcher für den Coëfficienten α derjenige numerische Werth einzusetzen ist, welcher dem für den vorliegenden Fall sich ergebenden Gesetze der Dichtigkeitsänderung im Innern der Kugel entspricht. (Annäherungsweise kann $\alpha = \frac{4}{5}$ gesetzt werden.)

In obiger Gleichung bedeutet c_p die zum Hervorbringen der Temperaturerhöhung von 1 Grad Celsius erforderliche Wärmequantität für diejenige Masse, welche an der Erdoberfläche 1 kg wiegen würde, und der Ausdruck auf der rechten Seite bedeutet das Wärmeäquivalent derjenigen mechanischen Arbeit, welche zum Emporheben jener Masse vom Mittelpunkte bis zur Oberfläche der Gaskugel erforderlich sein würde. Wenn die Fallbeschleunigung an der Oberfläche gleich G (statt gleich g) wäre, so müsste demnach das Product $A \alpha r$ noch mit dem Factor $\frac{G}{g}$ multiplicirt werden; für diesen Fall gilt also die Gleichung:

$$c_p T_0 = \frac{G}{g} . A \alpha r, \tag{43}$$

in welcher r den nunmehr beliebig zu wählenden Halbmesser der Gaskugel und T_0 die zugehörige Mittelpunktstemperatur bedeutet.

Denkt man sich dieselbe Gaskugel ein anderes mal in demjenigen Zustande, welchem statt der Werthe T_0, r, G, resp. die Werthe T'_0, r', G' als zusammengehörige Werthe entsprechen würden, so erhält man für diesen neuen Zustand die Gleichung:

$$c_p T'_0 = \frac{G'}{g} . A \alpha r', \tag{44}$$

in welcher für den Coëfficienten α genau derselbe numerische Werth anzunehmen ist wie bei dem vorigen Falle, weil das Gesetz der Dichtigkeitsänderung dasselbe geblieben ist, insofern auch der neue Zustand als indifferenter oder adiabatischer Gleichgewichtszustand vorausgesetzt

wird. Indem man die letztere Gleichung durch die vorhergehende dividirt, gelangt man zu der folgenden Gleichung:

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{G'}{G} \cdot \frac{r'}{r}, \tag{45}$$

und da bei Weltkörpern von gleichen Massen die Fallbeschleunigungen an den Oberflächen umgekehrt wie die Quadrate der Halbmesser sich verhalten, so kann man statt dessen auch setzen:

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{r}{r'}, \quad \text{oder:} \quad T'_0 r' = T_0 r. \tag{46}$$

In der letzten Form enthält die Gleichung den folgenden bemerkenswerthen Satz:

Wenn infolge von Wärmezuführung oder Wärmeentziehung der Halbmesser der Gaskugel eine Aenderung erleidet, so wird die Temperatur im Mittelpunkte derselben ebenfalls eine Aenderung erleiden; aber: „das Product aus dem Halbmesser in die Mittelpunktstemperatur bleibt constant."

Da jede Wärmeentziehung eine Volumenverminderung, und jede Wärmezuführung eine Volumenvergrösserung zur Folge haben wird, so ergibt sich aus obiger Gleichung zugleich der folgende Satz: „Die Wärmecapacität einer kosmischen Gaskugel ist negativ."

Wenn eine solche Gaskugel der Wirkung eines entfernten, Wärme ausstrahlenden Körpers von sehr hoher Temperatur ausgesetzt wäre, und die Annahme gemacht werden dürfte, dass die Wärmestrahlen ganz oder theilweise im Innern der Gaskugel absorbirt werden, ohne eine Abweichung von dem adiabatischen Zustande hervorzubringen, so würde aus dem obigen Satze folgen, dass mit dem Wachsen des Abstandes von jener Wärmequelle eine Temperatursteigerung, mit dem Abnehmen dagegen eine Temperaturerniedrigung verbunden sein würde.

Die Bedingung einer Temperatursteigerung ist immer: Wärmeentziehung, die Bedingung einer Temperaturerniedrigung immer: Wärmezuführung.

Bei der durch Wärmeentziehung hervorgebrachten Contraction verrichten die Gravitationskräfte eine positive mechanische Arbeit, welche sogleich in Wärme umgewandelt wird. Die erzeugte Wärmequantität zerlegt sich dabei in zwei Theile, von denen der eine jene entzogene Wärmequantität bildet, während der Rest auf Temperaturerhöhung des Weltkörpers selbst verwendet wird. Bei der durch Wärmezuführung hervorgebrachten Expansion wird nicht nur die zugeführte Wärmequantität, sondern ausserdem noch ein Theil der inneren Wärme des Weltkörpers in Arbeit umgewandelt und auf die zur Ueberwindung der Gravitationskräfte erforderliche Expansionsarbeit verwendet.

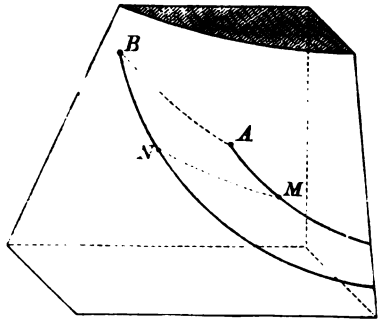
§ 9. Zustandslinien und kosmogonische Linien.

In den einzelnen Punkten einer von dem Mittelpunkte nach der Oberfläche eines gasförmigen Weltkörpers gezogenen geraden Linie befindet sich die Masse desselben in verschiedenen Zuständen, und man darf annehmen, dass der Zustand längs jener Linie stetig sich ändert, wenn der Weltkörper — wie hier einstweilen vorausgesetzt werden soll — aus einem einfachen Grundstoffe von den Eigenschaften eines sogenannten vollkommenen oder idealen Gases besteht. Da jedem bestimmten Zustande des Gases ein bestimmter Punkt der Temperaturfläche entspricht, so wird das Gesetz jener (räumlichen) Zustandsänderung durch eine bestimmte continuirliche Linie in der Temperaturfläche geometrisch sich darstellen lassen. Diese Linie soll die „Zustandslinie“ des Weltkörpers genannt werden. Nach der Hypothese des indifferenten Gleichgewichtszustandes ist die Zustandslinie eines vollkommen gasförmigen Weltkörpers eine adiabatische Curve.

Von dieser längs des Radius stattfindenden räumlichen Zustandsänderung ist zu unterscheiden die zeitliche Zustandsänderung, welche die ganze Masse des Weltkörpers erleidet, wenn demselben nach und nach eine

gewisse Wärmequantität entzogen oder zugeführt wird. Dieser im Laufe der Zeit erfolgenden Zustandsänderung wird eine Bewegung der Zustandslinie in der Temperaturfläche entsprechen, bei welcher nicht nur die Lage, sondern auch die Form dieser Linie eine stetige Aenderung erleidet.

Um durch ein grobsinnliches Bild diesen Vorgang zu veranschaulichen, könnte man die Temperaturfläche als eine Gebirgsoberfläche sich vorstellen und die Zustandslinie als eine Schlange, welche an dieser Gebirgsoberfläche entlang kriecht. Der Kopf der Schlange würde den Zustand im Mittelpunkte des Weltkörpers, und das in unendlicher Entfernnng am Fusse des Gebirgsabhanges lagernde Schweifende den Zustand an der Oberfläche desselben repräsentiren. Während der Zustandsänderung des Weltkörpers bewegt sich der Kopf der Schlange an der Gebirgsoberfläche in einer bestimmten Bahnlinie (*AB* s. Fig.), welche man die „kosmogonische Linie“ (oder „Kosmogonide“) nennen kann, insofern dieselbe als geometrische Veranschaulichung der Entwickelungsgeschichte des Weltkörpers betrachtet werden kann. Aus der Hypothese des indifferenten Gleichgewichtszustandes, nach welcher die Zustandslinie während ihrer Bewegung stets eine adiabatische Curve bleibt, lässt sich die Gleichung der kosmogonischen Linie auf folgende Weise ableiten.



Denkt man sich zunächst, indem man von irgend einem adiabatischen Anfangszustande ausgeht, die Dimensionen — nicht nur der ganzen Kugel, sondern auch jedes einzelnen Massentheilchens — sämmtlich auf den n-ten Theil verkleinert, so kann man sich leicht überzeugen, dass

dem auf solche Weise definirten neuen Zustande des Weltkörpers ebenfalls eine adiabatische Zustandslinie entsprechen wird. Wenn mit $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{T}$, resp. die Werthe von Druck, specifischem Volumen und absoluter Temperatur für den Anfangszustand eines bestimmten Massentheilchens bezeichnet werden, und mit p, v, T resp. die Werthe, welche jene drei Grössen bei dem nachherigen Zustande des Massentheilchens angenommen haben, so ergibt sich zunächst für die beiden Volumina aus obiger Annahme die Gleichung:

$$v = \frac{\mathfrak{v}}{n^3}, \tag{47}$$

insofern die Volumina wie die dritten Potenzen der linearen Dimensionen sich verhalten.

Da ferner die Intensität der Gravitationskraft — nicht nur an der Oberfläche, sondern auch an jeder Stelle im Inneren der Kugel — auf das n^2-fache wächst, wenn die Abstände vom Mittelpunkte auf den n-ten Theil verkleinert werden, so sind die Gewichte sämmtlicher Massentheilchen bei dem neuen Zustande n^2-mal so gross als bei dem anfänglichen Zustande. Die über dem Massentheilchen stehende radiale Säule, welche anfangs mit der Kraft $\mathfrak{p}$ auf jede Flächeneinheit ihrer Unterlage drückte, erlangt demnach das n^2-fache Gewicht, und da gleichzeitig die Grundfläche selbst n^2-mal kleiner geworden ist, so wird der Druck pro Flächeneinheit nunmehr die n^4-fache Grösse erreicht haben; folglich ist:

$$p = n^4 . \mathfrak{p}. \tag{48}$$

Aus den letzteren beiden Gleichungen ergibt sich in Bezug auf das Product pv, dass dasselbe n-mal so gross ist als das Product $\mathfrak{p}\mathfrak{v}$, und da nach der Mariotte-Gay-Lussac'schen Gleichung diese Producte zugleich wie die absoluten Temperaturen sich verhalten müssen, so ist:

$$T = n . \mathfrak{T}. \tag{49}$$

Der dem anfänglichen Zustande des Massentheilchens entsprechende Punkt der Temperaturfläche lag in einer

Adiabate, für deren drei Projectionen die folgenden Gleichungen gelten:

(50) $\mathfrak{p}\mathfrak{v}^k = \text{Const.}'$, (51) $\mathfrak{T}\mathfrak{v}^{k-1} = \text{Const.}''$, (52) $\frac{\mathfrak{T}^k}{\mathfrak{p}^{k-1}} = \text{Const.}'''$,

in welchen $k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$ das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen bedeutet. Wenn man in diesen drei Gleichungen für die drei Grössen $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{T}$ die aus den vorhergehenden drei Gleichungen zu entnehmenden Werthe einsetzt, so erhält man drei Gleichungen, welchen man die folgenden Formen geben kann:

(53) $pv^k = \frac{\text{Const.}'}{n^{3k-4}}$, (54) $Tv^{k-1} = \frac{\text{Const.}''}{n^{3k-4}}$, (55) $\frac{T^k}{p^{k-1}} = \frac{\text{Const.}'''}{n^{3k-4}}$.

Diese Gleichungen zeigen, dass die neue Zustandslinie ebenfalls eine adiabatische Curve ist, und zwar unterscheidet sich dieselbe von der Adiabate des Anfangszustandes dadurch, dass die Werthe der drei Constanten sämmtlich im Verhältniss $n^{0,23} : 1$ kleiner geworden sind.

Um die Bahnlinie zu bestimmen, welche der den Zustand des Massentheilchens repräsentirende Punkt in der Temperaturfläche beschreibt, hat man die drei Gleichungen (47), (48), (49) je paarweise miteinander auf solche Weise zu verbinden, dass die Grösse n eliminirt wird; man erhält dann die Gleichungen:

(56) $pv^{\frac{1}{3}} = \mathfrak{p}\mathfrak{v}^{\frac{1}{3}}$, (57) $Tv^{\frac{1}{3}} = \mathfrak{T}\mathfrak{v}^{\frac{1}{3}}$, (58) $\frac{T^4}{p} = \frac{\mathfrak{T}^4}{\mathfrak{p}}$,

welche zeigen, dass die drei linksseitigen Producte während der Zustandsänderung des Weltkörpers ihre Anfangswerthe unverändert beibehalten. Die obigen Gleichungen gelten für jedes beliebige — folglich auch für das im Mittelpunkte befindliche — Massentheilchen. Für die drei Projectionen der Kosmogonide (AB s. Fig.) gelten daher die folgenden Gleichungen:

(59) $pv^{\frac{4}{3}} = \text{Const.}$, (60) $Tv^{\frac{1}{3}} = \text{Const.}$, (61) $\frac{T^4}{p} = \text{Const.}$

Bei dem hier einstweilen vorausgesetzten Falle eines vollkommen gasförmigen Weltkörpers gelten übrigens die-

selben Gleichungen auch für die Bahnlinie (*MN* s. Fig.), welche irgend ein anderer Punkt der Zustandslinie beschreibt; nur entsprechen jeder von diesen Bahnlinien besondere Werthe der betreffenden drei Constanten.

§ 10. Verhältniss der Wärmeabgabe zur Gravitationsarbeit.

Für die Wärmequantität, welche erforderlich ist, um einer Gasmasse von 1 kg Gewicht gleichzeitig die Druckänderung dp und die Volumenänderung dv zu ertheilen, liefert die mechanische Wärmetheorie die Gleichung:

$$dQ = \frac{c_v v\,dp + c_p p\,dv}{R}, \tag{62}$$

und für die entsprechende Temperaturzunahme ergibt sich aus der Gleichung $pv = RT$ der Werth:

$$dT = \frac{v\,dp + p\,dv}{R}. \tag{63}$$

Indem man die erstere Gleichung durch diese letztere dividirt, erhält man für die specifische Wärme den Ausdruck:

$$\lambda = \frac{dQ}{dT} = \frac{c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}}{\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v}}. \tag{64}$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Grösse der specifischen Wärme im allgemeinen nicht nur von dem augenblicklichen Zustande der Gasmasse abhängt, sondern auch von der Art der Zustandsänderung, oder von der Form der Linie, welche der Zustandspunkt in der Temperaturfläche beschreibt. Für diejenige specielle Art der Zustandsänderung, welche der Bedingungsgleichung:

$$pv^{\varepsilon} = \text{Const.} \tag{65}$$

entspricht, würde man — wenn der Exponent ε eine constante Zahl ist, wie hier vorausgesetzt werden soll — den Werth:

$$\frac{dp}{p} = -\varepsilon \frac{dv}{v} \tag{66}$$

zu substituiren haben; man erhält dann nach Gleichung (64) für die specifische Wärme den Ausdruck:

$$\lambda = \frac{c_p - \varepsilon c_v}{1 - \varepsilon}, \tag{67}$$

welchem man (nach der Gleichung $k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$) auch die folgende Form geben kann:

$$\lambda = \frac{c_p}{k}\left(\frac{k - \varepsilon}{1 - \varepsilon}\right). \tag{68}$$

Bei der im vorigen Paragraphen untersuchten Zustandsänderung eines vollkommen gasförmigen Weltkörpers ist die obige Bedingungsgleichung (65) für alle Punkte desselben erfüllt, und zwar ist (nach Gleichung 59) für für diesen Fall $\varepsilon = \frac{1}{3}$ zu setzen. Nach Substitution der numerischen Werthe erhält man aus obiger Gleichung für die specifische Wärme den Werth:

$$\lambda = -0{,}163\,12 \,.\, c_p. \tag{69}$$

Da für ein vollkommenes Gas die specifische Wärme bei constantem Drucke als eine constante Grösse betrachtet werden darf, so folgt hieraus: dass die specifische Wärme einer kosmischen Gaskugel einen nach Raum und Zeit constanten negativen Werth hat.

So z. B. würde man für ein Gas von der Beschaffenheit der trockenen atmosphärischen Luft, indem man $c_p = 0{,}2375$ setzt, den folgenden Werth erhalten:

$$\lambda = -0{,}038\,741. \tag{70}$$

Ein an beliebiger Stelle befindliches Massenkilogramm des Weltkörpers nimmt also 0,038 741 Wärmeeinheiten auf, während seine Temperatur um 1 Grad Celsius abnimmt und gibt ebenso viele Wärmeeinheiten ab, während seine Temperatur um 1 Grad Celsius zunimmt.

Während die Temperatur eines Massenkilogramms um die Grösse dT zunimmt, absorbirt dasselbe die negative Wärmequantität:

$$dQ = \lambda\, dT, \tag{71}$$

und die Entropie desselben wächst dabei um die gleichfalls negative Grösse:

$$\frac{dQ}{T} = \lambda \frac{dT}{T}. \tag{72}$$

Da die Grösse λ während der Zustandsänderung ihren constanten negativen Werth beibehält, so entspricht dem Wachsen der Temperatur von T_0 bis T eine Zunahme der Entropie um die Grösse:

$$\int \frac{dQ}{T} = \lambda \int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T} = \lambda \log\left(\frac{T}{T_0}\right). \tag{73}$$

Nach Gleichung (49) ist hierin $T = n T_0$ zu setzen, wenn diese Temperaturzunahme derjenigen Zustandsänderung entspricht, bei welcher der Halbmesser des Weltkörpers von r bis auf $\frac{r}{n}$ abnimmt. Bei dieser Contraction wächst also die Entropie um die negative Grösse:

$$\int \frac{dQ}{T} = \lambda \log n. \tag{74}$$

Diese Gleichung gilt für jedes beliebige Massenkilogramm, d. h. die Entropieänderung hat für alle Massentheilchen des Weltkörpers gleiche Werthe. Die Zustandslinie, welche anfangs eine Curve constanter Entropie bildete, wird auch bei dem nachherigen Zustande noch eine Curve constanter Entropie geblieben sein. Man würde also, um die Entropieänderung des ganzen Weltkörpers zu erhalten, den obigen Werth mit der Massenzahl desselben zu multipliciren haben.

Nach Gleichung (71) hat die von irgendeinem Massenkilogramm bei der Temperaturerhöhung $T - T_0$ abgegebene Wärmequantität den Werth:

$$Q = -\lambda (T - T_0), \tag{75}$$

wofür man nach den Gleichungen (68) und (49) auch setzen kann:

$$Q = \frac{c_p}{k}\left(\frac{k-\varepsilon}{\varepsilon - 1}\right) T_0 (n-1). \tag{76}$$

Bei dieser Zustandsänderung bewegt sich der Zustandspunkt in der Temperaturfläche längs der kosmogonischen

Linie (*MN* s. Fig.) von *M* nach *N*, wobei die Coordinaten desselben aus den Anfangswerthen p_0, v_0, T_0 resp. in die Werthe p, v, T übergehen. Das Wärmeäquivalent der während dieser Zustandsänderung auf das Massenkilogramm übertragenen äusseren Arkeit ist zu berechnen aus der Gleichung:

$$W = A\int_{v}^{v_0} p\,dv. \tag{77}$$

Wenn man hierin für p den aus der Gleichung der kosmogonischen Linie:

$$pv^{\varepsilon} = p_0 v_0^{\varepsilon}, \quad \text{oder:} \quad pv^{\frac{1}{3}} = p_0 v_0^{\frac{1}{3}} \tag{78}$$

zu entnehmenden Werth substituirt und alsdann die Integration ausführt, so erhält man (mit Benutzung der bekannten Gleichungen $pv = RT$ und $AR = c_p - c_v$) für W den Ausdruck:

$$W = \frac{c_p}{k}\left(\frac{k-1}{\varepsilon-1}\right) T_0 (n-1). \tag{79}$$

Das Verhältniss der oben berechneten beiden Wärme-Quantitäten hat also die Grösse:

$$\frac{Q}{W} = \frac{k-\varepsilon}{k-1} = 0{,}187. \tag{80}$$

Hieraus folgt, dass von der ganzen, durch die Gravitationsarbeit erzeugten Wärmequantität nur 18,7 Proc. durch Ausstrahlung abgegeben werden, während der Rest von 81,3 Proc. zur Temperaturerhöhung des Weltkörpers verwendet wird.

§ 11. Schlussfolgerungen.

Wenn man annehmen dürfte, dass bei sehr niedriger Temperatur die von einer Kugel pro Zeiteinheit in den leeren Raum ausgestrahlte (oder einem entfernten, absolut kalten Körper zugestrahlte) Wärmequantität unter sonst gleichen Umständen ihrer absoluten Temperatur und zugleich der Grösse ihrer Oberfläche proportional ist, so würde sich ergeben: dass diese Wärmeabgabe mit ab-

nehmendem Halbmesser gleichfalls abnehmen müsste, wenn die Temperatur dem Halbmesser umgekehrt proportional sich änderte. Denn die Oberfläche nimmt auf den vierten Theil ab, während der Halbmesser auf die Hälfte abnimmt, und die Temperatur auf das Doppelte steigt. Die Intensität der Wärmeausstrahlung müsste vielmehr dem Quadrate der absoluten Temperatur proportional zunehmen, wenn die Wärmeabgabe pro Zeiteinheit constant bleiben sollte.

Da nach Tyndall's Versuchen[1]) als höchst wahrscheinlich anzunehmen ist, dass bei sehr hohen Temperaturen die Intensität der Wärmestrahlung noch rascher wächst als das Quadrat der absoluten Temperatur, so wird man in Bezug auf einen gasförmigen Weltkörper, welcher infolge fortschreitender Contraction bereits eine sehr hohe Mittelpunktstemperatur erreicht hat, die Annahme machen dürfen, dass die von demselben pro Zeiteinheit einem entfernten, absolut kalten Körper zugestrahlte Wärmequantität in beständigem Wachsen begriffen ist, und dass dieser Weltkörper, als Stern betrachtet, im Stadium zunehmender Lichtstärke sich befindet.

Aus den oben gefundenen Gleichungen ergibt sich ferner: dass dem entgegengesetzten Falle, nämlich dem Falle einer Wärmezuführung eine Temperaturabnahme der Gaskugel entsprechen würde. Wenn man sich also an die Stelle jenes kalten Körpers eine zweite Gaskugel gesetzt denkt, deren Zustandslinie ebenfalls eine adiabatische Curve bildet, und wenn man zugleich annimmt, dass die Temperatur der ersten Gaskugel so hoch ist, dass die von ihr der zweiten Gaskugel zugestrahlte Wärmequantität grösser ist als die von letzterer im Ganzen ausgestrahlte Wärmequantität, so würde sich ergeben, dass die Temperatur der kälteren Kugel abnimmt, während die der heisseren zunimmt. Es würde also in diesem Falle keine Temperaturausgleichung, sondern vielmehr ein Wachsen der Temperaturdifferenz stattfinden.

1) Pogg. Ann. CXXIV. p. 36.

Wenn für irgend einen der die Sonne umkreisenden Weltkörper die Bedingungen erfüllt wären, unter welchen die Zustandsänderung den obigen Gesetzen gemäss erfolgt, so würde sich ergeben, dass der Zustand dieses Weltkörpers ein stationärer sein würde, falls derselbe während jedes Umlaufes gerade so viel Wärme von der Sonne empfängt, als er selbst in den leeren Raum ausstrahlt; dass dagegen eine Abkühlung des Weltkörpers stattfinden würde, wenn die Zustrahlung überwiegt — eine Erhitzung, wenn die Ausstrahlung überwiegt.

Jener stationäre Zustand würde jedoch einen singulären Fall; und zwar einen Fall des labilen thermischen Gleichgewichtszustandes repräsentiren, insofern der geringste einmal vorhandene Ueberschuss der Zustrahlung ein Wachsen des Volumens und demgemäss ein ferneres Wachsen jenes Ueberschusses — der geringste einmal vorhandene Ueberschuss der Ausstrahlung dagegen ein Abnehmen des Volumens, also wiederum ein Wachsen dieses Ueberschusses — zur Folge haben würde. Jener hypothetische Weltkörper würde daher entweder im unendlichen Raume sich zerstreuen oder bis auf ein unendlich kleines Volumen zusammenschrumpfen müssen, wenn die hier gemachten Voraussetzungen in aller Strenge erfüllt wären.

Wenn es erlaubt wäre, die Sonne selbst als eine Gaskugel zu betrachten, für deren Zustandsänderung die in den vorigen Paragraphen gefundenen Gesetze als gültig betrachtet werden dürften, so müssten die obigen Resultate zu dem Schlusse führen: dass einige der bisher geltenden Ansichten über die Zustandsänderung der Sonne einer Berichtigung bedürften.

Zunächst würde aus dem in § 8 gefundenen Gesetze sich ergeben, dass trotz des ausserordentlich grossen Wärmeverlustes, welchen die Sonne fortwährend erleidet, oder vielmehr, richtiger ausgedrückt: eben infolge dieses Wärmeverlustes, die Temperatur im Innern der Sonnenmasse nicht abnimmt, sondern vielmehr beständig zu-

nimmt, und bei der vorauszusetzenden ausserordentlich hohen Mittelpunktstemperatur würde zugleich aus den oben citirten Tyndall'schen Versuchen mit grosser Wahrscheinlichkeit zu folgern sein, dass die Sonne, als Fixstern betrachtet, gegenwärtig im Stadium zunehmender Lichtstärke sich befindet, sowie ferner: dass die der Erde pro Flächeneinheit ihrer Oberfläche jährlich von der Sonne zugesendete Wärmequantität in stetigem Zunehmen begriffen ist.

Anstatt anzunehmen, dass die ganze bei der Contraction von der Gravitationsarbeit erzeugte Wärme durch Ausstrahlung verloren geht, würde man vielmehr nach den im vorigen Paragraphen gefundenen Resultaten gezwungen sein, anzunehmen: dass nur ein kleiner Theil dieser Wärme (im Betrage von weniger als 20 Proc.) wirklich ausgestrahlt wird, und dass der bei weitem grössere Theil (im Betrage von mehr als 80 Proc.) auf Temperaturerhöhung der Sonnenmasse selbst verwendet wird. Die auf jene erstere (hiernach als unzulässig zu betrachtende) Annahme gegründete Berechnung desjenigen Zeitraumes, für welchen die einer bestimmten Contraction entsprechende Gravitationsarbeit ausreichen würde, den wirklich stattfindenden Wärmeverlust zu decken, würde daher einen Werth ergeben, welcher etwa fünfmal so gross ist als der richtige.

Da der Halbmesser der Neptunsbahn etwa 6000mal so gross ist als der gegenwärtige Sonnenhalbmesser, so würde aus den gefundenen Gesetzen ferner sich ergeben, dass die Mittelpunktstemperatur der Sonne gegenwärtig etwa 6000mal so gross ist als in jenem früheren Zeitpunkte, wo nach der Kant-Laplace'schen Theorie die Sonne noch bis zur Neptunsbahn sich erstreckte, und dass von der ganzen seit jener Zeit verrichteten Gravitationsarbeit mehr als vier Fünftel in Form von Wärme noch gegenwärtig in der Sonnenmasse aufgespeichert sich befinden.

Die hier aus der Hypothese des indifferenten Gleichgewichtszustandes gezogenen Schlüsse scheinen zwar mit

mit herrschenden Ansichten, doch nicht mit beobachteten Thatsachen im Widerspruche zu stehen. Die Entscheidung der Frage, wieweit diese Hypthese sich in Einklang bringen lassen wird mit den Gesetzen der Wärmeleitung und Wärmestrahlung, und wieweit es überhaupt zulässig sein wird, die aus dieser Hypothese gezogenen Schlussfolgerungen auf die wirklich existirenden Weltkörper anzuwenden, wird man künftigen weiteren Forschungen überlassen müssen. Zweck der vorstehenden Untersuchungen war: die Consequenzen jener anscheinend sehr fruchtbaren Hypothese bis zu derjenigen Grenze zu verfolgen, wo Widersprüche mit der Erfahrung oder mit anderweit als richtig erkannten Naturgesetzen eine Modification derselben gebieten.

VII. *Ableitung der Formeln für Messungen der Meerestiefen mit Hülfe des Manometers; von Richard Rühlmann.*

Die Methode, grössere Meerestiefen mit Hülfe von Senklothen zu bestimmen, ist so wenig genau, dass man bereits vielfach bemüht gewesen ist, dieses Verfahren durch ein anderes einfaches zu ersetzen, welches zuverlässigere Messungen gestattet.

Meiner Ansicht nach würde man durch Messung des Gewichtes der über einer Beobachtungsstelle stehenden Wassersäule am ersten im Stande sein, zuverlässige Resultate zu erhalten. Das Gewicht dieser Wassersäule und damit ihre Höhe kann leicht aus dem Drucke gefunden werden, den dieselbe auf ein Manometer ausübt. Man kann demnach mit Hülfe eines Manometers Meerestiefen messen, sofern man mit dem Druckmesser eine Vorrichtung verbindet, welche gestattet, die Angabe des Apparates abzulesen, die derselbe an dem Punkte zeigt, dessen Tiefe unter der Oberfläche bestimmt werden soll.

Die Aufgabe, solche Manometer zu construiren, dürfte für den Mechaniker nicht sehr schwierig zu lösen sein, da die verschiedenartigen Constructionen der Aneroidbarometer hierzu treffliche Fingerzeige geben.

Stellen wir uns z. B. ein nach Art eines Aneroidbarometers construirtes Manometer vor, welches für sehr hohe Drucke brauchbar ist und bringen an demselben eine electromagnetische Vorrichtung an, welche gestattet, durch einen vom Schiffe aus in Thätigkeit gesetzten Strom den Zeiger des Apparates mit solcher Intensität gegen die Scala zu drücken, dass derselbe eine Marke auf der Scala hervorbringt, so würde man, wenn beim Niederlassen zu verschiedenen Zeiten der Strom geschlossen würde, im Stande sein, den Druck an verschiedenen Stellen des Meeres zu bestimmen.[1]) Senkt man gleichzeitig mit dem Apparate eine Löthstelle eines Thermoelementes ein, dessen andere Löthstelle auf constanter Temperatur erhalten wird und leitet den Strom dieses Thermoelementes durch ein auf dem Schiffe befindliches Marinegalvanometer, so kann man aus den beobachteten Ausschlägen dieses Galvanometers auch die Temperatur des Wassers an den Stellen finden, für welche man Druckmessungen angestellt hat.

Sehr genaue Resultate würde man nur dann erwarten dürfen, wenn nicht nur der Druck am Meeresboden, sondern auch die Temperatur des Meerwassers an möglichst vielen Stellen in geringeren Höhen bekannt wäre.

Für Messungen, welche für die praktischen Bedürfnisse der Seeleute ausreichen, würde vielleicht ein Manometer mit einem trägen Zeiger genügen, der an der Stelle des höchsten Druckes durch Reibung auf der Scala stehen bliebe.

Im Nachstehenden will ich die Theorie einer solchen Methode, Meerestiefen zu messen, in ihren Grundzügen auseinandersetzen.

Die Verwandschaft dieses Problems mit der Aufgabe,

1) Aehnliche Apparate u. A. von Bucknill und Casella (J. of the United Service Institution 1877) und von Semmola. (Beibl. II. p. 171. 1878.)

die Grundgleichung der barometrischen Höhenmessungen abzuleiten, ist sofort ersichtlich.[1])

Zunächst ist es erforderlich, die Beziehung zwischen der Dichte des Wassers und dem Drucke, unter dem sich dasselbe befindet, zu entwickeln.

Hierzu dient die Definitionsgleichung des isothermischen Compressionscoëfficienten, d. h. desjenigen Compressionscoëfficienten, welcher gilt, wenn die Zusammendrückung bei constanter Temperatur erfolgt. Bekanntlich ist[2]):

$$\left(\frac{dv}{dP}\right)_{t=\text{Const.}} = -v.k, \tag{1}$$

wenn v das specifische Volumen der Flüssigkeit beim Drucke P und k den Compressionscoëfficienten bezeichnet.

Aus dieser Gleichung folgt durch Integration sofort:

$$\log \text{nat}\, v = -k.P + \text{Const.}$$

Bezeichnet man das specifische Volumen der Flüssigkeit beim Drucke $P = 1$ Atmosphäre mit v_1, so ist:

$$\log \text{nat}\, v_1 = -k + \text{Const.}$$

Durch Subtraction beider Gleichungen ergibt sich:

$$\log \text{nat}\, \frac{v}{v_1} = -k.(P-1). \tag{2}$$

Bezeichnet aber Θ die Dichte des Wassers beim Drucke P, Θ_1 die Dichte beim Drucke $P=1$, g die Acceleration der Schwere am Beobachtungsorte, so ist:

$$v.\Theta.g = 1, \quad v_1.\Theta_1.g = 1 \quad \text{und somit:} \quad \frac{v}{v_1} = \frac{\Theta_1}{\Theta}.$$

Setzt man dies in Gleichung (2) ein, so ergibt sich:

$$\log \text{nat}\, \frac{\Theta}{\Theta_1} = +k.(P-1) \quad \text{oder:}$$

---

1) Eine eingehende Discussion der bei einer solchen Ableitung in Betracht zu ziehenden Voraussetzungen findet man in der Schrift des Verfassers: „Die barometrischen Höhenmessungen und ihre Bedeutung für die Physik der Atmosphäre." (Leipzig, J. A. Barth, 1870.) p. 33 bis 44.

2) Man sehe des Verfassers: „Handbuch der mechanischen Wärmetheorie". (Braunschweig, Vieweg 1876) I. p. 499. Gl. 59.

$$\Theta = \Theta_1 \cdot e^{k \cdot (P-1)}. \tag{3}$$

Findet nun im Meere der Druck P und die durch P bedingte Dichte Θ in einer Tiefe x unter der Oberfläche statt, so gilt, wenn P in Atmosphären ausgedrückt ist, die Relation:

$$10{,}333 \cdot dP = g \cdot \Theta \cdot dx, \text{ oder:} \tag{4}$$

$$dP = \frac{g \cdot \Theta_1}{10{,}333} \cdot e^{k \cdot (P-1)} \cdot dx. \tag{5}$$

Da Punkte unter dem Meeresspiegel als im Innern der Erde gelegene anzusehen sind, so gilt für die Acceleration der Schwere g in der Tiefe x unter der Oberfläche bekanntlich die Proportion:

$$g : g' = (r - x) : r,$$

wenn g' die Beschleunigung der Schwere an der Meeresoberfläche am Beobachtungsorte und r den Erdradius bezeichnet.

Führt man dies ein, so nimmt die Gleichung (5) die Form an:

$$dP = \frac{g' \cdot (r - x)}{r} \cdot \frac{\Theta_1}{10{,}333} e^{k(P-1)} \cdot dx. \tag{6}$$

Trennt man hier abermals die Variabeln und integrirt, so erhält man:

$$-\frac{e^{-k \cdot (P-1)}}{k} = \frac{\Theta_1 \cdot g'}{10{,}333} \left\{ r \cdot x - \frac{1}{2} x^2 \right\} + \text{Const.}$$

Bestimmt man die Constante wiederum durch die Bedingung, dass für $x = 0$, der Druck $P = 1$ wird, so findet man:

$$-\frac{1}{k} = \text{Const.}$$

und erhält nach Elimnation der Constanten und Reduction auf P:

$$P = 1 - \frac{1}{k} \cdot \text{lognat} \left\{ 1 - k \cdot \frac{\Theta_1}{10{,}333} \cdot g' \cdot \left(x - \frac{x^2}{2r} \right) \right\}. \tag{7}$$

Unsere nächste Aufgabe ist es nun, für k und für Θ die nöthigen numerischen Daten herzustellen.

Bekanntlich ist der Compressionscoëfficient des Meerwassers von Grassi[1]) bestimmt worden, und zwar ist:

bei 17,5° C. $k = 0{,}0000436$.

Leider ist die Abhängigkeit dieses Coëfficienten von der Temperatur nicht untersucht worden. Da jedoch das Meerwasser nur einen sehr geringen Salzgehalt besitzt, so wird man nach Analogie der meisten andern physikalischen Eigenschaften sehr verdünnter Salzlösungen berechtigt sein, die Aenderung des Compressionscoëfficienten des Meerwassers mit der Temperatur als sehr nahe gleich der Aenderung des Compressionscoëfficienten des reinen Wassers durch die Temperatur anzunehmen.

Nach Grassi's Versuchen ist nun aber für reines Wasser:

Temperatur.	Compressionscoëfficient.	Temperatur.	Compressionscoëfficient.
0,0° C.	0,0000 503	18,0° C.	0,0000 460
1,5	515	25,0	456
4,8	499	34,5	453
10,1	480	43,0	442
13,4	477	53,0	441
18,0	463		

Die Abhängigkeit der Zusammendrückbarkeit von der Temperatur wird, bis zu 40°, befriedigend dargestellt durch die Formel:

(8) $k_t = 0{,}0000\,5103 - 0{,}000000\,323 \cdot t + 0{,}00000000\,395 \cdot t^2$.

Ueberträgt man diese Beziehung auf Meerwasser, so erhält man für den Compressionscoëfficienten des Meerwassers die Formel:

(9) $k_t = 0{,}0000\,478 - 0{,}000000\,303 \cdot t + 0{,}00000000\,370 \cdot t^2$.

Da nach den Versuchen von Cailletet[2]) eine erhebliche Veränderlichkeit des Compressionscoëfficienten mit dem Drucke, selbst durch Versuche, welche sich bis zu 700 Atmosphären erstreckten, nicht constatirt worden ist,

1) Annales de chim. et phys., III. Serie, XXXI.
2) Comptes rendus, LXXV, p. 77

so haben wir eine solche auch nicht in Rechnung gezogen. Die Ableitung der Formeln bietet, wenn man nicht berechtigt ist in erster Annäherung:

$$\frac{dk}{dP} = 0$$

zu setzen, wesentlich grössere Schwierigkeiten dar.

Unzweifelhaft ist in Wirklichkeit k sowohl eine Function von t, als auch von P; in einer ersten Annäherung genügt es jedoch, da k innerhalb der Versuchsgrenzen sich nicht merklich ändert, anzunehmen, dass der Compressionscoëfficient vom Drucke unabhängig sei.

Für das specifische Gewicht des Meerwassers und die Abhängigkeit der Dichte desselben von der Temperatur wird man wahrscheinlich nicht allerorts und zu allen Zeiten genau dieselben Werthe benutzen können, da der Salzgehalt und damit die Dichte in verschiedenen Tiefen, in verschiedenen Meeren, in verschiedenen Entfernungen vom Lande und zu verschiedenen Zeiten nicht immer genau denselben Werth besitzt.

Wir nehmen im Mittel das specifische Gewicht bei Null Grad gleich:

$$g' \,.\, \Theta_0' = 1{,}0275$$

und bedienen uns zur Darstellung der Abhängigkeit der Dichtenänderung von der Temperatur der Formel, welche von C. v. Neumann[1]) aus Beobachtungen an Wasser aus dem Ocean und aus dem Adriatischen Meere erhalten worden ist, nämlich:

$$(10)\quad \frac{\Theta_t}{\Theta_0} = \frac{1}{V_t} = \frac{1}{(1 - 0{,}000018419\,.\,t + 0{,}0000040031\,.\,t^2 + 0{,}000000837\,.\,t^3)}.$$

Für praktische Zwecke wird man wahrscheinlich immer mit dieser Formel auskommen, denn nach Rosetti's[2]) Untersuchungen sind die Aenderungen, welche die Ausdehnungsverhältnisse sehr verdünnter Salzlösungen bei so

1) Pogg. Ann., Ergbd. V. p. 272.

2) Att. dell' Instituto Veneto XIII. (1868) und Pogg. Ann., Ergbd. V. p. 258—275.

geringen Schwankungen des Salzgehaltes erfahren, wie dieselben im Meere vorkommen, nicht sehr beträchtlich. Wohl aber wird man genöthigt sein, für Θ_0' in jedem besonderen Falle denjenigen Werth einzusetzen, welcher den Verhältnissen der Beobachtung am besten entspricht.

Führt man nunmehr auch die Gleichung (10) in Formel (7) ein, so erhält man schliesslich:

$$(11) \qquad P = 1 - \frac{1}{k_t} \cdot \text{lognat} \left\{ 1 - \frac{k_t \cdot \Theta_0' \cdot g'}{V_t \cdot 10{,}333} \cdot \left(x - \frac{x^2}{2r} \right) \right\}.$$

Wenn man die Gleichung nach x auflöst, so ergibt sich:

$$(12) \qquad x = r \cdot \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot V_t \cdot 10{,}333}{r \cdot k_t \cdot \Theta_0' \cdot g'} \cdot \left[1 - e^{-k_t \cdot (P-1)} \right]} \right\}.$$

Dieser Ausdruck würde nach Einsetzung der Formeln (9) und (10) für k_t und V_t und des für Zeit und Ort der Beobachtung geltenden Werthes von g'. Θ_0' die gesuchte Lösung der Aufgabe enthalten, wenn derselbe für numerische Rechnungen geeignet wäre. Für geringe Tiefen wird man ohne merklichen Fehler annäherungsweise:

$$(13) \qquad x = \frac{V_t \cdot 10{,}333}{k_t \cdot \Theta_0' \cdot g'} \cdot \left\{ 1 - e^{-k_t \cdot (P-1)} \right\}$$

setzen können.

Mit Hülfe eines Näherungswerthes x_1 von x ist man leicht im Stande genauer zu rechnen. Sieht man nämlich x im Gliede $\frac{x^2}{2r}$ als bekannt an, so hat man nach Gleichung (11):

$$(14) \qquad x = \frac{V_t \cdot 10{,}333}{k_t \cdot \Theta_0' \cdot g'} \cdot \left\{ 1 - e^{-k_t \cdot (P-1)} \right\} + \frac{x_1^2}{2r}$$

und dies dürfte für alle auf der Erdoberfläche auftretende Fälle vollkommen genügen.

Entwickelt man die auf der rechten Seite in der Klammer stehende Exponentialgrösse in eine Reihe und vernachlässigt schon die Glieder von der Ordnung $k_t \cdot (P-1)^2$, so ergibt sich für die Bestimmung eines Näherungswerthes die Formel:

$$(15) \qquad x_1 = \frac{V_t \cdot 10{,}333}{\Theta_0' \cdot g'} \cdot (P - 1).$$

Für geringe Tiefen ist diese aus den einfachen Grundsätzen der Hydrostatik entspringende Gleichung vollkommen ausreichend. Bei genauen Messungen grösserer Tiefen bedient man sich derselben, um den in Formel (14) verwendeten Näherungswerth x_1 zu bestimmen.

Behält man in der Reihenentwickelung das Glied von der Ordnung $k_t \,.\, (P-1)^2$ bei, so erhält man die für die meisten praktischen Fälle ausreichende Gleichung:

$$(16) \qquad x = \frac{V_t \,.\, 10{,}333}{\Theta_0' \,.\, g'} \cdot \left\{(P-1) - \frac{1}{2} \,.\, k_t \,.\, (P-1)^2\right\}.$$

Die Anwendbarkeit der Formeln wollen wir noch an zwei Beispielen darthun.

Nach einer Privatmittheilung soll v. Boguslawski in der Ostsee in einer Tiefe von 305 m einen Druck von 31,3 Atmosphären beobachtet haben. Die Temperatur der Beobachtung ist mir nicht bekannt. Nehmen wir an, die mittlere Meereswärme der Wassersäule sei 10° C. gewesen, was sich von der Wahrheit nicht wesentlich entfernen dürfte, so finden wir aus Gleichung (10) und (9):

$$V_{10} = 1{,}00105, \qquad k_{10} = 0{,}0000452.$$

Benutzen wir nun ferner die Werthe g'. $\Theta_0' = 1{,}0275$ und $P = 31{,}3$, so finden wir nach der Annäherungsformel (15):

$$x_1 = 305{,}0 \text{ m}$$

und nach Gleichung (16):

$$x = 304{,}2 \text{ m}.$$

Die genauere Formel gibt in diesem Falle keinen merklichen Unterschied. Um in grösseren Tiefen die Formel zu prüfen, fehlen mir leider die nöthigen Beobachtungsdaten. Um den Unterschied der Formeln jedoch zu zeigen, nehmen wir an, es sei:

$$P = 201 \text{ Atmosphäre},$$

die durchschnittliche Temperatur der Wassersäule gleich + 5° C. gefunden worden. Alsdann ist:

$$V_5 = 1{,}000113, \qquad k_5 = 0{,}0000464.$$

Nach wie vor setzen wir:

$$\Theta_0' \cdot g' = 1{,}0275.$$

Als erste Näherung ergibt sich aus Gleichung (15):

$$x_1 = 2011{,}5 \text{ m.}$$

Nach der Annäherungsformel (16) erhält man:

$$x = 2003{,}2 \text{ m.}$$

Die genauere Formel (14) liefert den Werth:

$$x = 2002{,}8 + 0{,}5 \text{ m.}$$

Man erkennt, dass selbst bis zu ansehnlichen Tiefen die einfache Formel (16) ganz genügende Resultate liefert.

Es zeigen ferner die Formeln sofort, dass es für die Praxis genügen würde, wenn man die zu den Messungen dienenden Manometer auf Zehntel Atmosphären graduirte, denn nur selten wird man wohl bei grösseren Tiefen verlangen, dass das Resultat auf mehr als einen Meter genau sei.

Um eine mittlere Temperatur der Wassersäule in der Formel zur Anwendung bringen zu können, wird man bei grossen Tiefen genöthigt sein, die Temperatur nicht blos an der Oberfläche, sondern auch in verschiedenen Tiefen zu messen, und gerade deshalb empfehlen wir mit dem Manometer ein Thermoelement zu verbinden. Es wird übrigens vollständig ausreichen, die mittlere Temperatur auf ganze Grade abzurunden.

VIII. *Krystallographische Untersuchungen des Methenylorthophenylendiamins;* *von Dr. E. Wundt.*

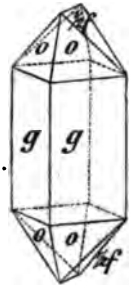
(Aus der Inauguraldissertation, Kiel 1878.)

Die Krystalle des Methenylorthophenylendiamins veranlassten mich durch ihre Schönheit zu einer genaueren krystallographischen Untersuchung. Bei flüchtiger Betrach-

tung könnte man durch die häufig vorkommenden hexagonalen Formen bei Bestimmung des Krystallsystems irre geführt werden, doch beobachtete ich bei tafelförmig nach einer Prismenfläche ausgedehnten Individuen in convergentem polarisirtem Lichte das optisch zweiaxige Krystalle charakterisirende Axenbild.

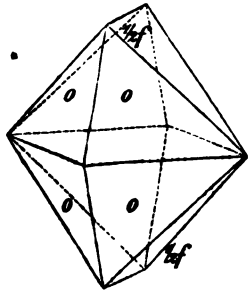
I. Typen. Nach ihrer Ausbildung lassen sich die Krystalle in vier Typen eintheilen. Fig. 1 stellt die ideale Form des ersten Typus dar. Das verticale Hauptprisma tritt in Combination mit dem Hauptoctaëder und einem Längsprisma auf. Diese Ausbildung habe ich am häufigsten beobachtet, doch tritt das verticale Prisma meist sehr untergeordnet auf, seltener verschwindet es vollständig, wodurch der in Fig. 2 veranschaulichte zweite pseudohexagonale Typus entsteht.

Fig. 1.



Bei beiden Typen sind selten alle Flächen ausgebildet. Fast ausnahmslos sind die Flächen der einen Hälfte so stark gewölbt, dass die Kanten vollständig verschwinden und die Krystalle nach der einen Seite der *b*-Axe (Naumann's Makrodiagonale) zugespitzt erscheinen. Durch diese eigenthümliche Ausbildung, die nur an der *b*-Axe auftritt, erlangen die Krystalle einen hemimorphen Habitus. Eine Erklärung für diese Erscheinung gibt vielleicht die von F. Klocke am Alaun gemachte Beobachtung theilweiser Abschmelzung der Krystalle bei schwacher Erwärmung der überstehenden Lösung, wodurch ähnliche Abrundungen entstehen.[1])

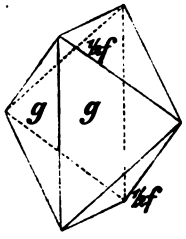
Fig. 2.



1) Ber. über die Verhandl. d. naturf. Ges. zu Freiburg i. B. VII. (2). p. 261.

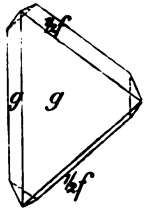
Krystallisation weder auf Temperaturverhältnisse noch auf die Lagerung der Krystalle geachtet[1]), bin also nicht im Stande mit Bestimmtheit über die Analogie des vorliegenden Falles mit den Klocke'schen Abschmelzungsversuchen zu entscheiden.

Fig. 3.



Bei den in Drusen gruppirten Krystallen treten die Octaëderflächen meist sehr zurück oder verschwinden ganz, so dass — als dritter Typus (Fig. 3) — eine Combination von verticalem Prisma und Längsprisma erscheint. Im allgemeinen sind die Individuen so verwachsen, dass ihre Axen hypoparallel liegen und die scharfkantigen Hälften der verschiedenen Krystalle nach derselben Seite gerichtet sind. Die glänzenden Flächen des Längsprismas treten dann meist sehr klein auf, während sie auf der anderen Hälfte der Krystalle sehr stark ausgedehnt, doch ohne Glanz vorkommen.

Fig. 4.



Werden diese Krystalle nach einer Prismenfläche tafelförmig, so erhält man den in Figur 4 dargestellten vierten Typus, den ich jedoch nicht häufig beobachtet habe.

Nur bei einer Krystallisation erhielt ich mehrere Krystalle, die hauptsächlich nach der Hauptaxe ausgedehnt waren, also dünne, langgestreckte Prismen darstellten. Die Krystallisationsversuche habe ich nicht weiter ausgedehnt, da ich mein Material zu den chemischen Untersuchungen nöthig hatte und die Darstellung der Base durch die mühsame Gewinnung des Orthophenylendiamins erschwert wird.

1) Ich erhielt die Krystalle, indem ich die alkoholische Lösung des Methenylorthophenylendiamins über geschmolzenem Chlorcalcium im Exsiccator in einem ziemlich bedeutenden Temperaturschwankungen ausgesetzten Zimmer stehen liess.

II. Zwillinge. Unter den Krystallen des ersten Typus befindet sich ein Zwilling, bei welchem die der *c*-Axe parallelen Flächen beider Individuen in eine Zone fallen, so dass die Zwillingsaxe in der Ebene der Nebenaxen liegen muss. Zur Ermittelung derselben wurde der Winkel gemessen, welchen die an der Zwillingsebene sich treffenden Flächen des verticalen Prismas bilden, derselbe beträgt 146° 10′. Aus diesem Winkel lässt sich die Lage der Zwillingsebene bestimmen = (a : 1,809 b : ∞c). Rundet man das Zeichen zu (a : $^9/_5$ b : ∞c) ab, so ist der Zwillingswinkel = 149° 25′, welcher in Anbetracht, dass die Messung nur mit dem gewöhnlichen Reflexionsgoniometer ausführbar war, nicht allzusehr von dem gemessenen Winkel abweicht. Das Zwillingsprisma hat in der *b*-Axe einen Winkel von 59° 15′, gehört also zu den Prismen von nahezu 120°, deren Flächennormalen sehr häufig als Zwillingsaxen auftreten.

III. Messungen. Die Messungen führte ich meist mit einem Repetitionsgoniometer und Websky'schen Spalte aus, nur wenige Winkel habe ich mit dem Wollaston'schen Reflexionsgoniometer gemessen. Zur möglichsten Vermeidung von Irrthümern wurden in der gebräuchlichen Weise verschiedene Krystalle zur Messung benutzt. Die Flächen der gewählten Individuen zeigten im allgemeinen ein deutliches einfaches Bild des Spaltes und einen bei künstlich dargestellten Krystallen selten beobachteten Glanz. Fast alle Messungen habe ich an Krystallen ausgeführt, die dem ersten Typus angehören.

Für den Winkel des Octaëders, dessen Kante durch das Längsprisma schief abgestumpft ist, also den scharfen Endkantenwinkel, erhielt ich folgende Werthe:

84° 23′, 84° 24′, 84° 24′. Mittel 84° 24′.

Der wahre Winkel ist mithin 95° 36′.

Der Octaëderwinkel der Seitenkanten wurde direct nur mit dem Wollaston'schen Reflexionsgoniometer gemessen. Die erhaltenen Werthe habe ich nicht bei der

Berechnung benutzt, da die Zahlen ziemlich differiren und auch die Bilder der einen Fäche nicht sehr deutlich waren. Ich führe die gefundenen Zahlen nur an, um die annähernde Uebereinstimmung mit den nachfolgenden genaueren Werthen zu zeigen:

Erster Reflex: 38° 56′, Zweiter Reflex: 39° 9′

39° 10′, 39°, 38° 38′. Mittel 38° 59′.

Nach dieser Messung würde der Winkel 141° 1′ betragen.

Zuverlässige Werthe für den Winkel erhielt ich durch Messung des Winkels, den die Octaëderflächen mit den Flächen des verticalen Prismas bilden:

Nonius I. 19° 34′, 19° 40′, 19° 36′, 19° 50′.

Nonius II. 19° 24′, 19° 39′, 19° 37′, 19° 50′.

Mittel 19° 40′.

Der letzte etwas abweichende Werth wurde bei Einstellung auf andere Prismen- und Octaëderflächen erhalten. Aus dem gefundenen Mittel ergibt sich die Neigung der Flächen zu 160° 20′, woraus sich der Winkel, den die Octaëderflächen an den Seitenkanten bilden, zu 140° 40′ berechnet.

Die schon besprochene hemimorphe Ausbildung der Krystalle machte die Messung des stumpfen Endkantenwinkels unmöglich. Die Berechnung desselben aus den zwei gemessenen Octaëderwinkeln gab 97° 24′ (38″).

Nimmt man für die Hauptaxe c den Werth 1 an. so berechnet sich aus den nun bekannten Octaëderwinkeln folgendes Axenverhältniss:

$$a : b : c = 0{,}501 : 0{,}510 : 1.$$

Zur Bestimmung des verticalen Prismas habe ich seinen spitzen Winkel gemessen und für denselben folgende Werthe erhalten:

90° 58′, 91° 2′, 90° 52′, 91° 16′. Mittel 91°.

Der letzte Werth 91° 16′ entspricht einem schwachen zweiten Reflexe, ich habe deshalb bei der Berechnung des Mittels denselben nur einfach in Rechnung gezogen, während ich die andern Werthe doppelt berechnet habe.

Als wahrer Werth für den Prismenwinkel an der *b*-Axe ergibt sich aus dieser Messung 89°, während aus dem oben angegebenen aus den Octaëderwinkeln berechneten Axenverhältniss derselbe Winkel sich zu 88° 59′ (8″) berechnet.

Auch in der Berechnung des Winkels, den die Combinationskante vom Octaëder und Prisma mit der Prismenkante bildet, fand ich eine Bestätigung der richtig ausgeführten Messung. Für diesen Winkel verlangt die Theorie 90°, aus dem spitzen Octaëderwinkel, dem spitzen Prismenwinkel und der Neigung der Octaëderfläche gegen die Prismenfläche berechnet sich derselbe zu 89° 58′ (46″).

Um mit grösserer Sicherheit das Zeichen des Längsprismas bestimmen zu können, habe ich sowohl die Neigung desselben gegen das Octaëder als auch gegen das Prisma gemessen.

Neigungswinkel des Längsprismas gegen das Verticalprisma:

Erster Reflex: 60° 25′, 60° 26′.
Zweiter Reflex: 60° 38′, 60° 40′.
60° 30′, 60° 34′, Mittel: 60° 32′.

Die Neigung dieser Prismenflächen beträgt also 119° 28′. Mit Hülfe dieses Werthes und des Winkels, den das verticale Prisma an der *b*-Axe bildet, konnte ich die Neigung der Flächen des Längsprismas gegen die *b*-Axe berechnen und fand daraus für den oben angegebenen Werth der *b*-Axe den dem Längsprisma entsprechenden Werth der *c*-Axe = 0,5176. Das Längsprisma erhält also das Zeichen:

$$(\infty\, a : b : {}^1/_2\, c) = 102.$$

Die Berechnung der Neigung des Längsprismas gegen das verticale Prisma ergibt aus dem gefundenen Axenverhältniss 119° 23′ (10″). Die Messung ergab 119° 28′.

Die für den Neigungswinkel des Längsprismas gegen das Octaëder am Goniometer abgelesenen Werthe sind:

1. Reflex	2. Reflex	Mittel
45° 34′	45° 23′	45° 27′

Die wahre Neigung ist also 134° 33′. Aus diesem Winkel lässt sich mit Hülfe des spitzen Octaëderendkantenwinkels und des Complementwinkels die Neigung der spitzen Octaëderendkante gegen die b-Axe ebenso wie oben der dem Längsprisma entsprechende Werth der c-Axe berechnen. Aus der Rechnung folgt:

$$c = 0{,}4966.$$

Diese Messung ergibt also einen Werth, der mit dem oben für die Flächen gefundenen Zeichen genügend übereinstimmt. Berechnet man aus dem Zeichen $\infty a : b : {}^1/_2 c$ den Winkel des Längsprismas gegen das Octaëder, so erhält man 134° 21′ (19″). Die Messung ergab 134° 33′.

Sehr selten habe ich die Endfläche an den Krystallen beobachtet, doch konnte ich mich leicht durch Messung von dem rechten Winkel überzeugen, den die Basis mit den Flächen des verticalen Prismas bilden muss, da die Krystalle äusserst leicht nach der Endfläche sich spalten lassen und die Spaltungsfläche ebenso vollkommen glänzend ist, wie die natürlichen Krystallflächen.

Mineralogisches Institut der Univ. Kiel.

IX. *Optische Untersuchung der Krystalle des Methenylorthophenylendiamins: von A. Sadebeck.*

Die ausgezeichnete Spaltbarkeit, parallel der geraden Endfläche, gestattete zunächst die Untersuchung von abgespaltenen Blättchen, welche im parallelen Lichte zwei

mit den Nebenaxen zusammenfallende Auslöschungsrichtungen, aber im convergenten Lichte kein Axenbild erkennen liessen. Dagegen trat, durch je zwei parallele Flächen des verticalen Prismas gesehen, das Bild einer optischen Axe hervor. Die Längsrichtung des Interferenzbildes stand senkrecht auf der verticalen Kante und ging durch den Mittelpunkt des Instruments, woraus folgt, dass die Krystalle dem rhombischen System angehören und die Ebene der optischen Axen in der Ebene der Nebenaxen liegt. Die Axe selbst wich ihrer Lage nach nur wenig vom Centrum ab, bildete also nur einen kleinen Winkel mit der Normale der Prismenfläche. Auf zwei sich unter dem spitzen Winkel schneidenden Prismenflächen treten die Axen in Oel bei Natriumlicht unter einem Winkel von $86^0\,20'$ heraus, ihre erste Mittellinie fällt also mit der b-Axe zusammen.

Zur Ermittelung des wahren Winkels der optischen Axen handelte es sich nun noch um die Bestimmung des Axenwinkels vermittelst einer senkrecht gegen die erste Mittellinie, also parallel der Längsfläche geschliffenen Platte. Die Herstellung einer solchen glückte Hrn. Dr. Steeg in Homburg v. d. Höhe, welchem ich für die darauf verwendete Mühe an dieser Stelle meinen Dank ausspreche. Der Axenwinkel wurde in Oel bei Natriumlicht $= 98^0$ gemessen und die Rechnung ergab für den wahren Axenwinkel $86^0\,45'\,10''$.

Die Beobachtung im Lithiumlicht liess die Dispersion $\varrho < v$ erkennen und die Untersuchung vermittelst eines Viertelundulationsglimmerblättchens den optischen Charakter als positiv.

Es handelt sich nun noch um die Bestimmung der Brechungsexponenten. Zu diesem Zweck wurde vermittelst des Abbe'schen Refractometers der Brechungsexponent des angewandten Oels $= 1{,}4675$ bestimmt. Aus diesem, dem scheinbaren und wirklichen Axenwinkel wurde $\beta = 1{,}6122$ berechnet. Ein Prisma, gebildet von einer Fläche des Längsprismas und der Basis gestattete die Bestimmung

von $\alpha = 1{,}6088$. Durch Rechnung wurde dann $\gamma = 1{,}6161$ gefunden.

Da die Brechungsexponenten kleiner als der des Schwefelkohlenstoffs bei 20° C. = 1,6274 sind, wurde noch eine Bestimmung derselben vermittelst des Kohlrausch'schen Totalreflectometers versucht, welche jedoch zu keinem Resultate führte, da die Oberfläche matt wurde und keine Grenzen der totalen Reflexion sichtbar wurden.

Mineralogisches Institut der Univ. Kiel.

X. *Krystallform der Salicylsäure; von A. Sadebeck.*

Hr. Prof. Dr. Himly in Kiel hat sehr schöne Krystalle von Salicylsäure hergestellt, welche er mir zur Untersuchung übergab.

Obgleich die monoklinen Krystalle schon von Marignac [1]) bestimmt sind, glaubte ich doch meine Messungen, welche mit dem Repetitionsgoniometer angestellt wurden, veröffentlichen zu müssen, da ich dieselben zum grossen Theil mit grosser Schärfe ausführen konnte.

Die Form stimmt vollkommen mit der von Marignac angegebenen überein, es herrscht ein verticales Prisma $p = (a : b : \infty c)$, begrenzt von der Basis $c = (\infty a : \infty b : c)$, in der Verticalzone noch $a = (a : \infty b : \infty c)$, in der Diagonalzone der Basis $q = (\infty a : b : c)$, hinteres schiefes Prisma der Grundform $0' = (a : b : c)'$ und hintere schiefe Endfläche $2r' = (a' : \infty b : 2c)'$.

Die Krystalle sind deutlich spaltbar nach dem ver-

1) C. Rammelsberg, Neueste Forschungen in der krystallographischen Chemie. Leipzig 1857.

ticalen Prisma. Im Folgenden sind Marignac's und meine Winkel tabellarisch zusammengestellt; die mit einem Kreuz versehenen sind den Rechnungen zu Grunde gelegt.

Winkel.	Sadebeck.		Marignac.	
	beob.	ber.	beob.	ber.
$p : p =$	†88° 22′	—	†88° 20′	—
$p : a =$	134° 11′	134° 11′	134° 10′	134° 10′
$p : c =$	62° 52½′	62° 50′	†62° 50′	—
$a : c =$	†49° 5′	—	48° 56′	49° 3′
$q : q =$	—	36° 54′	36° 10′	36° 20′
$q : c =$	†18° 27′	—	†18° 10′	—
$o' : o' =$	44° 0′	43° 32½′	43° 20′	43° 18′
$o' : a =$	—	—	67° 34′	67° 46′
$o' : c =$	27° 47′	27° 23½′	27° 6′	27° 14′
$o' : p =$	—	—	—	89° 56′
$p : q =$	48° 42′	48° 42′	—	—
$o' : q =$	16° 23′	16° 20½′	—	—
$a : q =$	—	51° 35′	—	—
$a : 2r' =$	—	—	—	88° 38′
$c : 2r' =$	—	—	39° 50′	39° 35′

Axenverhältniss:

$a : b : c = 1{,}3619 : 1 : 0{,}4367 \ldots 1{,}3631 : 1 : 1{,}4344$

$\alpha = 49° 5′ \qquad 49° 3′$

Man ersieht aus der Tabelle, dass gerade die Grundwinkel von Marignac und mir gut übereinstimmen; obgleich nur zwei davon, $p|p$ und $q|c$ dieselben sind, die dritten aber verschiedene, so sind doch diese, beiderseits berechnet, in gutem Einklange mit den gemessenen. Die etwas grösseren Abweichungen bei den übrigen Winkeln erklären sich aus der Beschaffenheit der Flächen. Die vollkommensten Krystalle sind durchaus wasserhell und haben vollkommen ebene Flächen, weniger vollkommene zeigen im Innern Hohlräume, wodurch sie trüber erscheinen, die Hohlräume häufen sich von der Anwachsstelle nach aussen. Derartige Krystalle lassen auch häufig auf der Basis einen unvollkommenen Bau erkennen, indem diese vom Centrum der Fläche nach den Kanten hin vertieft ist.

Die optischen Untersuchungen lieferten keine befriedigenden Resultate. Es konnte nur die Lage der drei Hauptschwingungsrichtungen festgestellt werden. Eine parallel der Längsfläche geschliffene Platte zeigt bei Natriumlicht im Stauroskop beobachtet die Auslöschungsrichtungen unter 42° 30′ im Mittel gegen die Hauptaxe geneigt. Da weder diese Platte im convergenten Licht ein Axenbild erkennen liess, noch ein solches durch zwei parallele Prismenflächen sichtbar wurde, so ist anzunehmen, dass die Axen in der Längsfläche liegen. Die Herstellung von Schliffen zur Ermittelung derselben glückte vorläufig nicht. Auch Prismen zur Bestimmung der Brechungsexponenten konnten nicht erhalten werden. Da ferner keine einem Hauptschnitte parallele Fläche vorhanden war, die angeschliffene Längsfläche aber nicht eben genug, war auch die Anwendung des Kohlrausch'schen Totalreflectometers ausgeschlossen. Jedenfalls sind die Brechungsexponenten gross, da schon bei den Messungen und der einfachen Betrachtung vielfach Spectren zur Erscheinung kamen.

Mineralogisches Institut der Univ. Kiel.

XI. *Zwei neue regelmässige Verwachsungen verschiedener Mineralien; von A. Sadebeck.*

(Vorgelegt in der Sitzung der Ges. naturf. Freunde in Berlin, den 15. Oct. 1878.)

a) Arsenikkies und Eisenkies.

Auf einer schönen Freiberger Stufe, welche mir Herr Mineralienhändler Pech in Berlin wegen der schönen Blendekrystalle vorlegte, sitzen grosse, mit Eisenkies bedeckte Krystalle von Arsenikkies. Die Arsenikkiese stellen

die Combination des verticalen Hauptprismas mit sehr stark nach der a-Axe gestreifter Endplatte dar. Die Endfläche ist hier nur eine componirte Fläche, gebildet durch die Intermittenz von Flächen des Längsprismas ($\infty a : b : {}^1/_4 c$). Eine Abweichung von der idealen Ausbildung der Krystalle findet in der Weise statt, dass sie aus mehreren Krystallen, das ist Subindividuen höherer Stufe aufgebaut sind, welche mehr oder weniger gross, theils auf der Endfläche, theils auf den Prismenflächen hervortreten. Durch hypoparallele Stellung derselben erscheinen dann die Prismenflächen geknickt und gebogen. Die beifolgende Horizontalprojection (Fig. 1) stellt eine derartige Knickung dar, welche von zwei hypoparallel gestellten Krystallen gebildet wird. Die Axe des Hypoparallelismus ist die Hauptaxe. Die Eisenkiese sind Hexaëder, welche aber nicht die sonst so häufigen Streifen zeigen, sondern drusig sind, da sie aus kleinen Hexaëdern bestehen, welche sich vielfach in hypoparalleler Stellung gegeneinander befinden, so dass die Hauptindividuen nicht scharf begrenzt sind, sondern mehr oder weniger gekrümmte Flächen und Kanten haben.

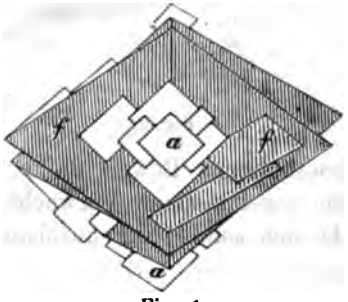


Fig. 1.

Diese Hexaëder liegen nun so auf dem Arsenikkies, dass eine Grundaxe mit der Hauptaxe des letzteren und die auf dieser Grundaxe senkrechten prismatischen Axen mit den Nebenaxen zusammenfallen. Das Gesetz ist also genau dasselbe, welches ich schon für Markasit und Eisenkies aufgefunden und als II. Verwachsungsgesetz beschrieben[1]) habe, speciell die abgebildete Verwachsung von Tavistok hat grosse Aehnlichkeit, weil auch bei dieser der Eisenkies auf dem Markasit aufsitzt und letzterer ein

1) Pogg. Ann. Ergbd. VIII. p. 625.

einfacher Krystall ist. Die gleiche Verwachsung der beiden isomorphen Mineralien mit dem Eisenkies lehrt nun, dass die Isomorphie sich nicht nur auf die Form, sondern auch auf die Molecularstructur bezieht, indem beide Mineralien eine gleiche Molecularattraction auf den Eisenkies ausüben.

Die Eisenkiese liegen theils auf der Endfläche, theils auf den Prismenflächen (Fig. 2), theils sind sie zwischen die Subindividuen eingekeilt und einzelne Theile des Arsenikkieses erscheinen wie mit Eisenkiesen gepflastert.

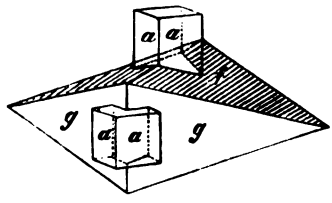


Fig. 2.

Wie andere Verwachsungen, so liefern auch diese einen vorzüglichen Beweis dafür, dass Winkelähnlichkeiten für die regelmässigen Verwachsungen nicht maassgebend sind, da sich solche hier durchaus nicht auffinden lassen.

b) Kupferkies und Fahlerz.

Die Kenntniss dieser Verwachsung verdanke ich Hrn. G. Seligmann in Coblenz, welcher mich auf dieselbe aufmerksam machte und sie mir zum Studium aus seiner Sammlung gütigst zusendete.

In meiner Abhandlung über Fahlerz und seine regelmässigen Verwachsungen mit Kupferkies[1]) habe ich regelmässige Verwachsungen beschrieben, bei denen die Grundaxen beider Mineralien zusammenfallen und das herrschende 1. Tetraëder des Fahlerzes da zu liegen kommt, wo sich das von mir als 1. bezeichnete Tetraëder des Kupferkieses befindet. Es war diese Art der Verwachsung jedenfalls die einfachste und leicht aus den tektonischen Eigenschaften, das ist dem deutlichen Schalenbau der beiden Tetraëder erklärbare.

1) Zeitschr. d. D. geolog. Ges. XXIV.

Die mir vorliegende von Kapnik unterscheidet sich dadurch, dass bei Coincidenz der Grundaxen das 1. Tetraëder des Fahlerzes da zu liegen kommt, wo sich das 2. des Kupferkieses befindet und umgekehrt. Die Grundkanten der beiden Tetraëder kreuzen sich rechtwinklig (Fig. 3), so dass die Individuen die Stellung haben, welche ihnen nach dem II. Zwillingsgesetz des regulären Systems „Zwillingsaxe eine prismatische Axe" zukommt. Durch die regelmässige Verwachsung wird also hier Zwillingsstellung hervorgerufen, was bei anderen regelmässigen Verwachsungen nur selten, aber z. B. bei den Glimmern der Fall ist. Bei Augit und Hornblende ist gleichfalls etwas analoges vorhanden[1]), wenn man die alte, bisher übliche Aufstellung des Augits beibehält, der zufolge das schiefe Prisma ein hinteres ist. G. vom Rath weicht hier der Annahme einer durch die regelmässige Verwachsung hervorgerufenen Zwillingsstellung dadurch aus, dass er den Augit umgekehrt stellt, also das bisherige hintere schiefe Prisma zu einem vorderen macht. Vorliegende Verwachsung von Kupferkies und Fahlerz zeigt nun, dass die Art der Verwachsung von Hornblende und Augit allein keine Umstellung des letzteren erheischt.

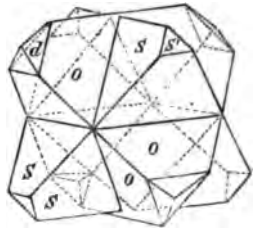


Fig. 3.

Auffallend ist es, dass weder die Fahlerze noch Kupferkiese von Kapnik unter sich in gleicher Weise verwachsen vorkommen, obgleich sonst derartige Zwillinge beobachtet sind. Was die Ausbildung anbetrifft, so herrscht der Kupferkies vor und bildet die Grundlage in Form des 1. Tetraëders mit abgestumpften Ecken, wozu auch noch das 1. spitzere Octaëder hinzutritt. Kleine Fahlerztetraëder von der Combination 1. Tetraëder, Triakistetraëder und Dodekaëder ragen aus den Flächen des

1) G. vom Rath, Pogg. Ann. Ergbd. VI. p. 232.

1. Tetraëders des Kupferkieses hervor (Fig. 4); beiderseits von den Grundkanten des Kupferkieses ist die Anordnung der Fahlerze eine verschiedene; ganz in ähnlicher Weise wie bei den regelmässigen Verwachsungen von Neudorf erscheinen die Kupferkiese gewissermaassen mit den Fahlerzen gespickt, einzelne Fahlerze sitzen auch auf den Grundkanten. Ausser den Fahlerzen ragen auch Zwillingsstücke des Kupferkieses nach dem Spinellgesetz hervor. Interessant ist eine Gruppe, bei welcher zwei Kupferkiese senkrecht gegen die Zwillingsebene verwachsen sind und aus beiden Fahlerze hervorragen, so dass auch diese gegeneinander Zwillingsstellung haben.

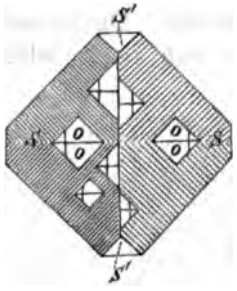


Fig. 4.

Ganz in ähnlicher Weise, wie hier, ragen auch zuweilen aus Pyritoëdern des Eisenkieses Zwillingsstücke hervor. Dass man aber bei verschiedenen Mineralien nicht von wirklichen Zwillingen reden darf, liegt auf der Hand.

Mineralogisches Institut der Univ. Kiel.

Berichtigungen.

Bd. IV. (Hittorf) S. 388 Z. 14 v. o. statt „welche" lies „welcher".
S. 389 Z. 2 v. u. „Die hier hervorgehobenen Widerstandsbestimmungen von F. Kohlrausch wurden in Gemeinschaft mit Dr. Grotrian ausgeführt".
S. 392 Z. 1 v. o. statt „im Leitungswiderstande" lies „im Leitungsvermögen".
S. 393 Z. 1 v. u. statt „(1874)" lies „(1845)".
S. 413 Z. 4. v. o. statt „die kohlensauren" lies „kohlensaure".
S. 414 Z. 9 v. oben statt „werden" lies „wird".
Bd. V, (Koch) S. 264 Z. 2 v. u. statt „Octaëderfläche" lies „Dodekaëderfläche".
(Ditscheiner) S. 282 Z. 8 statt „die Kreislinie selbst Strömungslinie ist" lies „die Kreislinie selbst Grenzlinie der electrischen Strömung ist, wenn noch in zwei anderen dieser Linie gegenüber gelegenen Electroden die Electricität in gleichen Mengen abströmen oder gleiche Mengen entgegengesetzter Electricität zufliessen können".
S. 285 Z. 7 (Formel) statt „log $\frac{d}{b}$..." lies „log $\frac{b}{d}$ ".

Namenregister zum Jahrgang 1878.

Die Bände 3, 4, 5 sind bezeichnet durch III, IV, V, der Ergänzungsband VIII (Heft 4) durch E.

A.

Andreae, G. L., Temperaturregulator IV, 614.

Antolik, K., Gleiten electrischer Funken und Ausgleichungsstelle in der Schlagweite III, 483.

Auerbach, F., Resonanztöne der Mundhöhle durch Percussion III, 152. — Tonhöhe einer Stimmgabel in einer incompressibeln Flüssigkeit III, 157. — Verbreitung stationärer electrischer Ströme in leitenden Flächen III, 498. — Grassmann'sche Vocaltheorie IV, 508. — Durchgang des galvanischen Stromes durch das Eisen V, 289.

B.

Bauer, K. L., Summationstöne IV, 516.

Beetz, W., Universalcompensator, III, 1. — Electromotorische Kraft u. innerer Widerstand einiger Thermosäulen III, 4. — Electricitätserregung beim Contact fester und gasförmiger Körper V, 1.

Bergner, A., Radiometererscheinungen in Flüssigkeiten III, 317.

Bezold, W. v., Stationäre Strömung unter ganz allgemeinen Gesichtspunkten III, 12.

Bleekrode, L., Electricitätsleitung und Electrolyse der chemischen Verbindungen III, 161.

Boltzmann, L., Theorie der elastischen Nachwirkung V, 430.

Braun, F., Unipolare Leitung der Flamme, III, 436. — Unipolare Electricitätsleitung IV, 476. — Electricitätsentwickelung als Aequivalent chemischer Processe V, 182.

Brügelmann, G., Krystallisirter Kalk, Strontian und Baryt IV, 277. — Krystallisirtes Zinkoxyd IV, 283.

Buff, H., Tangentenbussole für Vorlesungen III, 494.

C.

Christiani, A., Graduirung der Inductionsapparate; electrische Zeitmessung mit dem aperiodischen Magnet E. 556. — Noë'sche Sternsäule E. 579.

Claes, F., Veränderlichkeit der Lage der Absorptionsstreifen, III, 389.

Clausius, R., Einwände von Hrn. Zöllner gegen meine electrodynamischen Betrachtungen IV, 217. — Beziehung der durch Diffusion geleisteten Arbeit zum zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie IV, 341.

D.

Ditscheiner, L., Galvanischer Widerstand eines ebenen Ringes V, 282. 580.

Dorn, E., Galvanische Ströme beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren V, 20.

Dvořák, V., Akustische Abstossung III, 328.

E.

Edlund, E., Electromotorische Kraft beim Ausströmen der Flüssigkeiten durch Röhren III, 489.

Exner, F., Galvanische Polarisation des Platins in Wasser, V, 388.

Exner, Fr., u. G. Goldschmied, Einfluss der Temperatur auf das galvanische Leitungsvermögen d. Flüssigkeiten, IV, 417.

Exner, K., Fraunhofer'sche Ringe, Quetelet'sche Streifen u. s. f. IV, 525.

F.

Fritsch, H., Erregung der Electricität durch Druck und Reibung V, 143.

Fröhlich, J., Princip der Erhaltung der Energie in der Theorie der Diffraction III, 376. IV, 319. — Intensität des gebeugten Lichtes III, 568. — Neuer Satz in der Theorie der Diffraction V, 134.

Frölich, O., Himmelswärme, Temperatur des Weltraumes u. der Atmosphäre E. 664.

Fromme, J., Magnetische Experimentaluntersuchungen IV, 76; V, 345.

G.

Gerland, E., Kathetometer von Breithaupt IV, 299. — Geschichte der Erfindung der Pendeluhr IV, 585.

Giltay, J. W., Quecksilbercommutator III, 314.

Glan, P., Einfluss der Dichtigkeit eines Körpers auf die Menge des von ihm absorbirten Lichtes III, 54.

Goldschmied, G., s. Fr. Exner.

Goossens, B. J., Electromagnetische Drehung der Polarisationsebene IV, 616.

H.

Haga, H., Die beim Ausströmen der Flüssigkeiten durch Röhren entstehende electromotorische Kraft V, 287 s. Edlund.

Helmholtz, H., Galvanische Ströme durch Concentrationsunterschiede; Folgerungen aus der mechanischen Wärmetheorie III, 201. — Telephon u. Klangfarbe V, 448.

Hermann, L., Verhalten der Phase und der Klangzusammensetzung bei der telephonischen Uebertragung V, 83.

Herwig, H., Erwiderung auf eine Bemerkung des Dr. Meyerstein IV, 175. — Wärmeentwickelung durch Drehen von Molecularmagneten IV, 178. — Wärmeentwickelung durch Drehen von electrolytischen Molecülen IV, 187. — Electricitätsleitung der Flamme IV, 460. — Zur Ladung einer Platinwasserzelle erforderliche Electricitätsmenge; Distanz der Molecüle im Wasser IV, 465.

Hittorf, W., Rechtfertigung des Satzes: „Electrolyte sind Salze" IV, 374. V, 580.

Holz, A. L., Coercitivkraft des Magneteisensteines und des glasharten Stahles V, 169.

J.

v. Jolly, Ph., Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation V, 112.

K.

Ketteler, E., Theorie der longitudinal-elliptischen Schwingungen

im incompressibeln Aether III, 83. 284.
Kirmis, M., Wanderung der Ionen IV, 503.
Koch, K. R., Methode zur Dickenmessung vermittelst des Sphärometers III, 611. — Bestimmung des Elasticitätscoëfficienten aus der Biegung kurzer Stäbchen V, 251, 580.
Kohlrausch, F., Dichtigkeitsmaximum der Schwefelsäure E. 675. — Ermittelung von Lichtbrechungsverhältnissen durch Totalreflexion IV, 1.
Koláček, F., Einfluss des capillaren Oberflächendruckes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wasserwellen V, 425.
Kundt, A., Einfluss des Lösungsmittels auf die Absorptionsspectra gelöster absorbirender Medien IV, 34.

L.

v. Lang, Victor, Theorie der Circularpolarisation E, 608. — Reibung zwischen Wasser und Luft III, 219.
Less, E., Wärmeleitungsfähigkeit schlechtleitender Körper, der Gesteine und Hölzer E. 517.
Lommel, E., Fluorescenz, III, 113. — Absorption und Fluorescenz III, 251. — Theorie der normalen und anomalen Dispersion III, 339. — Theorie der Doppelbrechung IV, 55.
Lorberg, H., Magnetinduction und Clausius'sches Grundgesetz E. 581. — Grundgesetz der Electrodynamik E. 599.

M.

Mackenzie, J. J., und E. L. Nichols, Volumenvermehrung der Flüssigkeiten durch Absorption von Gasen III, 134.
Meyer, O. E., Elastische Nachwirkung IV, 249.
Meyerstein, Dr., Bemerkung üb. das Galvanometer III, 319.
Moser, J., Galvanische Ströme zwischen verschieden concentrirten Lösungen und deren Spannungsreihen III, 216.
Müller, F. C. G., Signalisirendes und selbstregistrirendes Gefässbarometer IV, 286.

N.

Nahrwold, R., Luftelectricität V, 460.
Narr, F., Verhalten der Electricität in verdünnten Gasen V, 145.
Neesen, Fr., Modification der Quecksilberluftpumpe III, 608.
Nichols, E. L., s. J. J. Mackenzie.
Niemöller, F., Electrodynamische Versuche mit deformirbaren Stromleitern V, 433.
Nilson, L. F., und O. Pettersson, Darstellung und Valenz des Berylliums IV, 554.

P.

Pettersson, O., s. L. F. Nilson.

R.

Recknagel, G., Anemometer IV, 149.
Riecke, E., Tangentenmultiplicator u. electromotorische Kraft des Grove'schen Elementes III, 36. IV, 226. — Radiometer von Crookes III, 142. — Theorie d. electrischen Scheidung durch Reibung III, 414.
Ritter, A., Temperaturfläche des Wasserdampfes III, 447. — Zwei Modelle der Temperaturfläche des Wassers III, 614. — Temperaturfläche der Kohlensäure IV, 550. — Temperaturfläche d. feuchten Luft IV, 432. — Höhe der Atmosphäre und Constitution gasförmiger Weltkörper V, 405; V, 543.
Röntgen, W. C., Versuche aus dem Gebiet der Capillarität III, 321. — Aneroïdbarometer mit Spiegelablesung IV, 305.

Rühlmann, R., Affinitätsunterschiede des Chlors, Broms und Jods als vielfache derselben Constanten III, 481. — Meerestiefen V, 558.

S.

Sadebeck, A., Krystallisation d. Markasits und Verwachsungen mit Eisenkies E. 625. — Optische Untersuchung der Krystalle des Methenylorthophenylendiamins V, 572. — Krystallform d. Salicylsäure V, 574. — Zwei neue regelmässige Verwachsungen V, 576.
Schering, K., Reibungsströme III, 465.
Schneider, R., Bemerkungen üb. das Atomgewicht des Antimons V, 265.
Schröder, H., Sterengesetz IV, 435.
Siemens, W., Telephonie IV, 485.
Sohncke, L., Einfluss der Temperatur auf das optische Drehvermögen des Quarzes und des chlorsauren Natrons III, 516.
Strouhal, V., Besondere Art der Tonerregung V, 216.

T.

Tschirjew, Dr., Stationäre electrische Strömung nach zwei Dimensionen III, 196.

V.

Vierordt, K., Quantitative Spectralanalyse III, 357.
Vogel, H. W., Spectrum des Lichtes explodirender Schiessbaumwolle III, 615.
Voigt, W., Fresnel'sche Theorie d. Diffractionserscheinungen III, 532.

W.

von Waha, M., Electrische Flüssigkeitsbewegungen IV, 68.
Wallentin, J. G., Vorlesungsversuch; Unterschied des hydrostatischen und hydraulischen Druckes IV, 294.
Wand, Th., Resonanz in Hohlräumen IV, 107.
Warburg, E., Gleichgewicht eines Systems ausgedehnter Molecüle und Theorie der elastischen Nachwirkung IV, 232.
Weber, W., Energie der Wechselwirkung IV, 343.
Wernicke, W., Metallreflexion III, 126.
Wiedemann, A., Altägyptische Waage III, 320.
Wiedemann, E., Eigenschaften der Metalllegirungen III, 327. — Beziehung zwischen Refractionsäquivalent und Weglänge V, 142. — Natur der Spectra. 1. Theorie. 2. Spectra gemischter Gase V, 500. — Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern IV. IV, 320.
Wiedemann, G., Dissociation d. gelösten Eisenoxydsalze V, 45.
Winkelmann, A., Abweichungen einiger Gase vom Boyle'schen Gesetze bei 0° und 100° V, 92.
Witte, E., Meeresströmungen IV, 311.
v. Wroblewsky, S., Constante der Verbreitung der Kohlensäure im reinen Wesser IV, 268.
Wundt, E., Dr., Krystallographische Untersuchungen des Methenylorthophenylendiamins V, 566.
Wüllner, A., Abhängigkeit der specifischen Wärme der Gase bei constantem Volumen von der Temperatur und die Wärmeleitungsfähigkeit der Gase IV, 321.

Z.

Zöppritz, K., Hydrodynamische Probleme und Meeresströmungen III, 582.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

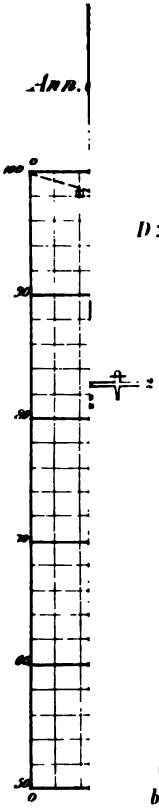


Fig. 1.

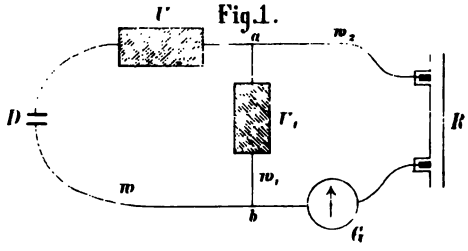


Fig. 2.

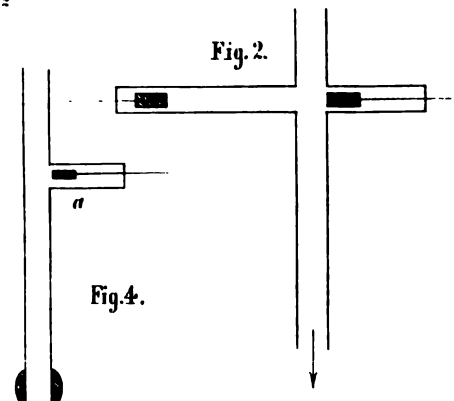
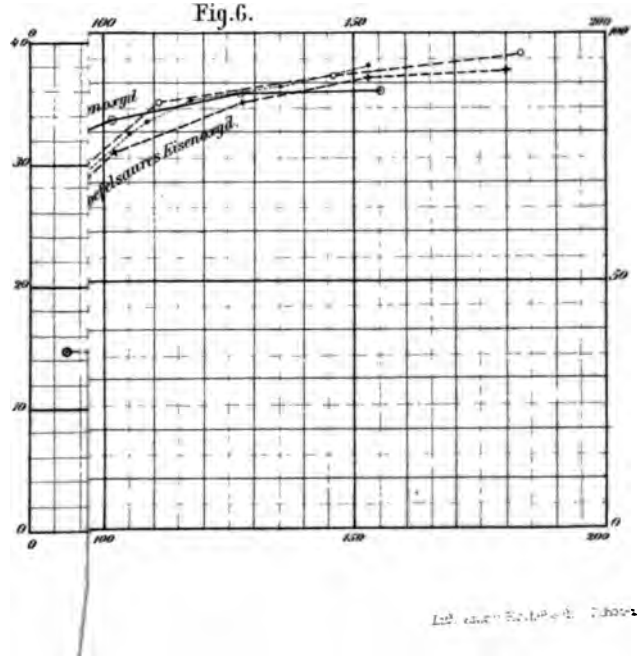
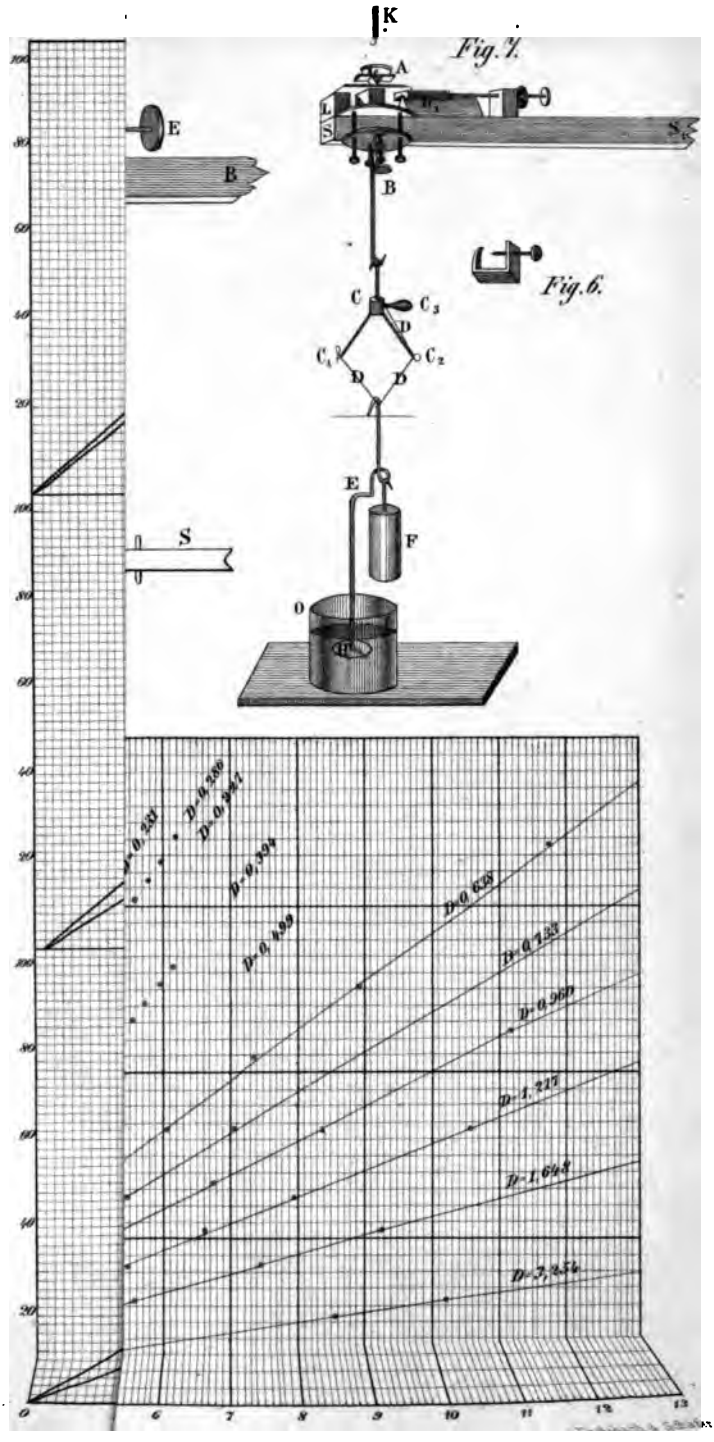
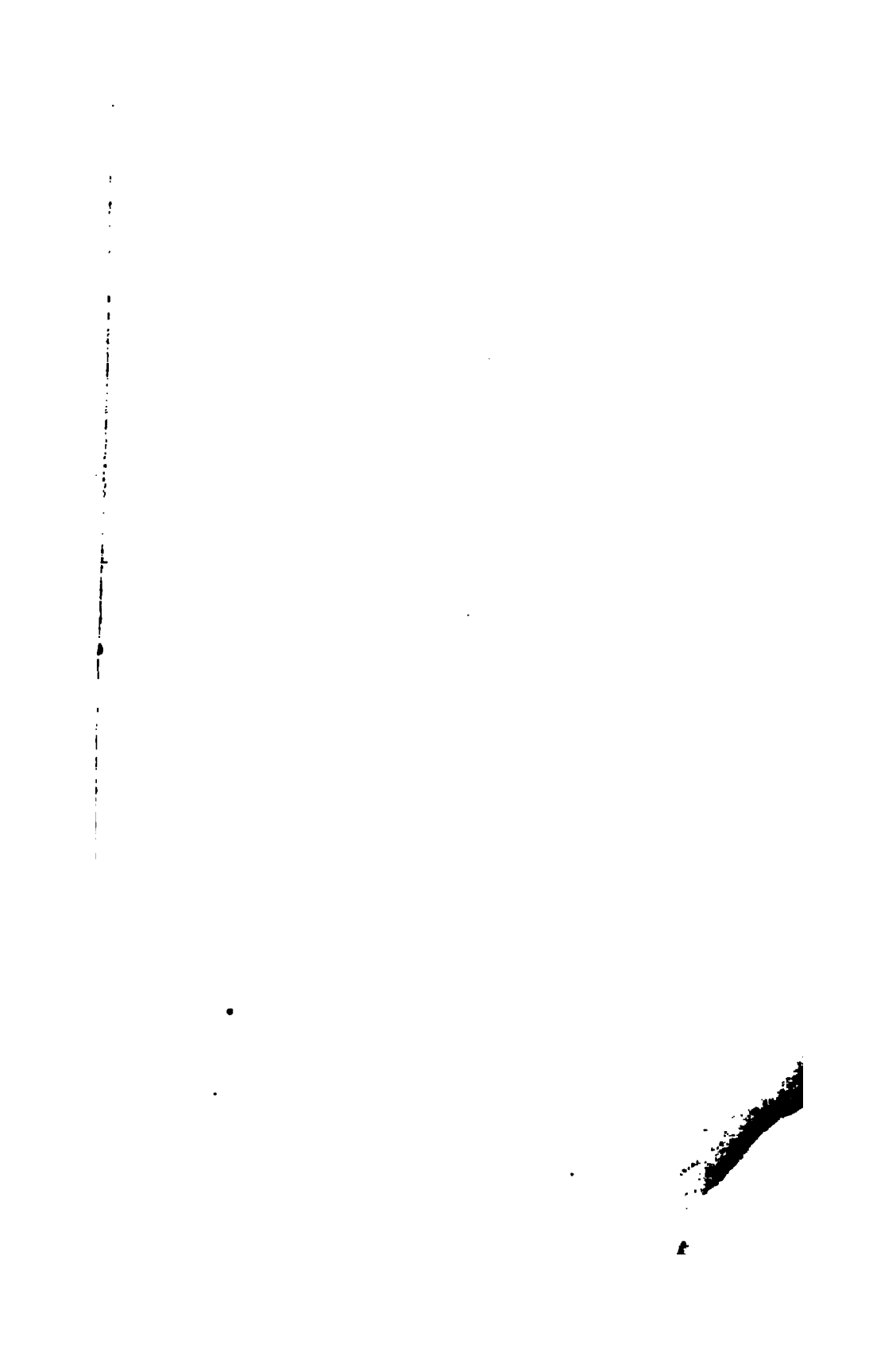


Fig. 4.

Fig. 6.




K
Fig. 7.
A
E
B
S
B
Fig. 6.
C
C3
D
C1
C2
D
D
E
F
S
0
D=0,237
D=0,298
D=0,341
D=0,394
D=0,499
D=0,638
D=0,733
D=0,967
D=1,217
D=1,648
D=2,354
0
6
7
8
9
10
11
12
13



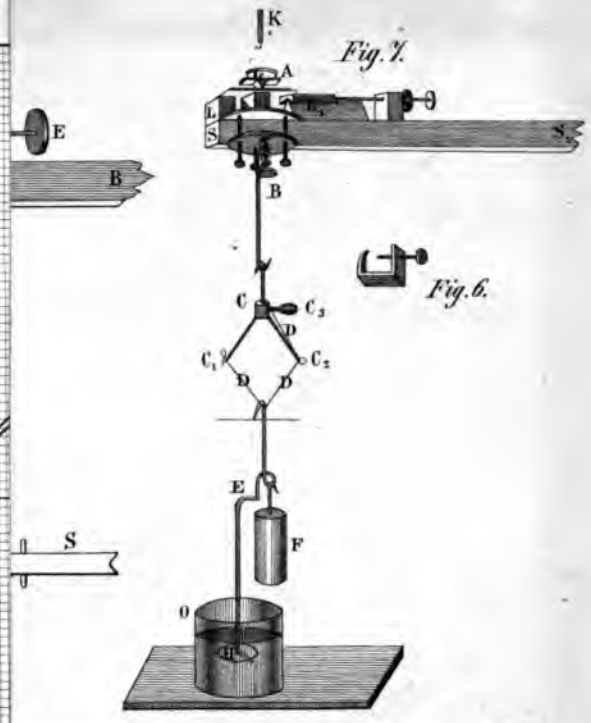

K
A
E
B
C
C3
D
C1
C2
E
F
S
0

Fig. 7.

Fig. 6.

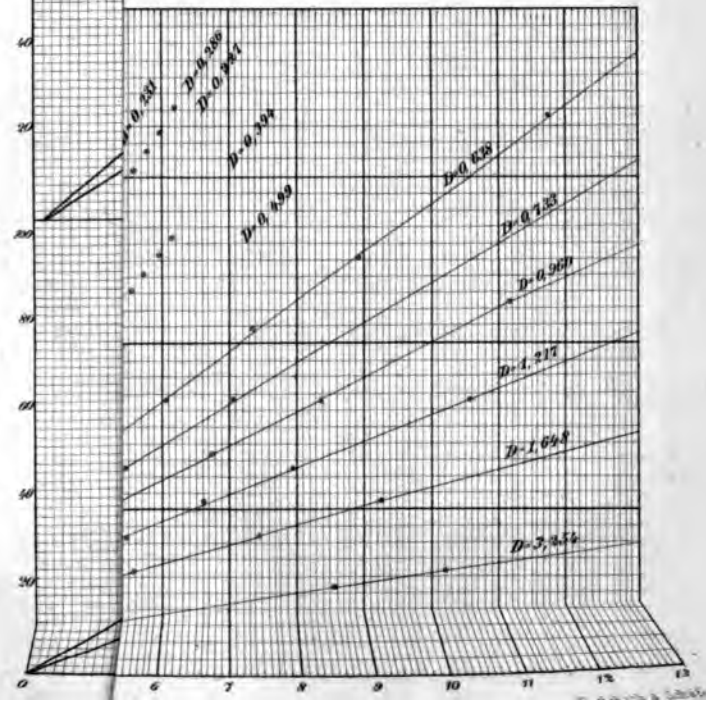

D=0,239
D=0,394
D=0,638
D=0,967
D=1,217
D=1,648
D=3,356
0
6
7
8
9
10
11
12

Fig. 6.

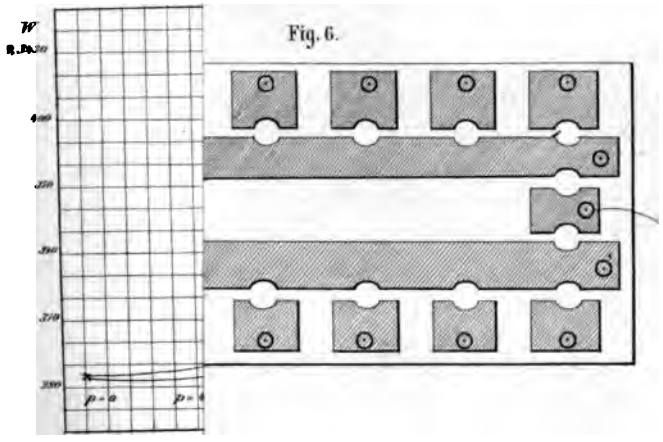
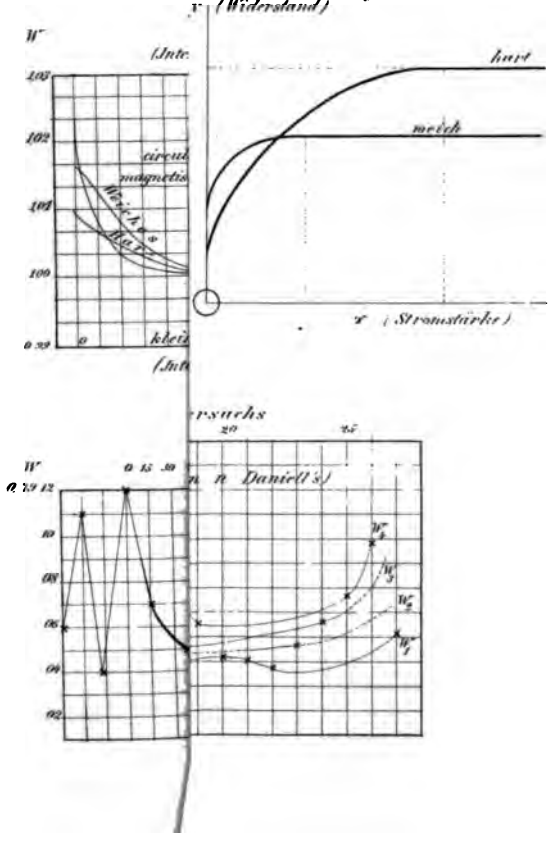


Fig. 8.


(Widerstand)
hart
weich
(Stromstärke)
circul
magnetis
Weicheisen
Stahl
Daniell's

Date Due

AUG			

BRO DART CAT. NO. 24 165 PRINTED IN U.S.A.